



dr Marcin Pawlak

Zastosowanie dwukrotnej symulacji Monte Carlo w wycenie opcji realnych

The application of Double Monte Carlo Simulation (2MC) in the valuation of real options.

Szczecin 2021

Marcin Pawlak. Zastosowanie dwukrotnej symulacji Monte Carlo w wycenie opcji realnych. Monograph. Poland, Szczecin: Scientific Publishing House (SPH), Centre of Sociological Research, 2021. - Bibliogr. – Illiustr. –258 p.

RECENZENCI:

prof. Romualdas Ginevičius, Politechnika Białostocka

dr Tomasz Pisula, Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or distributed in any form or by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher

ISBN 978-83-963452-4-0

DOI: 10.14254/ 978-83-963452-4-0/2021

Wydawnictwo Fundacji Centrum Badań Socjologicznych

Szczecin, Poland office@csr-pub.eu tel. +48 91 3285 464

www.csr-pub.eu



Summary

The application of Double Monte Carlo Simulation (2MC) in the valuation of real options.

The main scientific goal of the monography is to construct, verify and validate the new real option valuation method based on the project's financial model and the Monte Carlo simulation procedure. The research hypothesis is that the valuation of simple real options with author's proposed simulation comparative valuation method (SCVM) and the Black-Scholes model leads to identical results.

The monography consists of four chapters. The first chapter is a literature study, it contains basic definitions used in the thesis and is a kind of introduction to further considerations. Defines the concepts of uncertainty and risk in tangible investments and also describes the methods of their analysis. This part of the work describes the essence of efficiency and flexibility of investment projects and also indicates their impact on value. Simple and complex real options have also been presented and classified.

The second chapter presents the characteristics of real options valuation methods and their evolution, especially in the context of their assumptions. The most important methods of real options valuation, such as the Black-Scholes model, discrete models, Datar-Mathews and fuzzy pay-off method have been described. Based on the theoretical part of this chapter, an analysis and assessment of assumptions showed problems affects the limited application of real options valuation methods in practice.

The third, methodical chapter is the presentation of author's proposal for the method of real options valuation called simulation comparative valuation method (SCVM). The beginning of this chapter is a description of the methodology for constructing simulation models and how to verify and validate them. Next part consists the analysis of 2MC method assumptions and point's out areas for its improvement. The key point in this chapter is the description of the SCVM and accompanying assumptions.

The fourth chapter contains examples of the valuation of simple real options using SCVM. The purpose of this **part** of the work is verification and validation of the SCVM carried out on the example of growth and termination options. The first section describes the methods that have

been used in the following sections. In following two sections valuation models are verified and validated using the results obtained from the Black-Scholes model. The chapter ends with an analysis of the possibilities of applying SCVM in practice.

The conclusion contains a summary of the theoretical and cognitive research carried out and also presents synthetic answers to the research questions, especially regarding the verification of the research hypothesis. An integral part of the monography are also attachments, including research tools, as well as necessary lists of literature, drawings and tables used.

Key words: investments, real options valuation, Monte Carlo simulation, Black-Scholes model, binominal model.

Summary	2
Introduction.....	8
Chapter 1. Introduction to the theory of real options.....	14
1.1. Uncertainty and risk in assessing the effectiveness of investments	14
1.1.1. Uncertainty and risk in investments	14
1.1.2. Risk analysis methods in investment projects	17
1.1.3. Economic efficiency and flexibility in an investment project	27
1.2. The genesis and essence of real options	34
1.2.1. The real options basics	34
1.2.2. Characteristics of simple real options	37
1.2.3. Complex options	43
Chapter 2. Real options valuation methods	45
2.1. Assumptions in the valuation of real options	45
2.1.1. Analogies between real and financial options	45
2.1.2. Basic assumptions for the valuation of real options.....	54
2.2. Real options valuation methods	60
2.2.1. Black-Scholes model	60
2.2.2. Discrete models	63
2.2.3. Simulation methods of valuation of real options	67
2.3. Problems related to the use of realistic options in practice	72
2.3.1. Methodological problems - analysis of the assumptions for the valuation of real options	73
2.3.2. Practical problems	77
2.3.3. Assessment of real options valuation methods for their practical application	83
Chapter 3. Simulation comparative valuation method - real options pricing model	89
3.1. Methodological aspects of the construction of the simulation model of real options valuation	89
3.1.1. Modelling a simulation financial model	89
3.1.2. Verification and validation of simulation models	98
3.2. Comparative simulation valuation - construction of the real option valuation model	103
3.2.1. Double Monte Carlo simulation as a method of real options valuation	103
3.2.2. Simulation comparative valuation method - assumptions of the real options valuation model	107

3.2.3. The idea of a simulation comparative valuation method	114
Chapter 4. Valuation of Simple Real Options using SCVM	119
4.1. Methodology of verification and validation of the valuation of real options made using SCVM	119
4.1.1. Verification methods used	119
4.1.2. Validation methods used	121
4.2. Pricing Growth Options Using SCVM	129
4.2.1. Characteristics of the project assumptions and the growth option	129
4.2.2. Modelling of stochastic input fields	132
4.2.3. Construction of a simulation model of valuation of growth options	135
4.2.4. Model simulation and interpretation of results	139
4.2.5. Verification of the growth option pricing model	142
4.2.6. Validation of the growth option pricing model	147
4.3. Valuation of termination options using SCVM	161
4.3.1. Characteristics of the project assumptions and the termination option	161
4.3.2. Modelling stochastic input fields.....	163
4.3.3. Construction of the simulation model of valuation of the termination option	164
4.3.4. Model simulation and interpretation of results	168
4.3.5. Verification of the valuation model for the termination option	171
4.3.6. Validation of the valuation model for termination options	173
4.4. The use of simulation comparative valuation in practice	186
Conclusion	189
List of Tables	194
List of Figures	199
Annex	202
Bibliography	243

Summary	2
Wstęp.....	8
Rozdział 1. Wprowadzenie do teorii opcji realnych	14
1.1. Niepewność i ryzyko w ocenie efektywności inwestycji rzeczowych.....	14
1.1.1. Definicje niepewności i ryzyka w inwestycjach rzeczowych.....	14
1.1.2. Metody analizy ryzyka w projektach inwestycyjnych.....	17
1.1.3. Efektywność ekonomiczna i jej związek z elastycznością projektu inwestycyjnego	27
1.2. Geneza i istota opcji realnych	34
1.2.1. Istota opcji realnych	34
1.2.2. Klasyfikacja i charakterystyka prostych opcji realnych.....	37
1.2.3. Opcje złożone	43
Rozdział 2. Metody wyceny opcji realnych	45
2.1. Założenia metod stosowanych do wyceny opcji realnych.....	45
2.1.1. Analogie pomiędzy opcjami realnymi a finansowymi	45
2.1.2. Podstawowe założenia wyceny opcji realnych.....	54
2.2. Metody wyceny opcji realnych.....	60
2.2.1. Model Blacka-Scholesa	60
2.2.2. Modele dyskretne.....	63
2.2.3. Symulacyjne metody wyceny opcji realnych	67
2.3. Problemy związane z wykorzystaniem opcji realnych w praktyce.....	72
2.3.1. Problemy metodyczne – analiza i krytyka założeń wyceny opcji realnych.....	73
2.3.2. Problemy praktyczne	77
2.3.3. Ocena metod wyceny opcji realnych pod kątem zastosowania w praktyce	83
Rozdział 3. Symulacyjna wycena porównawcza – model wyceny opcji realnych	89
3.1. Metodyczne aspekty konstrukcji symulacyjnego modelu wyceny opcji realnych.....	89
3.1.1. Modelowanie symulacyjnego modelu finansowego	89
3.1.2. Weryfikacja i walidacja modeli symulacyjnych.....	98
3.2. Symulacyjna wycena porównawcza – konstrukcja modelu wyceny opcji realnych	103
3.2.1. Dwukrotna symulacja Monte Carlo jako metoda wyceny opcji realnych	103
3.2.2. Symulacyjna wycena porównawcza – założenia modelu wyceny opcji realnych.....	107
3.2.3. Idea symulacyjnej wyceny porównawczej.....	114
Rozdział 4. Wycena prostych opcji realnych za pomocą SWP.....	119

4.1. Metodyka weryfikacji i walidacji wyceny opcji realnych dokonanych za pomocą SWP	119
4.1.1. Zastosowane metody weryfikacji	119
4.1.2. Zastosowane metody walidacji.....	121
4.2. Wycena opcji wzrostu za pomocą SWP	129
4.2.1. Charakterystyka założeń projektu i zawartej w nim opcji wzrostu	129
4.2.2. Modelowanie stochastycznych zmiennych wejściowych	132
4.2.3. Konstrukcja symulacyjnego modelu wyceny opcji wzrostu	135
4.2.4. Symulacja modelu i interpretacja wyników	139
4.2.5. Weryfikacja modelu wyceny opcji wzrostu	142
4.2.6. Walidacja modelu wyceny opcji wzrostu.....	147
4.3. Wycena opcji zakończenia działalności za pomocą SWP	161
4.3.1. Charakterystyka założeń projektu i zawartej w nim opcji zakończenia działalności.....	161
4.3.2. Modelowanie stochastycznych zmiennych wejściowych	163
4.3.3. Konstrukcja symulacyjnego modelu wyceny opcji zakończenia działalności.....	164
4.3.4. Symulacja modelu i interpretacja wyników	168
4.3.5. Weryfikacja modelu wyceny opcji zakończenia działalności	171
4.3.6. Walidacja modelu wyceny opcji zakończenia działalności.....	173
4.4. Zastosowanie symulacyjnej wyceny porównawczej w praktyce.....	186
<i>Zakończenie</i>	<i>189</i>
<i>Spis tabel.....</i>	<i>194</i>
<i>Spis rysunków.....</i>	<i>199</i>
<i>Aneks</i>	<i>202</i>
<i>Bibliografia</i>	<i>243</i>

Wstęp

Sensem inwestowania jest konieczność zaangażowania na kładów kapitałowych na określony okres, w celu osiągnięcia przyszłych, obciążonych niepewnością korzyści, które powinny przewyższyć poniesione nakłady. Żyjemy w czasach szybkiego postępu technologicznego, kiedy cały świat jest powiązany sieciami komunikacyjnymi i zależnościami ekonomicznymi tworzącymi jedną wielką globalną gospodarkę. Bezpośredni przepływ informacji, dóbr i kapitału powoduje, że zmienność otoczenia, w którym realizowane są inwestycje, jest ogromna. Przy dużej niepewności i działaniu konkurencji realizacja projektu rzadko przebiega według ściśle oczekiwanego scenariusza. W tego typu warunkach możliwość elastycznego zarządzania projektami i przedsiębiorstwami zyskuje na znaczeniu i wartości. Możliwość dokonania zmian w planie, korekty podjętych decyzji wraz z napływem informacji, zabiegi polegające na zwiększeniu lub zmniejszeniu skali działania, wejściu lub wyjściu z inwestycji pozwalają na dostosowanie przedsięwzięcia do bieżącej sytuacji na rynku. Umożliwiają maksymalizację wartości poprzez efektywniejsze zarządzanie. Dowodzi to, że elastyczność posiada konkretną wartość ekonomiczną, która powinna być wyceniana. Tę wartość przez długi czas intuicyjnie wyczuwali menedżerowie, oceniając elastyczność realizowanych projektów i dostrzegając, że może ona wpływać na podejmowane decyzje zarządcze. W 1977 roku ten szczególny rodzaj elastyczności, dedykowany zarządzaniu inwestycjami kapitałowymi lub organizacjami gospodarczymi, polegający na wykorzystaniu przygotowanych z góry działań służących reakcji na zmienność otaczającego środowiska został zdefiniowany jako opcje realne¹. Od tego czasu nastąpił dynamiczny rozwój teorii opcji realnych² zarówno na gruncie teoretycznym, jak i praktycznym³. Z czasem analiza opcji realnych ewaluowała w spójną, możliwą do zastosowania w praktyce teorię. Poprzez opis zachowania firm w zmiennym otoczeniu teoria opcji realnych łączy finanse przedsiębiorstw z zarządzaniem strategicznym i teoriami makroekonomicznymi⁴.

¹ W 1977 roku Stewart Myers po raz pierwszy zdefiniował termin „opcja realna” jako prawo, ale nie obowiązek podjęcia nieodwracalnego działania. S.C. Myers, *Determinants of Corporate Borrowing*, Journal of Financial Economics 1977, No 5, s. 147–175.

² A. Rózsa, *Development of Real Option Theory in the Last 20 Years*, Annals of the University of Oradea, Economic Science Series 2016, Vol. 25 (1), s. 698–709.

³ R. Ragozzino, J. Reuer, L. Trigeorgis, *Real Options in Strategy and Finance: Current Gaps and Future Linkages*, Academy of Management Perspectives, 2016, Vol. 30 (4), s. 428–440.

⁴ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności inwestycji rzeczowych ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2008, s. 213.

Ewolucja opcji realnych dotyczyła zwłaszcza metod ich wyceny. Punktem wyjścia był analityczny model wyceny opcji finansowych⁵ zaproponowany przez Blacka, Scholesa i Mertona. Zastosowanie modelu Blacka-Scholesa do wyceny opcji realnych wynikało z założenia o podobieństwie opcji finansowych do wbudowanego w przedsięwzięcie inwestycyjne prawa do uzyskania w przyszłości określonych korzyści, w zamian za cenę, którą jest zazwyczaj nakład inwestycyjny. Od samego początku wycena opcji realnych przez analogię do metod stosowanych do wyceny opcji finansowych była jednak mocno kontestowana⁶. Poza tym skomplikowana, matematyczna postać modelu Blacka-Scholesa i konieczność spełnienia szeregu założeń teoretycznych sprawiały, że przez długi czas wycena opcji realnych nie wychodziła poza rozważania czysto akademickie. W klasycznym podejściu do wyceny konieczna była konstrukcja portfela replikującego wypłaty z wycenianej opcji, który zmieniał się zgodnie z geometrycznym ruchem Browna. Zakładano występowanie pojedynczego źródła niepewności (np. cena surowca mineralnego) i poszukiwano walorów pozwalających na wyeliminowanie związanego z nim ryzyka (np. kontraktów terminowych). Następnie konstruowano cząstkowe równanie różniczkowe, wiążące wartość instrumentu pochodnego z wartością waloru podstawowego oraz stopą wolną od ryzyka. Przekształcając dalej równanie z wykorzystaniem lematu Itô, można było wreszcie przy założonym warunku krańcowym i warunkach brzegowych dokonać analitycznego rozwiązania, które pozwalało uzyskać wartość opcji⁷. Wysoki poziom złożoności i nieprzystające do realiów rynkowych założenia sprawiały, że opcje realne nie były wykorzystywane w praktyce. Na uproszczenie rachunku wyceny opcji realnych wpłynęło pojawienie się dwumianowego, dyskretnego modelu zaproponowanego przez Coxa, Rossa i Rubinsteina⁸, umożliwiającego aproksymację ciągłego modelu wyceny. Zastosowanie drzew dwumianowych w wycenie upraszczało szacowanie wartości opcji realnych, dla których analityczne równanie nie zostało wyprowadzone. Z czasem próby zastosowania teorii opcji realnych w praktyce doprowadziły do odejścia od wymogu istnienia instrumentu bliźniaczego (wymaganego w klasycznym podejściu).

⁵ F. Black, M. Scholes, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy 1973, Vol. 81, No. 3, s. 637–654.

⁶ Np. T. Luehrman, *Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers*, Harvard Business Review 1998, Vol. 76, No. 4, s. 51–67.

⁷ P. Saługa, *Elastyczność decyzyjna w procesach wyceny projektów geologiczno-górnictwowych*, Wydawnictwo Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Kraków 2011, s. 9.

⁸ J. Cox, S. Ross, M. Rubinstein, *Option Pricing: A Simplified Approach*, Journal of Financial Economics 1979, Vol. 7 (3), s. 229–263. W polskiej literaturze metoda ta opisana jest w R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe oraz ich zastosowanie w formułowaniu i ocenie projektów inwestycyjnych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice 2004, s. 50–58 oraz w K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje. Instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998, s. 192–197.

Uproszczenie to zyskało nazwę podejścia MAD (*market asset disclaimer*). Polegało na założeniu, że najlepszym aktywem bliźniaczym jest wartość projektu, na którym zbudowana jest opcja, wyznaczana metodami dyskontowymi (najczęściej NPV). Opcje realne stały się rozszerzeniem analizy zdyskontowanych przepływów pieniężnych, pozwalającym na wycenę możliwości zawartych w projektach inwestycyjnych. Możliwości korygowania zakładanej strategii operacyjnej przez zwiększanie lub zmniejszanie skali działania, likwidację lub rozbudowę przedsięwzięcia czy też odłożenie inwestycji w czasie były wyceniane przy użyciu drzew decyzyjnych, a w prostych przypadkach za pomocą modelu Blacka-Scholesa. W dalszym ciągu problematyczna była wycena opcji realnych poprzez analogię do opcji finansowych. Objawiało się to zwłaszcza przy szacowaniu parametrów niezbędnych do wyceny. Pojawiły się więc propozycje obejścia tych problemów, np. zastąpienie geometrycznych ruchów Browna opisem zmian wartości aktywa bazowego (wartości projektu) za pomocą wejściowych zmiennych stochastycznych. Takie podejście proponowała metoda Datar-Mathews⁹, czyli symulacyjna metoda wyceny polegająca na wygenerowaniu i porównaniu ze sobą zdyskontowanych kosztem kapitału przyszłych zysków operacyjnych (EBIT) i zdyskontowanych stopą wolną od ryzyka nakładów inwestycyjnych. Zyski operacyjne mają odzwierciedlać zmienność projektu i są określone jako zmienna losowa określonym rozkładzie. Dowodem na poszukiwanie uproszczeń wyceny opcji realnych w praktyce było zastosowanie zbiorów rozmytych. Przykładem może być metoda zbiorów rozmytych (*fuzzy pay-off method*)¹⁰. Metoda ta opiera się na rozkładzie wartości opcji, stworzonym najczęściej na podstawie trzech lub czterech scenariuszy kształtowania się przepływów pieniężnych. Kolejną istotną koncepcją dla rozwoju teorii opcji realnych była stworzona przez Tomasza Wiśniewskiego¹¹ metoda dwukrotnej symulacji Monte Carlo (dalej: 2MC). Wartość opcji realnej w tej metodzie jest określana jako różnica między uzyskaną w wyniku symulacji średnią wartością projektu z opcją a średnią wartością projektu bez opcji. Wartość obu projektów, a więc także opcji, jest zależna od powiązanych ze sobą stochastycznych parametrów wejściowych w obydwu modelach. Wprowadzenie zmiennych obciążonych ryzykiem do modeli finansowych opisujących inwestycję i

⁹ V. Datar, B. Johnson, S. Mathews, *A Practical Method for Valuing Real Options*, *Journal of Applied Corporate Finance* 2007, Vol. 19 (2), s. 95–104.

¹⁰ M. Collan, R. Fullér, J. Mezei, *Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation*, *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences* 2009, Vol. 2009.

¹¹ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 395–407.

opcję jest zgodne z podejściem MAD, a co najważniejsze, umożliwia postulowaną przez Copelanda i Antikarova¹² konsolidację wszystkich czynników ryzyka.

Na podstawie wymienionych teorii i ich konstruktywnej krytyki, stworzono i opisano symulacyjną wycenę porównawczą opcji realnych (SWP). Jest to autorska koncepcja, rozwijająca metodę 2MC, bazująca na porównaniu projektu, w którym możliwe jest wykonanie opcji (model rozszerzony) z identycznym przedsięwzięciem pozbawionym tej możliwości (model bazowy). Zaproponowana metoda wykorzystuje symulację Monte Carlo jako narzędzie umożliwiające uwzględnienie wielu zmiennych obciążonych ryzykiem. Pozwala także wyznaczyć wartość opcji poprzez porównanie w każdej iteracji wartości projektu rozszerzonego z bazowym. Gdy różnica między nimi jest dodatnia – opcja ma wartość, gdy jest ujemna – opcja przyjmuje wartość zero. Wartość opcji realnej jest to średnia wartość opcji ze wszystkich iteracji.

Opisywana w niniejszej monografii metoda powstawała długi czas. Początkiem prac i podstawą zaprezentowanej metody SWP był projekt pt. „Metodologia wyceny opcji realnych wykorzystująca dwukrotną symulację Monte Carlo” finansowany przez Narodowe Centrum Nauki¹³ zrealizowany pod kierownictwem prof. Tomasza Wiśniewskiego. Badania nad elastycznością projektów inwestycyjnych wykazały, że dwukrotna symulacja Monte Carlo może być zastosowana do wyceny opcji realnych. Niezmiernie istotne dla rozwoju prac było zapoczątkowane w 2014 roku seminarium poświęcone opcjom realnym i ich wykorzystaniu w praktyce¹⁴. Owocem tych organizowanych corocznie przez różne ośrodki akademickie spotkań były krytyczne uwagi i korekty, które pozwalały stopniowo zbliżać się do końcowego efektu. Szczególnie istotne było rozwinięcie metodyki stosowanej w 2MC i sformułowanie odpowiednich założeń tak, aby możliwa stała się wycena opcji realnych (metoda SWP). Teoria ta nie powstałaby bez pomocy i wsparcia promotora prof. Tomasza Wiśniewskiego. Szczególne podziękowania za krytyczne dyskusje i merytoryczne uwagi dotyczące rozwijanej metody, prezentowanej na kolejnych seminariach naukowych, kieruję do prof. Jacka Mizerki (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu), dra Jerzego Dzieży (Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie) i mgra Grzegorza Szałka (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu).

¹² T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: A Practitioner's Guide*, Texere, New York 2001, s. 244–253.

¹³ Wniosek nr N N113 344140.

¹⁴ Więcej informacji o corocznym seminarium można znaleźć na stronie <https://opcjerealne.wordpress.com/> (dostęp 18.09.2019 r.)

Analizując przedstawione teorie oraz dotychczas stosowaną metodykę wyceny opcji realnych, **postawiono hipotezę stanowiącą, że wycena prostych opcji realnych za pomocą symulacyjnej wyceny porównawczej (SWP) i modelu Blacka-Scholesa prowadzi do identycznych wyników.** SWP jako metoda ma wiele zalet, ale wymaga procesu walidacji, sprawdzenia, czy jej wyniki są zgodne z rzeczywistością. Skuteczna, wiarygodna walidacja tego modelu z rzeczywistością jest jednak niemożliwa, głównie ze względu na brak wystarczającej liczby jednorodnych inwestycji, zawierających zbliżone do siebie opcje realne. Walidacja modelu SWP zostanie dokonana w sposób pośredni, poprzez odwołanie się do powszechnie stosowanego modelu Blacka-Scholesa. Tego typu podejście, jest typowym narzędziem sprawdzania modeli symulacyjnych¹⁵.

Z hipotezy wynika **główny cel, którym jest konstrukcja, weryfikacja i walidacja metody wyceny opcji realnych bazującej na finansowym modelu przedsięwzięcia i procedurze symulacji Monte Carlo.** Realizacji celu głównego podporządkowane są cele cząstkowe:

1. Identyfikacja problemów w zastosowaniu metod wyceny opcji realnych.
2. Zdefiniowanie założeń metody SWP i określenie procedury wyceny opcji realnych bazującej na modelu finansowym przedsięwzięcia i symulacji Monte Carlo.
3. Weryfikacja i walidacja metody SWP.
4. Określenie różnic i podobieństw w wycenach opcji dokonywanych za pomocą metody SWP i modelu Blacka-Scholesa.
5. Identyfikacja problemów i korzyści w zastosowaniu metody SWP w praktyce.

Monografia ma charakter teoretyczny, metodyczny i częściowo empiryczny. Wykorzystano w niej obszerną literaturę krajową i zagraniczną, głównie anglojęzyczną, opisującą zagadnienia związane z metodyką oceny efektywności inwestycji, analizy ryzyka i teorii opcji realnych w szczególności. Poddano ją krytycznej analizie pod kątem teorii opcji realnych i metodyki ich wyceny. Monografia składa się z czterech rozdziałów i zakończenia.

W rozdziale pierwszym omówiono podstawowe pojęcia użyte w monografii, zdefiniowano znaczenie niepewności i ryzyka w inwestycjach rzeczowych i opisano metody ich analizy. W tej części omówiono także istotę efektywności i elastyczności projektów inwestycyjnych oraz zaznaczono ich wpływ na wartość. Przedstawiono i sklasyfikowano proste i złożone opcje realne.

¹⁵ M.S. Martis, *Validation of Simulation Based Models: A Theoretical Outlook*, The Electronic Journal of Business Research Methods 2006, Vol. 4 (1), s. 39–46.

Charakterystykę metod wyceny opcji realnych przedstawiono w rozdziale drugim. Opisano ich ewolucję, szczególnie w kontekście stosowanych założeń i ich analogii do opcji finansowych. Wyszczególniono najistotniejsze metody wyceny opcji realnych, takie jak model Blacka-Scholesa, modele dyskretne, metoda Datara-Mathewsa i zbiory rozmyte. Na podstawie teoretycznej części tego rozdziału dokonano analizy problemów związanych z wykorzystaniem opcji realnych w praktyce. Szczególny nacisk położono na krytykę założeń wyceny opcji realnych. W tym rozdziale oceniono także metody wyceny opcji realnych pod kątem zastosowania w praktyce.

Rozdział trzeci, metodyczny, to przedstawienie symulacyjnej wyceny porównawczej (SWP) jako metody wyceny opcji realnych. Rozpoczęto go od opisu metodyki konstruowania modeli symulacyjnych i sposobów ich weryfikacji oraz walidacji. Następnie przedstawiono istotę dwukrotnej symulacji Monte Carlo, wskazano na istotne różnice pomiędzy SWP a 2MC, po czym przedstawiono założenia i ideę modelu symulacyjnej wyceny porównawczej.

W rozdziale czwartym zawarto przykłady wyceny prostych opcji realnych za pomocą SWP. Celem tej części była weryfikacja i walidacja modelu SWP przeprowadzona na przykładzie opcji wzrostu i zakończenia działalności. W pierwszej kolejności opisano metody weryfikacji i walidacji zastosowane w kolejnych podrozdziałach. Wycenę obu rodzajów opcji rozpoczęto od ich charakterystyki, przedstawiono założenia projektu i zawartej w nim opcji. Następnie stopniowo przechodzi się od opisu zmiennych wejściowych, poprzez budowę symulacyjnego modelu finansowego, aż do wyceny za pomocą SWP. W dalszej kolejności dokonano weryfikacji i walidacji modeli przeprowadzonych wycen za pomocą wyników uzyskanych z modelu Blacka-Scholesa. Rozdział kończy się analizą możliwości zastosowania symulacyjnej wyceny porównawczej w praktyce.

Monografię zamyka zakończenie, podsumowujące zrealizowane cele, dotyczące zwłaszcza weryfikacji postawionej hipotezy badawczej. W aneksie załączono wyniki obliczeń i analiz.

Rozdział 1. Wprowadzenie do teorii opcji realnych

1.1. Niepewność i ryzyko w ocenie efektywności inwestycji rzeczowych

1.1.1. Definicje niepewności i ryzyka w inwestycjach rzeczowych

Niepewność i ryzyko są nieodłącznymi elementami każdego procesu inwestycyjnego, występującymi na każdym etapie jego realizacji. Ich obecność w działalności inwestycyjnej wiąże się z koniecznością ponoszenia nakładów, a więc alokacją ograniczonych zasobów, i jest uwarunkowana istnieniem wielu zmiennych czynników, zarówno w otoczeniu jednostki gospodarczej, jak i w jej wnętrzu, które mają pośredni lub bezpośrednio wpływ na wartość projektu. Brak informacji i zmienność wielu parametrów (rynkowych, technicznych, społecznych, politycznych), a także brak możliwości przewidzenia siły ich oddziaływania powodują, że realizowane przedsięwzięcie staje się ryzykowne i niepewne¹⁶.

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele różnych definicji ryzyka¹⁷; jedna z nich charakteryzuje je jako potencjał, szansę na utratę lub zyskanie wartości w wyniku celowego lub przypadkowego działania. Ryzyko występuje także w przypadku podjęcia aktywności lub jej braku, zarówno w spodziewanych sytuacjach, jak i tych nieprzewidzianych. Określane jest często jako celowe oddziaływanie z niepewnością¹⁸.

Wielki wpływ na obecne pojmowanie ryzyka miały trzy koncepcje¹⁹. Pierwsza z nich, koncepcja Allana H. Wilett²⁰, określała ryzyko jako obiektywny stan otoczenia skorelowany z subiektywną niepewnością, a wrażenie przypadkowości jest wyłącznie efektem niedoskonałości wiedzy ludzkiej o obiektywnych prawach, które rządzą procesami w świecie zewnętrznym. Druga, Franka H. Knighta²¹, dzieliła zdarzenia na niepewne, którym nie można przypisać żadnej miary

¹⁶ M. Pawlak, *Symulacja Monte Carlo w analizie ryzyka projektów inwestycyjnych*, *Finanse. Rynki Finansowe. Ubezpieczenia* 2012, nr 51, s. 83.

¹⁷ Szczegółowy przegląd definicji określających ryzyko i niepewność dostępny jest w: E. Kubińska-Kaleta, *Zarządzanie ryzykiem w przedsiębiorstwach przemysłowych na przykładzie huty stali*, rozprawa doktorska, AGH w Krakowie, Kraków 2008, s. 8–24.

¹⁸ P. Kungwani, *Risk Management – An Analytical Study*, *IOSR Journal of Business and Management* 2014, Vol. 16 (3), s. 83.

¹⁹ M. Dudziak, E. Szpakowska, *Zarządzanie ryzykiem i niepewność w działalności gospodarczej. Podejmowanie decyzji biznesowych*, *Journal of Management and Finance* 2013, nr 1, s. 117–129.

²⁰ A.H. Wilett, *The Economic Theory of Risk and Insurance*, University of Pennsylvania Press, Philadelphia 1951.

²¹ F.H. Knight, *Risk, Uncertainty and Profit*, Schaffner & Marx, Boston 1921, <http://www.econlib.org/library/Knight/knRUP.html> (dostęp 18.09.2019 r.)

prawdopodobieństwa, oraz ryzykowne, które można zmierzyć za pomocą prawdopodobieństwa matematycznego, statystycznego lub szacunkowego. Trzecia koncepcja, sformułowana przez Komisję do Spraw Terminologii Ubezpieczeniowej USA²² w 1966 roku, mówiła o ryzyku jako mierzalnej niepewności związanej z osiągnięciem w przyszłości założonego celu działania w związku z występowaniem co najmniej dwóch lub więcej możliwości²³.

Na podstawie przytoczonych definicji należy podkreślić, że ryzyko jest rezultatem występowania niepewności²⁴. Można je określić jako wyodrębnioną, kwantyfikowalną część niepewności, a więc „stanu, w którym dostrzegamy, że skutki obecnych działań nie mogą być poznane z absolutną pewnością”²⁵. Zakłada się, że co najmniej jeden z elementów składowych lub wynikowych opisujących przyszłość nie jest pewny, ale znane jest prawdopodobieństwo jego wystąpienia. Niepewność zaś jest stanem, w którym niemożliwe jest określenie ani wyników przyszłych działań, ani związanych z nimi prawdopodobieństw ich zaistnienia. Wraz ze wzrostem poziomu ryzyka aż do niepewności spada ilość i jakość dostępnych informacji, co wpływa także na narzędzia służące analizie sytuacji. Do analizy ryzyka stosuje się zazwyczaj metody ilościowe, a metody jakościowe, np. jakościowa analiza scenariuszy, są jedynie uzupełnieniem²⁶. Niepewność zaś opisywana jest za pomocą metod jakościowych. W tabeli (zob. tabela 1.1) wymieniono zależności i różnice między ekonomicznym rozumieniem ryzyka i niepewności.

²² Ang. Commission on Insurance Terminology of the American Risk and Insurance Association.

²³ G.L. Head, *An Alternative to Defining Risk as Uncertainty*, *The Journal of Risk and Insurance* 1967, Vol. 34, No. 2, s. 205–214.

²⁴ S. Sudoł, *Przedsiębiorstwo. Podstawy nauki o przedsiębiorstwie. Teoria i praktyka zarządzania*, TNOiK „Dom Organizatora”, Toruń 2012, s. 19–111.

²⁵ K. Janasz, *Ryzyko i niepewność w gospodarce – wybrane aspekty teoretyczne*, *Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania* 2009, nr 14, s. 87–98.

²⁶ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 193–189.

Tabela 1.1 Ryzyko i niepewność – charakterystyka definicji oraz warunki podejmowania decyzji zarządczych

Ryzyko	Niepewność
Charakterystyka	
uświadomiona przez podmioty gospodarcze część niepewności	przypadkowość zdarzenia wynikająca z nieprzewidywanych zachowań czy przebiegu zjawisk
ma charakter wymierny, obiektywny, empiryczny	ma charakter niewymierny, subiektywny, podświadomy
odnosi się do poznania, opartego na doświadczeniu; analizowanie drogą indukcji	odnosi się on do poznania czystego, niezakłóconego wiedzą z innych podobnych doświadczeń
niepewne zdarzenie, ale o znanym prawdopodobieństwie wystąpienia	nieprzewidywalne lub mało prawdopodobne zdarzenie
niepewne zdarzenie, którego skutki materializacji można wcześniej oszacować. można zidentyfikować przyszłe alternatywy podjętych decyzji	przypadkowe zdarzenie, którego skutki materializacji nie są możliwe do wcześniejszego oszacowania. są znane przyszłe alternatywy podjętych decyzji
mierzalna niepewność osiągnięcia zakładanych celów	nieprzewidywalność nieosiągnięcia zakładanych celów
łączy się z możliwą do oszacowania premią za podjęcie działania	premia za działanie w stanie niepewności na moment podejmowania decyzji jest niemożliwa do oszacowania
Warunki podejmowania decyzji	
zdarzenie prawdopodobne	zdarzenie nieprzewidywalne, niemalże niemożliwe
niepełna informacja	brak informacji
znany zbiór możliwych konsekwencji	nieznane konsekwencje podjęcia poszczególnych decyzji
określone rozkłady prawdopodobieństwa	nieznane rozkłady prawdopodobieństwa konsekwencji danej decyzji
wykorzystywane są metody teorii prawdopodobieństwa oraz statystyki, w tym m.in. kryterium Hurwicza, Walda, Savage'a, Laplace'a czy drzewo decyzyjne i wnioskowanie statystyczne	w przypadku niepewności klasyczne metody statystyczne zawodzą, dlatego wykorzystywana jest statystyka bayesowska, statystyczna analiza decyzyjna i kognitywistyka

Źródło: M. Dudziak, E. Szpakowska, *Zarządzanie ryzykiem...*, s. 119 i 121.

Ryzyko projektu inwestycyjnego to dająca się skwantyfikować możliwość wystąpienia niekorzystnych, a także korzystnych odchyłeń nakładów i (lub) efektów inwestycji od wcześniej zakładanych. Skala zmian między rzeczywistymi a pierwotnie planowanymi wartościami określa wielkość ryzyka²⁷.

A. Karmańska wyróżniła dziesięć cech ryzyka inwestycyjnego²⁸. Autorka podkreśliła, że ryzyko powszechnie towarzyszy działalności gospodarczej, a zwłaszcza działalności inwestycyjnej, co

²⁷ R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 17.

²⁸ A. Karmańska, *Ryzyko w rachunkowości*, Difin, Warszawa 2008, s. 61.

wiąże się ze skłonnością (lub jej brakiem) do podejmowania działań w warunkach zmienności. Ryzyko jest kwantyfikowalne (mieralne) i rośnie wraz z czasem – im dłuższej perspektywy dotyczy, tym jest większe. Ryzyko ma wpływ na realizowaną inwestycję wyłącznie w postaci pozytywnych lub negatywnych odchyłeń od wartości oczekiwanej. Wyraża się je jako sumę iloczynów zbioru prawdopodobieństw wystąpienia zdarzenia i możliwych jego skutków. Konieczne jest więc określenie zbioru możliwych potencjalnych skutków wystąpienia zdarzenia powodującego odchylenie (skutek wystąpienia ryzyka). Ryzyko ma bezpośredni wpływ na opłacalność inwestycji przez odchylenia zachodzące w sferze operacyjnej (głównie zarządzanie aktywami) i finansowej (przez strukturę finansowania).

Należy podkreślić, że ryzyko jest jednocześnie zagrożeniem dla przedsięwzięcia, jak i motywem skłaniającym do angażowania kapitału. Zgodnie z modelem CAPM²⁹ inwestycje bardziej ryzykowne powinny charakteryzować się większym oczekiwanym zwrotem, co jest oczywistą zachętą dla potencjalnego inwestora. Przedsięwzięcia obarczone mniejszym ryzykiem, teoretycznie pewniejsze, powinny dawać proporcjonalnie mniejsze korzyści. W zależności od nastawienia do ryzyka, a także kalkulacji potencjalnych korzyści i nakładów związanych z działalnością inwestycyjną, przedsiębiorstwa decydują o podjęciu bądź odrzuceniu projektu. To właśnie dzięki uwzględnieniu ryzyka w ocenie nakładów i korzyści związanych z inwestycją kadra zarządzająca zwiększa swoje szanse na podjęcie właściwych decyzji.

1.1.2. Metody analizy ryzyka w projektach inwestycyjnych

Zarządzanie ryzykiem inwestycji to podjęcie działań służących identyfikacji, ocenie i monitorowaniu poziomu ryzyka w sposób jakościowy i ilościowy. Wymienione działania mają w konsekwencji prowadzić do podjęcia świadomych decyzji ukierunkowanych na optymalizację osiągniętych efektów. Chodzi tu zarówno o maksymalizację pozytywnych zdarzeń³⁰, jak i ograniczenie konsekwencji towarzyszących negatywnym odchyleniom podczas realizacji projektu³¹. Dzięki analizie ryzyka możliwe jest podejmowanie racjonalnych decyzji w dynamicznym otoczeniu, dopasowanych do charakterystyki procesu inwestycyjnego. Istnieje wiele sposobów

²⁹ CAPM (*capital asset pricing model*) – model odzwierciedlający zależności między ryzykiem a oczekiwaną stopą zwrotu. Zob. W.F. Sharpe, *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*, *Journal of Finance* 1964, vol. 19 (3), s. 425–442.

³⁰ T. Aven, *Misconceptions of Risk*, John Wiley & Sons, Hoboken 2010, s. 93–96.

³¹ W. Rogowski, *Rachunek efektywności inwestycji*, Wolters Kluwer, Warszawa 2013, s. 446.

umożliwiających uwzględnienie wyników analizy ryzyka w zarządzaniu, poczynając od wyborów dotyczących strategii działania (skali działalności, rynków, produktów), a także działań zmierzających do ograniczenia ewentualnych strat bądź zmiany stopnia wrażliwości aktywów firmy lub projektu inwestycyjnego na niepewność. Kluczowe jest więc, aby decyzje o podjęciu bądź odrzuceniu przedsięwzięcia inwestycyjnego lub ewentualnych zmianach dostosowawczych dokonywanych w trakcie jego realizacji opierały się na obiektywnych kryteriach nie tylko wypracowanych na podstawie porównania nakładów i korzyści, ale także wzbogaconych o wieloaspektową analizę ryzyka.

Analiza ryzyka powinna być prowadzona w usystematyzowany sposób i towarzyszyć realizacji inwestycji podczas wszystkich jej etapów, by na bieżąco, kompleksowo przetwarzać istotne informacje i formułować stosowne do otrzymanego wyniku rekomendacje. Ze względu na indywidualny charakter każdego procesu inwestycyjnego konieczny jest dobór odpowiedniej metody analizy ryzyka, która uwzględni podejście do ryzyka inwestora oraz występowanie różnych czynników, takich jak dostępność informacji, zakres i profil ryzyka, warunki, w jakich podejmowane są decyzje, lub poziom pracochłonności i kosztowności³².

Wykorzystując jako kryterium klasyfikacji technikę analizy ryzyka, wyróżnia się metody³³:

- korygowania efektywności, polegające na dokonywaniu korekt przez uwzględnianie narzutów procentowych wybranych parametrów i zmiennych wykorzystywanych w metodach oceny opłacalności projektów inwestycyjnych (graniczny okres zwrotu, równoważnik pewności, stopa dyskonta uwzględniająca ryzyko);
- analizy wrażliwości, polegające na zmianach różnych wybranych parametrów i zmiennych wykorzystywanych w metodach oceny opłacalności i analizie ich wpływu na opłacalność projektów oraz wyznaczaniu wartości krytycznych i marginesów bezpieczeństwa określających poziom opłacalności;
- probabilistyczno-statystyczne, w których do analizy ryzyka wykorzystuje się rachunek prawdopodobieństwa i statystykę matematyczną;
- symulacyjne (analiza symulacyjna Monte Carlo), które dają możliwość zbadania wpływu wielu zmiennych na opłacalność projektów i możliwość określenia poziomu ryzyka.

³² E. Ostrowska, *Ryzyko inwestycyjne. Identyfikacja i metody oceny*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 1999, s. 75.

³³ W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 448.

Ze względu na sposób ujmowania ryzyka w procesie decyzyjnym metody analizy ryzyka można podzielić na bezpośrednie i pośrednie. W metodach bezpośrednich ryzyko ujmowane jest w kryterium decyzyjnym związanym z określoną metodą oceny opłacalności (np. graniczny okres zwrotu, równoważnik pewności, stopa dyskonta uwzględniająca ryzyko lub metoda ekwiwalentu pewności). W metodach pośrednich pozyskiwane są dodatkowe informacje uzupełniające profil ryzyka projektu inwestycyjnego. Metody te (np. analiza wrażliwości, analiza scenariuszy, analiza statystyczna i analiza symulacyjna) są oddzielnym, wyodrębnionym elementem uwzględnianym w procesie decyzyjnym.

Biorąc pod uwagę podział ryzyka na pasywne i aktywne³⁴, można wyróżnić aktywne i pasywne metody jego analizy³⁵:

- metody analizy ryzyka pasywnego: analiza wrażliwości, analiza scenariuszy (jakościowa), metody probabilistyczno-statystyczne, symulacyjna metoda Monte Carlo;
- metody analizy ryzyka aktywnego: analiza scenariuszy (ilościowa), drzewa decyzyjne, wycena opcji realnych, symulacyjna metoda Monte Carlo.

Bardzo często stosowaną i niezwykle użyteczną techniką jest analiza drzew decyzyjnych. Umożliwia ona analizę ryzyka i podejmowanie decyzji w oparciu o rozbięcie badanej sytuacji na scenariusze jakościowe i przypisanie im prawdopodobieństw.

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele kompleksowych opisów poszczególnych metod analizy ryzyka³⁶. Ze względu na tematykę niniejszej monografii i stosowane w jej empirycznej części metody analizy ryzyka pokrótce scharakteryzowane zostaną: analiza wrażliwości, analiza scenariuszy, analiza drzew decyzyjnych, metody probabilistyczno-statystyczne i symulacja Monte Carlo.

³⁴ Ryzykiem pasywnym są niewielkie, obarczone niepewnością, wahania parametrów, zarówno pozytywne, jak i negatywne, mieszczące się w tolerancji planowanej w założeniach projektu, niemające istotnego znaczenia dla realizacji i na które firma nie będzie reagowała działaniami dostosowawczymi. Jeżeli odchylenia wartości parametrów będą wyższe od zakładanych i istotne, wówczas firma zareaguje. Przy negatywnym wpływie na wartość inwestycji będą to działania zmierzające do poprawy sytuacji lub ograniczenia strat, przy pozytywnym zaś będą służyły maksymalizacji korzyści.

³⁵ T. Wiśniewski, *Ryzyko projektu inwestycyjnego a ocena jego efektywności*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 455, Prace Instytutu Ekonomiki i Organizacji Przedsiębiorstw 2007, nr 50, t. 1, s. 506.

³⁶ Np. V. Molak (red.), *Fundamentals of Risk Analysis and Risk Management*, Lewis Publishers, Boca Raton, New York, London, Tokyo 1997 lub też w polskiej literaturze W. Rogowski, A. Michalczewski, *Zarządzanie ryzykiem w przedsiębiorstwach inwestycyjnych*, Wolters Kluwer, Warszawa 2005.

Analiza wrażliwości (*sensitivity analysis*³⁷) jest prostym, często wykorzystywanym narzędziem, przydatnym przy badaniu przyszłych odchyleń wartości projektu wynikających ze zmian poszczególnych parametrów kreujących jego wartość. Jest szczególnie użyteczna we wstępnej identyfikacji ryzyka, zwłaszcza w przypadku przedsięwzięć rozwojowych; wskazuje obszary, które powinny być przedmiotem głębszej analizy. Najczęściej spotykaną³⁸ zarówno w literaturze, jak i w praktyce³⁹ zmienną objaśnianą wykorzystywaną w analizie wrażliwości jest NPV⁴⁰. Zmiennymi objaśniającymi, a więc parametrami, których wpływ na zmienną objaśnianą jest badany, mogą być np. wydatki inwestycyjne, długość trwania projektu lub stopa dyskontowa. Przez uwzględnienie w algorytmie oceny efektywności inwestycji najistotniejszych zmiennych (np. wielkości sprzedaży i cen lub ich agregatów, np. przychodów ze sprzedaży) możliwe jest określenie kierunku i siły ich wpływu na wartość projektu. Pozwala to z jednej strony na badanie procentowej zmiany wartości zmiennej objaśnianej wywołanej, np. 1-procentowym odchyleniem zmiennej objaśniającej – im większa wynikowa, procentowa zmiana wartości projektu (dodatnia lub ujemna), tym większa jest wrażliwość na zmienną objaśniającą i większe jest ryzyko z nią związane. Z drugiej strony, bazując na granicznym poziomie zmiennej objaśnianej lub jej dopuszczalnych odchyleniach, przy których projekt inwestycyjny jest jeszcze opłacalny, możliwe jest wyznaczenie wartości kryterium decyzyjnego. Pomimo swojej dużej użyteczności, analiza wrażliwości ze względu na swoje ograniczenia jest niekompletną metodą analizy ryzyka. Przyjęte uproszczenia⁴¹, tj. brak możliwości analizy wielu zmiennych jednocześnie (możliwa jest łatwa analiza jednej zmiennej objaśnianej przy pozostałych parametrach stałych) i uwzględnienia zależności pomiędzy nimi, a także nieujęcie rozkładów prawdopodobieństw powoduje, że analiza wrażliwości jest jedynie wstępem do pełnej analizy ryzyka inwestycji.

³⁷ W literaturze angielskiej nazywana również *What-If Analysis*, zob. A. Saltelli, *Sensitivity Analysis*, Wiley, Chichester 2007 lub też K. Belanová, „*What If*” *Analysis in Investment Decision Making*, Financial Assets and Investing 2012, No 3, s. 5–16.

³⁸ M. Sierpińska, T. Jachna, *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004, s. 21.

³⁹ Np. D. Śładkiewicz, *Analiza wrażliwości w ocenie ryzyka projektów inwestycyjnych w przedsiębiorstwie z branży kosmetycznej*, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia* 2016 nr 4 (82, cz. 2), s. 617–624.

⁴⁰ Net Present Value – wartość projektu netto, zob. np. W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 261–300; J. Czarnek (red.), M. Jaworek, K. Marcinek, A. Szóstek, *Efektywność projektów inwestycyjnych*, TNOiK „Dom Organizatora”, Toruń 2010, s. 80–85. W analizie wrażliwości mogą być stosowane także inne mierniki efektywności inwestycji np. IRR, MIRR. Możliwa jest także analiza wpływu poszczególnych parametrów na próg rentowności, zob. R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 30.

⁴¹ D. Michalski, M. Skudlik, *Analiza inwestycji z uwzględnieniem ryzyka*, *Marketing i Rynek* 2016, nr 7 (CD), s. 551–566.

Rozwinięciem analizy wrażliwości, umożliwiającym analizę wpływu na wartość inwestycji więcej niż jednej zmiennej jest analiza scenariuszy (*scenario analysis*⁴²). Analiza scenariuszy jest metodą prognozowania długookresowego, a więc jednym z narzędzi, które przy wysokim ryzyku lub niepewności otoczenia ułatwia analizę parametrów i ich wpływu na wartość, co umożliwia dostosowanie działań organizacji⁴³. Pierwszym etapem tej metody jest identyfikacja i analiza otoczenia, a także wszystkich składników i procesów mogących mieć w przyszłości decydujący wpływ na inwestycję. Wstępem do sporządzenia analizy scenariuszy mogą być też informacje uzyskane z analizy wrażliwości, a więc siła i kierunek oddziaływania poszczególnych zmiennych na wartość inwestycji. Na ich podstawie wyznacza się potencjalne (zarówno negatywne, jak i pozytywne) odchylenia zmiennych od wartości przyjętych w wariantie bazowym (prognozie). Pozwala to na stworzenie scenariuszy, a więc zestawów wartości najistotniejszych zmiennych objaśniających w algorytmie oceny efektywności inwestycji⁴⁴ oraz wyliczenie dla nich wartości projektu⁴⁵. Mimo tego, że istnieje nieokreślona liczba potencjalnych scenariuszy, które można rozpatrywać, a wśród autorów nie ma zgodności co do minimalnej liczby scenariuszy⁴⁶, to najczęściej formułuje się trzy warianty: optymistyczny, bazowy i pesymistyczny⁴⁷. Wartości zmiennych objaśniających w każdym ze scenariuszy odpowiadają jego charakterystyce. Parametry wejściowe w skrajnych scenariuszach – optymistycznym i pesymistycznym – są ze sobą dodatnio skorelowane. Scenariusz bazowy powinien być wyznaczany na podstawie średnich wartości zmiennych objaśniających. Uzyskana na podstawie wartości poszczególnych scenariuszy przeciętna wartość projektu umożliwia wnioskowanie o oczekiwanej wartości projektu⁴⁸.

Znając prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych scenariuszy, można opisać sytuację decyzyjną na drzewie decyzyjnym, a także określić wartość oczekiwaną projektu $E(NPV)$. Na podstawie opisu statystycznego poszczególnych scenariuszy możliwe jest także wyznaczenie kryteriów oceny ryzyka i efektywności inwestycji. Gdy niemożliwe jest ustalenie

⁴² Zob. B.K. Hassani, *Scenario Analysis in Risk Management. Theory and Practice in Finance*, Springer International Publishing, Switzerland 2016.

⁴³ Zob. G. Gierszewska, M. Romanowska, *Analiza strategiczna przedsiębiorstwa*, PWE, Warszawa 2003, s. 21.

⁴⁴ Podobnie jak w analizie wrażliwości najczęściej stosuje się metodę NPV.

⁴⁵ W. Rogowski, A. Michalczewski, *Zarządzanie ryzykiem...*, s. 104.

⁴⁶ Ross, Westerfield i Jordan podają np. minimum 5 scenariuszy: sytuację bazową, wariant optymistyczny i pesymistyczny oraz dwie sytuacje oparte na wartościach pośrednich między scenariuszem bazowym a scenariuszami skrajnymi – S.A. Ross, R.W. Westerfield, B.D. Jordan, *Corporate Finance*, McGraw-Hill/Irwin, New York 2013, s. 227.

⁴⁷ W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 469.

⁴⁸ Zob. T. Wiśniewski, *Ocena efektywności ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2008, s. 180.

prawdopodobieństwa realizacji dla opisanych scenariuszami sytuacji, wnioskowanie powinno być oparte na wartości zmiennej objaśnianej (NPV) uzyskanej w poszczególnych scenariuszach.

W analizie scenariuszy można wykorzystywać metody jakościowe i ilościowe. Scenariusze ilościowe odzwierciedlają wartość projektu, uwzględniając przy tym rozkład statystyczny zmiennej objaśnianej (ograniczony liczbą wygenerowanych scenariuszy). Zazwyczaj nie przewidują one dużych jakościowych zmian w bezpośrednim otoczeniu inwestycji w stosunku do przyjętych założeń, przez co nie uwzględniają także potencjalnej reakcji firmy w trakcie realizacji projektu (niepewność o charakterze pasywnym). Analizowane są natomiast parametry wejściowe niezależne od inwestycji, na przykład wielkość lub udział w rynku lub poziom inflacji i ich wpływ na wartość i ryzyko projektu. Scenariusze jakościowe stanowią natomiast opis reakcji firmy na niepewność i jako takie pozwalają badać wpływ ryzyka aktywnego na projekt inwestycyjny⁴⁹.

Pomimo swoich wad⁵⁰, np. subiektywizmu w określaniu scenariuszy⁵¹, analiza scenariuszy jest użytecznym narzędziem umożliwiającym analizę zakresu zmienności wartości inwestycji zarówno ze względu na zmiany parametrów wejściowych (scenariusze ilościowe), jak i reakcje zarządzających na zmiany w otoczeniu inwestycyjnym (scenariusze jakościowe).

Metody probabilistyczno-statystyczne bazują na założeniu, że zróżnicowanym wynikom można przypisać zróżnicowane prawdopodobieństwa ich występowania w danym horyzoncie czasu⁵². Odnoszą się zatem bezpośrednio do koncepcji, że ryzyko inwestycji można określić, szacując miary rozproszenia możliwych wyników⁵³ wokół danej wartości centralnej, którą w teorii ryzyka jest wartość oczekiwana ($E(X)$, wartość średnia, nadzieja matematyczna). Im większe rozproszenie wyników (odchylenie standardowe σ w wartościach bezwzględnych, a współczynnik zmienności CV w wartościach względnych), tym większe ryzyko nieosiągnięcia założonej wartości⁵⁴. Wyznaczenie wartości oczekiwanej projektu (najczęściej NPV) pozwala na podstawie algorytmu danej metody oceny efektywności wnioskować o jej opłacalności (np. dla $E(NPV) > 0$ inwestycja

⁴⁹ T. Wiśniewski, *Ryzyko projektu...*, s. 506.

⁵⁰ Zob. W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 473.

⁵¹ A. Damodaran, *Ryzyko strategiczne. Podstawy zarządzania ryzykiem*, Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne, Warszawa 2009, s. 196–197.

⁵² B. Woźniak-Sobczak, *Aktywne i pasywne inwestycje przedsiębiorstwa*, Akademia Ekonomiczna im. Karola Adamieckiego, Katowice 2001, s. 115.

⁵³ Najczęściej mierników opłacalności inwestycji, np. NPV.

⁵⁴ W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 474.

jest opłacalna). Zastosowanie metod probabilistyczno-statystycznych⁵⁵ z wykorzystaniem algorytmu metody NPV wymaga wyróżnienia pięciu etapów⁵⁶:

- wyznaczenie oczekiwanej wartości salda przepływów pieniężnych dla każdego kolejnego okresu;
- oszacowanie zdyskontowanej oczekiwanej wartości netto $E(NPV)$;
- obliczenie wariancji przepływów pieniężnych dla każdego kolejnego okresu oraz ustalenie wartości odchylenia standardowego dla wartości zdyskontowanej netto;
- oszacowanie współczynnika zmienności wartości zdyskontowanej netto.

Metody probabilistyczno-statystyczne pozwalają na matematyczny opis ryzyka związanego z realizacją inwestycji. Charakteryzują sytuację decyzyjną oraz wspomagają przy tym zarządzających – wraz ze wzrostem współczynnika zmienności (lub alternatywnie odchylenia standardowego) wzrasta ryzyko realizacji projektu inwestycyjnego, które inwestor powinien sobie zrekompensować premią za ryzyko. Pomimo skomplikowanych procedur szacowania parametrów i prawdopodobieństwa, a także przyjmowania licznych założeń, metody probabilistyczno-statystyczne są użyteczne i często stosowane w ocenie ryzyka. Mogą być także wykorzystane jako uzupełnienie analizy scenariuszy i drzew decyzyjnych.

Drzewa decyzyjne (*decision tree analysis*) to graficzny zapis analizy scenariuszy, a jednocześnie połączenie jakościowego i ilościowego opisu sytuacji decyzyjnej. Metoda drzewa decyzyjnego jest techniką oceny efektywności oraz ryzyka projektu inwestycyjnego, szczególnie przydatną w przypadku przedsięwzięć złożonych z wielu faz realizacyjnych, w których niepewność (zazwyczaj opisana prawdopodobieństwem) występuje w konkretnych punktach czasu⁵⁷. Drzewo decyzyjne zawiera wszystkie możliwe do realizacji scenariusze (gałęzie drzewa), uwzględnia konieczność podjęcia decyzji (węzły decyzyjne) w każdej ze ścieżek oraz sytuacje losowe (węzły losowe) wraz opisującym je rozkładem prawdopodobieństwa. Konsekwencją realizacji każdego ze scenariuszy jest wypłata⁵⁸, będąca następstwem dokonanych wyborów oraz wpływu zdarzeń losowych. Analiza drzewa decyzyjnego powinna przebiegać od końca (od ostatnich węzłów z wypłatami) do

⁵⁵ W. Rogowski podaje szczegółowy opis procedur postępowania w metodach probabilistyczno-statystycznych w przypadku inwestycji o przepływach pieniężnych niezależnych i zależnych, zob. W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 477–490.

⁵⁶ B. Woźniak-Sobczak, *Aktywne i pasywne inwestycje...*, s. 115–117.

⁵⁷ R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 32.

⁵⁸ Wypłata jest wyrażana w wartościach charakterystycznych dla opisywanego przez drzewo problemu, a więc mogą to być np. jednostki czasu, pieniądze, NPV itp.

początku, jest to tzw. indukcja wsteczna lub zwijanie drzewa (*rollback*)⁵⁹. Wyliczona za pomocą tej techniki oczekiwana wartość (*expected value*) drzewa lub poszczególnych węzłów umożliwia wybór najkorzystniejszej pod względem wartości alternatywy, dając jednocześnie możliwość eliminacji mniej wartościowych, nieoptymalnych scenariuszy. Analiza drzew decyzyjnych i formułowanie na jej podstawie wniosków decyzyjnych są możliwe dzięki dopasowaniu do charakterystyki projektu odpowiedniego kryterium oceny, np. korzyści, nakładów, przepływów pieniężnych, ryzyka lub innych mierników (np. NPV). Często niezbędne okazuje się stworzenie modelu finansowego, który uwzględni parametry z opisanych na drzewie scenariuszy i przelicza je na wartość, przykładowo NPV, umożliwiając podjęcie decyzji. Dzięki stworzeniu modelu finansowego możliwa jest obserwacja wpływu zmian jakościowych i ilościowych, jak i następstw podjętych działań na wartość projektu (a także generowanych przepływów pieniężnych). Obserwacja wyników z poszczególnych gałęzi drzewa umożliwia także z jednej strony zrozumienie zagrożeń dla realizacji projektu i z drugiej – możliwości modyfikacji przedsięwzięcia⁶⁰.

Analiza drzew decyzyjnych sprawdza się w przypadku projektów inwestycyjnych rozciągniętych w czasie i wielowątkowych, zwłaszcza gdy konieczne jest podjęcie kilku następujących po sobie decyzji lub analiza wielu zależnych od różnych warunków możliwości. Powszechne jest zatem zastosowanie drzew decyzyjnych (także w postaci drzew dwumianowych⁶¹) przy wycenie opcji realnych⁶², zarówno tych prostych⁶³, jak i problemów z nimi związanych⁶⁴.

Niezwykle istotną metodą analizy ryzyka, wykorzystywaną w dalszej części niniejszej monografii, jest symulacja Monte Carlo⁶⁵. Ma ona coraz szersze zastosowanie w finansach, np. w wycenie

⁵⁹ Szczegółowy opis metody drzew decyzyjnych zawarty jest np. w: T. Wiśniewski, *Ryzyko działalności gospodarczej a planowanie finansowe w przedsiębiorstwie*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 2003, nr 34, s. 131–144 lub w literaturze anglojęzycznej J.F. Magee, *How to Use Decision Trees in Capital Investment*, „Harvard Business Review” 1964, Vol. 64, s. 80.

⁶⁰ R.A. Brealey, S.C. Myers, *Podstawy finansów przedsiębiorstw*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999, s. 369–373.

⁶¹ Drzewa dwumianowe umożliwiają śledzenie zmian wartości aktywów w odpowiednich okresach czasu i podejmowanie decyzji stosownie do wyników. Charakterystykę drzew dwumianowych i ich zastosowanie w wycenie opcji realnych przedstawiono w rozdziale drugim.

⁶² Model drzewa dwumianowego zaprezentowany przez Johna Coxa, Stephana Rossa i Marka Rubinsteina oraz jego późniejsze modyfikacje są aproksymacją modelu Blacka-Scholesa. Zob. J. Cox, S. Ross, M. Rubinstein, *Option Pricing...*, s. 229–263.

⁶³ L.E. Brandão, J.S. Dyer, *Decision Analysis and Real Options: A Discrete Time Approach to Real Option Valuation*, Annals of Operations Research 2005, Vol. 135 (1), s. 21–39.

⁶⁴ L.E. Brandão, J.S. Dyer, W.J. Hahn, *Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems*, Decision Analysis 2005, Vol. 2 (2), s. 69–88.

⁶⁵ Symulacja Monte Carlo została opracowana i wykorzystana przez Stanisława Ulama. Zob. N. Metropolis, S. Ulam, *The Monte Carlo Method*, Journal of the American Statistical Association 1949, Vol. 44, No. 247, s. 335–341.

przedsiębiorstw⁶⁶, w bankowości do szacowania wartości zagrożonej⁶⁷ i w ocenie efektywności inwestycji⁶⁸. Koncepcja wykorzystania tej metody w analizie ryzyka została stworzona przez D. B. Hertza w 1964 roku⁶⁹, zaś w pracy P. Boyle'a⁷⁰ z 1977 roku zaproponowano wykorzystanie metody Monte Carlo do wyceny opcji⁷¹.

Symulacja Monte Carlo umożliwia uwzględnienie wpływu wszystkich równoległe występujących odchyleń parametrów projektu (a także ich wzajemnych korelacji) i wnioskowanie o ich wpływie na ryzyko i wartość.

Symulacja Monte Carlo składa się z czterech głównych etapów⁷²:

- 1) konstrukcji modelu finansowego;
- 2) zdefiniowania wejściowych zmiennych stochastycznych, ich rozkładów i wzajemnych powiązań;
- 3) iteracyjnego przeliczenia modelu;
- 4) statystycznej analizy struktury otrzymanych wyników i jej interpretacji.

Zastosowanie symulacji Monte Carlo jest niemożliwe bez konstrukcji modelu finansowego przedsięwzięcia inwestycyjnego, w którym definiowane są zmienne zdeterminowane i losowe. Należy określić wszystkie najbardziej istotne parametry mające wpływ na ryzyko przedsięwzięcia, wykorzystywane w algorytmach danej metody oceny efektywności inwestycji. Dobór zmiennych zależy od rodzaju przedsięwzięcia inwestycyjnego, pożądanego stopnia dezagregacji modelu oraz zakresu prowadzonej analizy.

Kolejnym etapem konstruowania modelu jest ustalenie funkcji rozkładu prawdopodobieństwa i parametrów rozkładu dla każdej zmiennej obciążonej ryzykiem. Intuicyjnie pierwszą metodą przy określeniu rozkładów prawdopodobieństwa jest odwołanie się do danych historycznych dotyczących tych lub bliźniaczych zmiennych, na podstawie których można wnioskować o

⁶⁶ M. Białas, *Wykorzystanie symulacji Monte Carlo do wyceny przedsiębiorstwa metodą APV*, Prace i Materiały Wydziału Zarządzania 2012, nr 4/1, s. 23–35.

⁶⁷ A. Chyliński, *Metoda Monte Carlo w bankowości*, Twigger SA, Warszawa 1999, s. 148–149.

⁶⁸ Np. M. Ligus, T. Słoński, *Analiza ryzyka inwestycyjnego biogazowni rolniczej – studium przypadku*, Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach 2018, nr 366, s. 164–184; P. Renna, *A Decision Investment Model to Design Manufacturing Systems Based on a Genetic Algorithm and Monte-Carlo Simulation*, International Journal of Computer Integrated Manufacturing 2017, Vol. 30 (6), s. 590–605.

⁶⁹ D.B. Hertz, *Risk Analysis in Capital Investment*, Harvard Business Review 1964, s. 95–106, <http://eduardodiniz.pro.br/documentos/paperharvard82651.pdf> (dostęp 18.09.2019 r.)

⁷⁰ P. Boyle, *Options: A Monte Carlo Approach*, Journal of Financial Economics 1977, Vol. 4, s. 323–338.

⁷¹ K. Ziętek-Kwaśniewska, *Symulacje Monte Carlo jako metoda wyceny opcji*, Scientific Bulletin of Chełm, Section of Mathematics and Computer Science 2006, No. 2, s. 219–228.

⁷² T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 194.

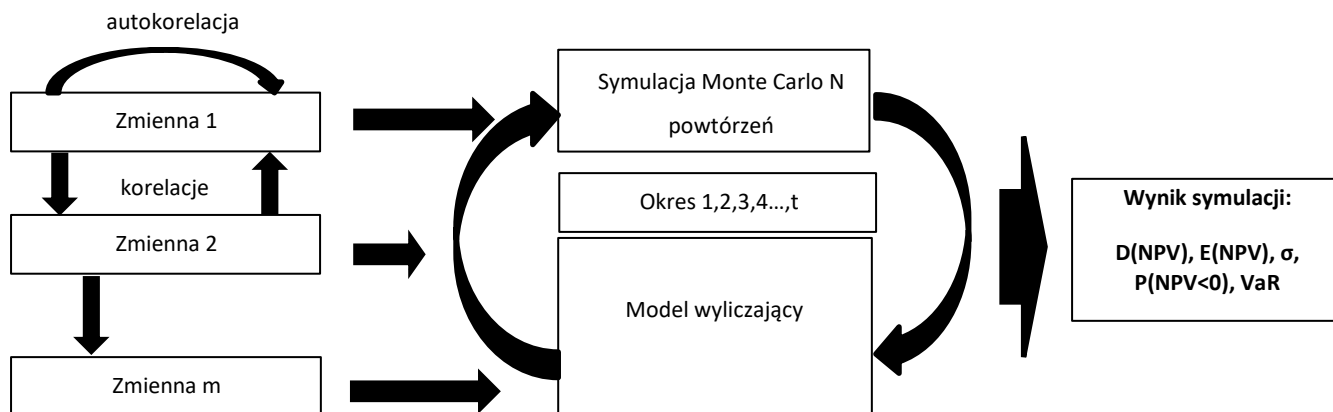
możliwym przyszłym kształtowaniu się parametrów. Drugą metodą, która umożliwia określenie rozkładów i ich statystycznych właściwości, jest subiektywny osąd ekspertów, którzy na podstawie wiedzy i doświadczeń potrafią określić podstawowe parametry. Kadra kierownicza na etapie planowania przedsięwzięcia inwestycyjnego jest w stanie z dużą pewnością określić dla każdej zmiennej trzy scenariusze: minimalny, maksymalny oraz najbardziej prawdopodobny. Umożliwia to zastosowanie rozkładu trójkątnego, normalnego lub rozkładu beta. Przy dwóch lub kilku możliwych poziomach danego parametru możliwe jest zastosowanie rozkładu punktowego lub przedziałowego. Bardzo istotnym w budowaniu modelu jest określenie zależności i wzajemnych powiązań między zmiennymi losowymi przedsięwzięcia. Najczęściej relacje te opisywane są jako korelacje i autokorelacje, co stanowi istotne uproszczenie, gdyż zachodzące procesy gospodarcze są często skomplikowane i nie mogą być opisywane przez proste równania. Staranne opisywanie funkcjami, ekonometryczne modelowanie związków zachodzących pomiędzy parametrami może znacząco poprawić jakość modelu.

Mając wiedzę na temat rozkładu zmiennych wejściowych (np. przychodów ze sprzedaży, kosztów działalności przedsiębiorstwa lub nakładów inwestycyjnych) i ich parametrów, można wygenerować⁷³ losowo wartości, tworząc pojedynczy, dopuszczalny scenariusz rozwoju sytuacji. Podstawiając wylosowane parametry do modelu finansowego służącego do wyliczania miar efektywności inwestycji, uzyskuje się wartość projektu w pojedynczym scenariuszu. Jeżeli czynność losowania będzie przeprowadzona wielokrotnie (nawet w ilości kilku tysięcy iteracji), zostanie wygenerowany zbiór wyników (zbiór wartości NPV lub innych miar efektywności)⁷⁴ i odpowiadający im zbiór parametrów je opisujących. Im więcej wygenerowanych scenariuszy (iteracji), tym wynikowy rozkład wartości jest dokładniejszym odzwierciedleniem rzeczywistości. Na rysunku (zob. rysunek 1.1) zaprezentowano uproszczony mechanizm funkcjonowania metody Monte Carlo.

⁷³ W ostatnim czasie powstało wiele programów, za pomocą których można wykonać symulację Monte Carlo i odpowiednio zinterpretować dane, np. Goldsim, @Risk, Crystal Ball.

⁷⁴ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 190.

Rysunek 1.1 Koncepcja wykorzystania metody Monte Carlo do analizy ryzyka projektu



Źródło: T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, poz. cyt., s. 191.

Analizując rozkład zmiennych wynikowych otrzymanych w drodze symulacji i jego parametry, można pozyskać wiele informacji o realizowanej inwestycji. Przykładowo – oprócz wyznaczenia wartości mediany, dominanty lub wartości oczekiwanej (średniej) projektu, możliwe jest oszacowanie prawdopodobieństwa efektywności ($NPV > 0$) bądź nieefektywności ($NPV < 0$) inwestycji lub osiągnięcia wyniku w określonym przedziale. Symulacja Monte Carlo dostarcza także informacji o ryzyku związanym z projektem. Uwzględniając obciążone ryzykiem parametry wejściowe modelu oceny efektywności inwestycji, określa się ryzyko projektu w postaci odchylenia standardowego. Poszczególne zmienne wpływają na ryzyko inwestycji w sposób zależny od stopnia wrażliwości na nie projektu i wzajemnych powiązań.

1.1.3. Efektywność ekonomiczna i jej związek z elastycznością projektu inwestycyjnego

Efektywność ekonomiczna jest podstawowym kryterium oceny działań gospodarczych. Ze względu na przyjętą perspektywę definicje różnią się od siebie m.in. celem lub poziomem agregacji. W literaturze ekonomicznej najczęściej definiuje się ją jako działanie, którego celem jest osiągnięcie danego efektu przy wykorzystaniu jak najmniejszej ilości dostępnych zasobów (minimalizacja nakładów) lub też osiągnięcie najlepszego rezultatu przy wykorzystaniu określonej ilości zasobów (maksymalizacja celu)⁷⁵. W związku z tymi różnicami istnieje wiele sposobów wyznaczania

⁷⁵ Przegląd definicji słowa efektywność zawiera K. Puszek, *Efektywność a innowacyjność na przykładzie logistyki, Autobusy: Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe 2018*, nr 6, s. 1121–1133.

efektywności (zarówno *ex ante*, jak i *ex post*), które zostały szeroko opisane w literaturze przedmiotu⁷⁶, ale wszystkie sprowadzają się do porównania poniesionych nakładów do efektów podjętych działań. W związku z tym wszelkie metody oceny efektywności opierają się na co najmniej jednej z trzech podstawowych relacji:

- różnicy pomiędzy efektami a nakładami, która gdy jest większa od zera, oznacza korzystne działanie⁷⁷;
- ilorazie efektów do poniesionych nakładów – ekonomiczność⁷⁸ jest uzyskiwana przy wyniku większym od jedności;
- ilorazie różnicy pomiędzy efektami a nakładami do poniesionych nakładów – często określanym jako stopa zwrotu z inwestycji (ROI).

Szeroko opisana i powszechnie stosowana metodyka oceny efektywności sprowadza się więc w uproszczeniu do oszacowania nakładów i korzyści wynikających z realizowanego działania. O ile ocena efektywności *ex post*, opierająca się na danych historycznych, jest stosunkowo łatwa, to badając ją *ex ante* trzeba wziąć pod uwagę dwa dodatkowe czynniki – czas i ryzyko. Planując przyszłe działania, należy mieć na uwadze, że ze względu na nieznaną, oddaloną w czasie przyszłość bardzo często oszacowanie wartości potencjalnych efektów i nakładów bywa problematyczne i może być obciążone błędem prognozy. W skrajnych wypadkach – bardzo długiego okresu realizacji projektu i dużej zmienności otoczenia – mogą się także pojawić problemy z określeniem racjonalnych założeń dotyczących kluczowych parametrów inwestycji.

Czas realizacji projektu i jego ryzyko są nieodłącznymi i powiązаныmi ze sobą elementami każdego procesu inwestycyjnego, występującymi na każdym etapie jego realizacji. Ich obecność w działalności inwestycyjnej wiążącej się z alokacją zasobów uwarunkowana jest istnieniem wielu zmiennych czynników, zarówno w otoczeniu jednostki gospodarczej, jak i w jej wnętrzu, które mają wpływ pośrednio lub bezpośrednio na wartość projektu⁷⁹. Brak informacji i zmienność wielu

⁷⁶ Np. W. Rogowski, *Rachunek efektywności inwestycji...* lub też J. Czarnek (red.), M. Jaworek, K. Marcinek, A. Szóstek, *Efektywność projektów...*

⁷⁷ S. Wrzosek, *Znaczenie efektywności ekonomicznej w procesach decyzyjnych przedsiębiorstw*, w: T. Dudycz, G. Osbert-Pociecha (red.), *Efektywność – rozważania nad istotą i pomiarem*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2005, s. 459.

⁷⁸ Zob. A. Stabryła, *Zarządzanie projektami ekonomicznymi i organizacyjnymi*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006, str. 234.

⁷⁹ Zob. W. Rudny, *Elastyczność decyzyjna a wartość strategii konkurencyjnych*, *Studia Ekonomiczne Akademii Ekonomicznej w Katowicach* 2006, nr 37, s. 57–70 lub K. Pera, *Opcje realne w kształtowaniu wartości przedsiębiorstwa*, *Studia Ekonomiczne Akademii Ekonomicznej w Katowicach* 2006, nr 40, s. 79–96.

parametrów (rynkowych, technicznych, społecznych, politycznych), a także brak możliwości przewidzenia siły ich oddziaływania⁸⁰, powodują, że realizowane przedsięwzięcie staje się ryzykowne i niepewne⁸¹.

Ryzyko projektu inwestycyjnego to dająca się skwantyfikować możliwość wystąpienia zarówno korzystnych, jak i niekorzystnych odchyłeń nakładów i (lub) efektów inwestycji od wcześniej zakładanych. Skala zmian pomiędzy rzeczywistymi a pierwotnie planowanymi wartościami określa wielkość ryzyka⁸². Pomiar ryzyka dokonywany jest metodami ilościowymi za pomocą miar zmienności, wrażliwości i zagrożenia⁸³.

Im większe jest oddalenie w czasie realizacji inwestycji od momentu wyceny lub im dłuższy jest jej okres realizacji, tym trudniejsze staje się planowanie, gdyż spodziewane odchylenia od przyjętych założeń (parametrów) z reguły są większe. Po przekroczeniu pewnego indywidualnego dla każdego projektu okresu racjonalne szacowanie nakładów i korzyści związanych z inwestycją staje się niemożliwe (przejście z zarządzania ryzykiem projektu w obszar niepewności). Im wyższe ryzyko i niepewność, tym większe potencjalne odchylenia od przyjętych w projekcie założeń, co sprawia, że coraz istotniejsze staje się dopasowanie jego realizacji do zmieniających się warunków. Zwiększa się więc rola kadry zarządzającej, a także możliwości wprowadzenia zmian w trakcie poszczególnych faz realizacji inwestycji, która umożliwia uzyskanie odpowiedniego poziomu efektywności w dłuższym horyzoncie czasu. Elastyczność (decyzyjna) w tym ujęciu, podobnie jak w naukach o zarządzaniu, jest cechą działań i struktur budowanych dla ich realizacji, przejawiających się w zdolności do inicjowania i dokonywania zmian adekwatnych do nowych sytuacji, w których będzie realizowana strategia działania organizacji⁸⁴. Elastyczność może być obecna na poziomie projektu oraz na poziomie całej organizacji gospodarczej. Przykładem elastyczności na poziomie organizacji jest istnienie portfolio projektów rozwojowych, realizowanych bądź odrzucanych w zależności od koniunktury rynkowej. Na poziomie projektu może to być przygotowanie na zwiększenie produkcji, wejście na nowe rynki, opracowanie

⁸⁰ Niepewność – często mylona z ryzykiem – jest definiowana jako niedająca się opisać stochastycznie przypadkowość otoczenia zewnętrznego, na którą firma i kadra kierownicza nie ma wpływu. Zob. np. F. H. Knight, *Risk, Uncertainty and Profit...*

⁸¹ M. Pawlak, *Symulacja Monte Carlo...*

⁸² Zob. R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 17.

⁸³ Zob. E. Nowak, *Statystyczne metody szacowania ryzyka w audycie wewnętrznym*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 2009, nr 16, s. 97–106.

⁸⁴ R. Krupski, *Elastyczność organizacji*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2008, s. 15–17; M. Czerska, A. Szpitter, *Koncepcje zarządzania. Podręcznik akademicki*, C.H. Beck, Wrocław 2010, s. 244.

nowego produktu w przypadku dobrej koniunktury lub gotowość do zmniejszenia skali działania, z zamknięciem biznesu wyłącznie w przypadku nierentownej działalności. Może występować na etapie dostosowywania celów organizacji do sytuacji gospodarczej (elastyczność celu), ale może także oznaczać swobodę doboru środków do ich osiągnięcia (elastyczność środków). W ramach elastyczności środków można wyróżnić elastyczność wbudowaną (*built-in flexibility*), której celem jest pasywna redukcja negatywnego wpływu otoczenia np. przez dywersyfikację i elastyczność działania (*action flexibility*), która umożliwia aktywną reakcję w sytuacjach tego wymagających⁸⁵. Od poziomu elastyczności⁸⁶ uzależniony jest stopień dostosowania i reakcji organizacji na warunki rynkowe, co w teorii ma zapewnić oczekiwany poziom skuteczności działań. Sprawne zarządzanie elastycznością polega więc na dokonywaniu działań, których celem jest uzyskanie przewagi konkurencyjnej dzięki szybkiemu dostosowaniu do warunków rynkowych.

Na efektywność inwestycji wpływa nie tylko prosta efektywność czynności składających się na realizację projektu, ale także elastyczność tych działań. Im wyższa zmienność otoczenia, a co za tym idzie niepewność, tym do efektywnego działania potrzebna jest większa elastyczność, natomiast im niższa zmienność, tym wyższe znaczenie ma prosta efektywność działania. Jeśli w danym projekcie inwestycyjnym elastyczność nie istnieje, to jego wartość pozostanie równa wartości efektywności prostej⁸⁷. Im wyższa jest zmienność otoczenia i czynników wpływających na wartość projektu inwestycyjnego, tym wyższa jest wartość elastyczności związanej z działaniami umożliwiającymi elastyczne zarządzanie.

Elastyczność decyzyjna jako możliwość, opcja nie może nigdy przyjąć wartości ujemnej⁸⁸. Dla zarządzającego podczas planowania, wyceny i realizacji projektu możliwość dokonywania w nim zmian dostosowawczych czy wyboru jednego ze scenariuszy będzie zawsze korzystną sytuacją. W najgorszym wypadku, gdy działania dostosowawcze nie będą mogły być wykorzystane lub gdy efekty tych działań okażą się bezwartościowe (neutralne dla projektu), wartość elastyczności będzie równa 0. Wycena szczególnego rodzaju elastyczności dedykowanego zarządzaniu inwestycjami kapitałowymi lub organizacjami gospodarczymi polegającemu na wykorzystaniu

⁸⁵ Zob. W. Rudny, *Elastyczność decyzyjna...*

⁸⁶ P. Grajewski, *Procesowe zarządzania organizacją*, PWE, Warszawa 2012, s. 14.

⁸⁷ Zob. T. Wiśniewski, *Trudności zastosowania metod opcyjnych w wycenie przedsiębiorstw*, w: J. Duraj (red.), *Wartość przedsiębiorstwa – z teorii i praktyki zarządzania*, t. IV, Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock–Łódź 2003.

⁸⁸ R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 74.

przygotowanych zawczasu działań służących reakcji na zmienność otaczającego środowiska nazywana jest wyceną opcji realnych i jest przedmiotem niniejszej monografii.

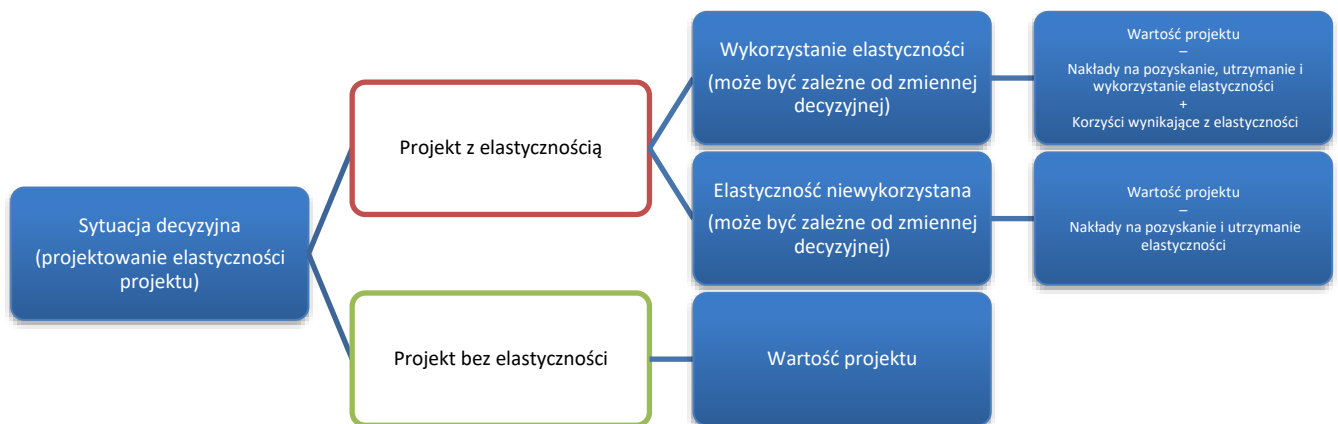
Osobną kwestią jest ekonomiczny wynik związany z wykorzystaniem elastyczności decyzyjnej. Może on przyjmować wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne, gdyż obrazuje go różnica między korzyściami generowanymi dzięki elastyczności projektu a nakładami niezbędnymi do pozyskania, utrzymania i wykorzystania możliwości oraz działań dostosowawczych. Przykładowo, gdy zakup licencji umożliwiającej produkcję nowego wyrobu nie spowoduje w określonym czasie uruchomienia dodatkowej produkcji i zwiększenia przychodów ze sprzedaży, to pomimo że sama możliwość ma pozytywny wymiar, to wynik ekonomiczny będzie negatywny. Jeśli korzyści ze zwiększenia skali działania okażą się mniejsze (w tym wypadku są równe 0) niż wydatki, to zakup licencji będzie nieopłacalny. Ekonomiczny wynik, a więc ocena skutków związanych z obecnością elastyczności i wykorzystaniem w projekcie, może nastąpić po zakończeniu inwestycji lub gdy wykorzystanie elastyczności przestanie być możliwe.

Z elastycznością występującą w projektach inwestycyjnych, ogólnie w organizacjach gospodarczych, wiążą się nakłady na jej pozyskanie, utrzymanie i wykorzystanie. Przeważnie obecność elastyczności wynika z przygotowania organizacji lub projektu do dokonywania zmian adekwatnych do bieżącej sytuacji rynkowej i jest związana z poniesieniem określonych nakładów (pieniężnych, czasowych itp.). Zarządzający, chcąc się zabezpieczyć przed ryzykiem niekorzystnych zmian lub dostrzegając szanse na ponadnormatywne korzyści, projektują działania mające zwiększyć elastyczność projektu lub organizacji. Są to zwłaszcza działania takie jak projekty pilotażowe mogące być wstępem do ekspansji rynkowej, dodatkowe klauzule w umowach zabezpieczające interesariuszy (np. opcja sprzedaży biznesu) lub inne dodatkowe nakłady umożliwiające lepsze dopasowanie do przyszłej sytuacji rynkowej. Bywa też tak, że projekt lub organizacja ze swej natury jest elastyczna, np. posiada aktywa umożliwiające w razie potrzeby zwiększenie produkcji, wówczas nakłady związane z wprowadzeniem odpowiednich procedur regulujących produkcję będą niewielkie lub wręcz zerowe. Oprócz nakładów na pozyskanie elastyczności mogą występować także wydatki związane z jej utrzymaniem. Są to na przykład opłaty związane z utrzymaniem w pogotowiu dodatkowych mocy produkcyjnych lub z dzierżawą gruntów lub podatkami. Należy także wspomnieć o wydatkach, które mogą pojawić się w momencie, gdy konieczna jest reakcja zarządzających skutkująca działaniami dostosowawczymi. Mogą to być np. dodatkowe nakłady inwestycyjne służące zwiększeniu skali działania lub wydatki

związane ze zmianą produkowanego asortymentu. Nakłady związane z pozyskaniem, obecnością i wykorzystaniem elastyczności pomniejszają generowane przez nią korzyści.

Najogólniej rzecz ujmując, wartość elastyczności decyzyjnej w projekcie inwestycyjnym można określić jako różnicę pomiędzy generowanymi przez nią korzyściami a nakładami niezbędnymi do pozyskania, utrzymania i wykorzystania stworzonych możliwości i działań. Problem oszacowania ekonomicznej efektywności elastyczności decyzyjnej na moment wyceny można sprowadzić do prostego schematu (zob. rysunek 1.2), w którym możliwe są dwa ogólne scenariusze: pierwszy z nich (czerwona ramka), zakładający pozyskanie elastyczności, i drugi – zakładający realizację projektu bazowego (ramka zielona). Górna gałąź drzewa w pierwszym scenariuszu to sytuacja, w której elastyczność została pozyskana do projektu, a następnie wykorzystana. Decyzja o wykorzystaniu elastyczności (np. zwiększeniu mocy produkcyjnych, wejściu na nowy rynek itp.) może zależeć od zmiennej decyzyjnej (np. wielkość popytu, poziom cen lub kosztów) lub może być oparta na doświadczeniu menedżera.

Rysunek 1.2 Ekonomiczna efektywność elastyczności decyzyjnej na moment wyceny



Źródło: opracowanie własne.

Na etapie planowania zazwyczaj określa się prawdopodobieństwo skorzystania z elastyczności. Wynik na tym działaniu, opisany równaniem z górnej gałęzi rysunku, może być – w zależności od wartości korzyści z zarządzania elastycznym projektem – dodatni lub ujemny. Przygotowane możliwości i potencjalne działania nie zawsze muszą być wykorzystywane. Przy spadku popytu lub niepowodzeniu programu pilotażowego racjonalnie działający menedżer nie będzie forsował

dalszych inwestycji, a raczej skupi się na minimalizacji strat. W tym wypadku wynikiem będzie wartość projektu bazowego pomniejszona o nakłady na pozyskanie i utrzymanie elastyczności.

Przy podejmowaniu decyzji konieczne jest oszacowanie prawdopodobieństwa wykorzystania elastyczności i sytuacji, w której nie zostanie ona spożytkowana. Wymnożenie wartości wynikowych z obu sytuacji przez przyporządkowane im prawdopodobieństwa wyznaczy oczekiwaną wartość projektu z elastycznością (czerwona ramka). Jeżeli otrzymana w ten sposób wartość jest większa od oczekiwanej wartości projektu bez elastyczności (ramka zielona), oznacza to, że opłacalne jest stworzenie dodatkowych, alternatywnych scenariuszy rozwoju, co jest równoznaczne z pozyskaniem elastyczności.

Należy podkreślić, że wartość projektu, nakłady na pozyskanie, utrzymanie i wykorzystanie elastyczności i korzyści wynikające z elastyczności, jak i prawdopodobieństwa wykorzystania elastyczności są wartościami prognozowanymi, w większości obciążonymi ryzykiem.

Kreowanie możliwości inicjowania i dokonywania zmian adekwatnych do nowych sytuacji, a więc istnienie alternatywnych scenariuszy zarządzania powoduje, że ocena efektywności inwestycji staje się jeszcze bardziej złożona. Należy bowiem rozpatrywać dodatkowo przyszłe, niepewne korzyści wynikające z realizacji elastycznego projektu, prawdopodobieństwo skorzystania z alternatywnych scenariuszy oraz towarzyszące temu nakłady. Ale mimo trudności z szacowaniem tych parametrów to właśnie dzięki właściwemu rozpoznaniu wartości elastyczności decyzyjnej możliwa jest trafna ocena wartości biznesu.

1.2. Geneza i istota opcji realnych

1.2.1. Istota opcji realnych

Przedsiębiorstwa oraz menedżerowie mają do dyspozycji szereg możliwości i sposobów, aby zarządzać efektywnie, realizując przy tym postawiony cel ekonomiczny. Część z tych działań ma charakter gotowego planu uwzględniającego różne, prawdopodobne scenariusze rozwoju sytuacji i zaaranżowaną reakcję zarządzających na czynniki wpływające na wartość inwestycji bądź szerzej – przedsiębiorstwa. Takie działania są określane jako opcje realne.

W literaturze po raz pierwszy termin „opcje realne” został użyty w artykule⁸⁹ opublikowanym przez Stewarta Myersa w 1977 roku, w którym autor zwrócił uwagę na nieadekwatność wyceny inwestycji finansowych za pomocą metod dyskontowych. Jako jeden z pierwszych zwrócił uwagę na fakt, że inwestycje mogą kreować dodatkową wartość, która – podobnie jak możliwość organizacyjnego uczenia się lub elastyczność działania firmy – nie jest brana pod uwagę przy ocenie efektywności. W kolejnych artykułach⁹⁰ Myers zaczął wyceniać także decyzje inwestycyjne i budżety przedsiębiorstw, sugerując, że możliwości uzyskania w przyszłości dodatkowych przepływów pieniężnych za pomocą elastycznych działań powinny być uwzględniane w wycenie. Myers zapoczątkował dynamicznie postępujący rozwój teorii opcji realnych skutkujący pojawieniem się dużej liczby artykułów opisujących przykłady prostych opcji w inwestycjach kapitałowych i metody szacowania ich wartości. W latach 90. ubiegłego wieku rozważania teoretyczne dotyczyły coraz bardziej skomplikowanych problemów wyceny opcji realnych i ewaluowały w spójną, nadającą się do zastosowania w praktyce teorię opisującą zachowania firm w zmiennym otoczeniu, która łączy finanse przedsiębiorstw z zarządzaniem strategicznym i teoriami makroekonomicznymi⁹¹.

Termin „opcja realna” w literaturze przedmiotu jest określany na wiele sposobów. Przykładowo, w nawiązaniu do opcji finansowych, opcje realne można określić jako prawo jej posiadacza do kupna bądź sprzedaży szeroko rozumianych aktywów bazowych (instrumentu podstawowego, którym najczęściej jest projekt inwestycyjny) w określonych rozmiarach, po określonej cenie i w określonym terminie. M. Amram i N. Kalatilaka definiują opcje realne w nawiązaniu do zmienności

⁸⁹ S.C. Myers, *Determinants...*, s. 147–175.

⁹⁰ S.C. Myers, *Finance Theory and Finance Strategy*, *Midland Corporate Finance Journal* 1987, Vol. 5 (1), s. 6–13.

⁹¹ Zob. T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 213.

otoczenia jako prawo do podjęcia w przyszłości działania, którego aktualna wartość, podobnie jak i opcji zakupu lub sprzedaży instrumentu finansowego, jest tym większa, im większe jest ryzyko⁹². Opcjami rzeczowymi nazywa się także korzyści strategiczne, wartości niematerialne lub możliwości inwestycyjne, które dają posiadaczowi opcji prawo do wszystkich przepływów pieniężnych generowanych przez aktywa w całym okresie życia, w zamian za poniesienie określonych nakładów inwestycyjnych⁹³.

Przytoczone definicje pozwalają dostrzec, że opcje realne (a konkretnie metody ich wyceny) umożliwiają obliczenie efektywności finansowej inwestycji rzeczowej wraz z wartością tkwiącą w niej elastyczności⁹⁴ oraz kreowanych przez inwestycję przyszłych możliwości rozwoju, przy zastosowaniu do tego celu teorii wyceny opcji finansowych. Z drugiej strony jest to także sposób myślenia⁹⁵ pozwalający na analizę, formułowanie i aktywne modyfikowanie projektu inwestycyjnego z punktu widzenia związanej z nim niepewności i elastyczności oraz język służący efektywnej i jednoznacznej komunikacji odnośnie do projektów inwestycyjnych⁹⁶.

Wykorzystanie opcji realnych w praktyce rozpoczyna się od identyfikacji elastyczności występującej w projektach inwestycyjnych lub w całej organizacji. Opcje realne, a więc działania służące wykorzystaniu szans, które generuje zmienność otoczenia, są projektowane na podstawie czynników związanych z występującym ryzykiem, charakterystyką projektu i możliwościami organizacyjnymi. J. Mun podaje pięć głównych warunków, które muszą być spełnione, aby opcja rzeczywista miała wartość i mogła być zidentyfikowana⁹⁷:

- występuje niepewność związana z projektem inwestycyjnym;
- niepewność ma wpływ na wartość projektu;
- kadra zarządzająca ma możliwość reakcji na zmiany w fazie realizacji projektu;
- opracowane strategie elastycznej reakcji na zmiany są wiarygodne i wykonalne;
- kadra postępuje racjonalnie w trakcie realizacji strategii elastycznej reakcji.

⁹² M. Amram, N. Kalatilaka, *Real Options, Managing Strategic Investment in an Uncertain World*, Harvard Business School Press, Boston 1999, s. 5.

⁹³ M. Łukaniuk, Z. Wilimowska, *Modele wyceny opcji rzeczowych – modele Blacka–Scholesa*, *Badania Operacyjne i Decyzje* 2005 nr 1, s. 86.

⁹⁴ P. Mielcarz, P. Paszczyk, *Analiza projektów inwestycyjnych w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013, s. 135–163.

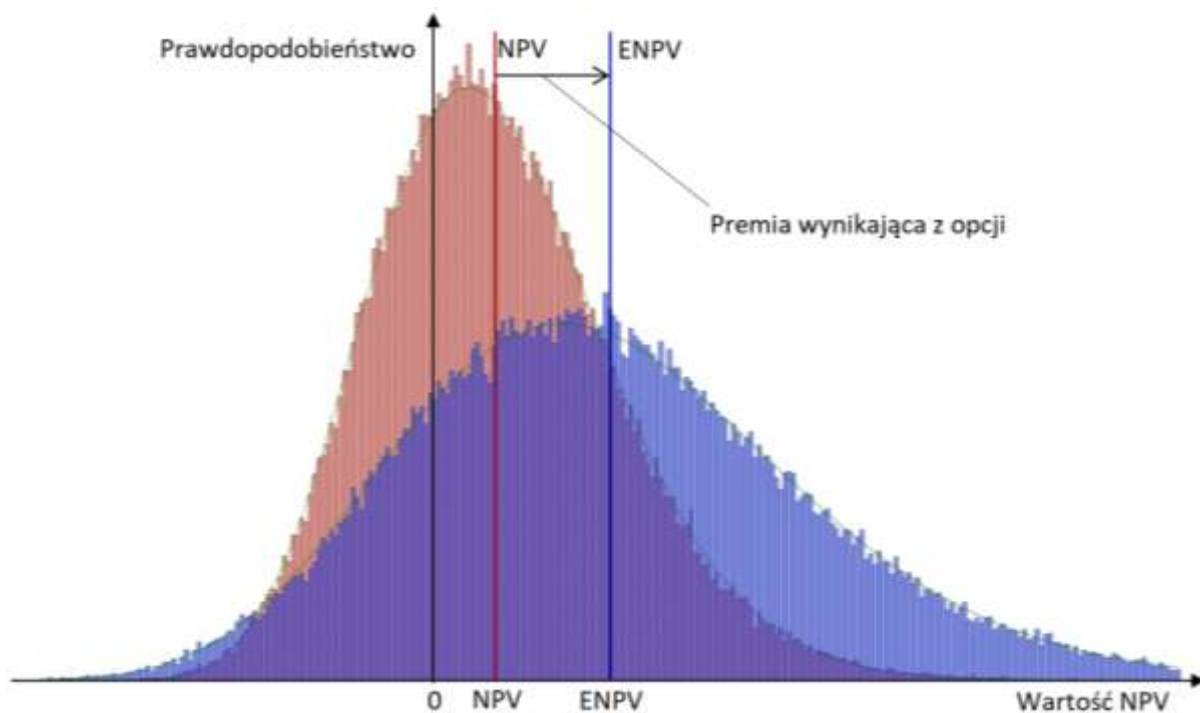
⁹⁵ A. Sus, *Logiki strategicznej opcyjności*, *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu* 2017, nr 496, s. 161–171.

⁹⁶ R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 84.

⁹⁷ J. Mun, *Modelling Risk – Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Forecasting, and Optimization Techniques*, John Wiley & Sons, Hoboken 2006, s. 392.

Dzięki tym warunkom opcje realne można określić jako szczególny rodzaj elastyczności dedykowany zarządzaniu inwestycjami kapitałowymi lub organizacjami gospodarczymi, polegający na wykorzystaniu przygotowanych z góry działań służących reakcji na zmienność otaczającego środowiska. Od właścicieli opcji, czyli najczęściej menedżerów zarządzających projektem, zależy to, czy zostanie ona zrealizowana. Decyzja o tym, czy i w którym momencie wykorzystać potencjalne możliwości, zależy od relacji korzyści wynikających z realizacji możliwości, czyli wykonania opcji do kosztów wykorzystania tych możliwości. Na rysunku (zob. rysunek 1.3) przedstawiono korzyści wynikające z wykorzystania opcji realnych w zarządzaniu projektem.

Rysunek 1.3 Premia wynikająca z opcji realnych



Źródło: opracowanie własne na podstawie L. Trigeorgis, *A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting*, w: E.S. Schwartz, L. Trigeorgis (red.), *Real Options and Investment under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions*, MIT Press, Cambridge 2001, s. 81.

Czerwony symetryczny rozkład wartości NPV projektu odzwierciedla projekt, w którym nie ma możliwości dokonania zmian w trakcie jego realizacji, jego wartość oczekiwana (średnia) jest nazywana wartością statyczną⁹⁸. Rozkład NPV elastycznie zarządzanego projektu został przedstawiony za pomocą niebieskiego wykresu. Kształt obu rozkładów różni się od siebie ze względu na reakcję zarządzających. Po przekroczeniu krytycznych wartości kluczowych dla

⁹⁸ L. Trigeorgis, *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press, Cambridge–London 1996, s. 121–124.

projektu zmiennych zarówno *in plus*, jak i *in minus* następuje realizacja przygotowanego wcześniej działania dostosowawczego. Taka reakcja może przykładowo polegać na zwiększeniu mocy produkcyjnych w okresach dobrej koniunktury lub zabezpieczeniu biznesu przez zmniejszenie skali działania lub całkowite zaprzestanie produkcji, gdy na rynku nie ma popytu. Tego typu działania mają na celu, w zależności od okoliczności, ograniczenie wysokości strat lub maksymalizację korzyści, a więc optymalizację zarządzania projektem w celu osiągnięcia jak najlepszego wyniku ekonomicznego. Oczekiwana wartość ENPV, czyli wartość rozszerzona z rozkładu prawostronnie asymetrycznego (niebieski rozkład) jest większa od statycznej oczekiwanej wartości NPV o premię opcyjną (ROV – Real Option Value). Różnica między wartościami oczekiwanymi obu rozkładów to premia uzyskana za możliwość podjęcia wcześniej zaplanowanych działań dostosowawczych. W literaturze przedmiotu bardzo często, aby podkreślić znaczenie opcji realnych, prezentowana jest sytuacja, w której początkowo nierentowna inwestycja (np. projekt pilotażowy, badanie możliwości wejścia na rynek) po uwzględnieniu wartości opcji realnych staje się ekonomicznie opłacalna⁹⁹.

1.2.2. Klasyfikacja i charakterystyka prostych opcji realnych

Na podstawie właściwości charakteryzujących opcje realne w sytuacjach decyzyjnych można stworzyć klasyfikację, która pomoże identyfikować projekty inwestycyjne z opcjami realnymi w nich zawartymi. L. Trigeorgis¹⁰⁰ wyróżnia trzy główne cechy sytuacji decyzyjnej charakteryzujące związane z nią opcje realne:

- wyłączność prawa do opcji,
- interakcje projektów inwestycyjnych między sobą,
- termin wygaśnięcia decyzji o realizacji projektu inwestycyjnego¹⁰¹.

Niektóre z opcji realnych charakteryzują się współwłasnością jednocześnie wielu posiadaczy, w związku z tym opcje realne można podzielić na:

⁹⁹ Np. L. Trigeorgis, *Real Options and Investment Under Uncertainty: What do We Know?* NBB Working Paper 2002, No. 22, s. 1–29 lub też A. van Puttenlan, I. MacMillan, *Making Real Options Really Work*, Harvard Business Review 2004, s. 1–8.

¹⁰⁰ L. Trigeorgis, *Real Options: Managerial...*, s. 142–145.

¹⁰¹ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 241.

- opcje wyłączne (*proprietary*) – będące w posiadaniu jednego właściciela i wynikające z praw do rzadkich zasobów, takich jak patent, ziemia, złoża itp.; wyłączność może być osiągnięta również z powodu wysokich kosztów wejścia na rynek, bariery technologicznej, a także pozycji rynkowej; opcje wyłączne, z uwagi na wrażliwość wartości oraz na czas trwania opcji i na konkurencję, muszą być dokładnie analizowane;
- opcje dzielone (*shared*) – będące jednocześnie w posiadaniu większej liczby inwestorów, wynikają z konkurencji na rynku; wartość opcji w tym wypadku dzieli się na kilku inwestorów.

Interakcje projektów inwestycyjnych między sobą, a także związane z nimi opcje, mają charakter prosty lub złożony. Jeżeli i projekt, i związane z nim opcje są niezależne od innych projektów, to mamy do czynienia z opcjami prostymi. Jeśli wykonanie opcji stwarza dalsze możliwości inwestycyjne, które mogą być realizowane w zależności od rozwoju sytuacji rynkowej, to mamy do czynienia z opcjami złożonymi i zależnymi od siebie. Takie opcje zbudowane na opcjach mają zazwyczaj większą wartość strategiczną dla firmy, ale są także zdecydowanie trudniejsze do analizy¹⁰².

Opcje realne można podzielić w zależności od terminu wygaśnięcia decyzji o realizacji projektu inwestycyjnego na wygasające oraz na odracalne. Opcje mają charakter wygasający wtedy, gdy czas do ich wygaśnięcia jest określony lub gdy jest on stosunkowo krótki. W przeciwnym wypadku mają one charakter odracalny. Wartość opcji o charakterze odracalnym jest większa od tych o wygasającym charakterze z uwagi na dodatkową wartość wynikającą z możliwości odroczenia wykonania opcji. Przy analizie opcji o odracalnym charakterze trzeba brać pod uwagę wszelkie korzyści i koszty wynikające z opóźnienia inwestycji i porównać je z wartością zaktualizowaną netto natychmiastowego podjęcia realizacji projektu.

W literaturze przedmiotu można spotkać wiele sposobów klasyfikacji opcji realnych¹⁰³, najczęściej sprowadzają się one do wyszczególnienia prostych opcji ze względu na ich specyfikę. Jednym z takich podziałów z podziałem na trzy kategorie jest klasyfikacja oparta na strukturze 7S¹⁰⁴, która grupuje powszechnie występujące proste opcje ze względu na charakter, a także właściwości przez nie reprezentowane. Opcje realne w tej strukturze można podzielić na kategorie i typy:

¹⁰² Tamże, s. 245.

¹⁰³ Np. S. Bruun, P. Bason, *What Are Real Options?*, w: *Real Options Approaches in Venture Capital Finance*, Essay Series, 2001, <http://www.realoptions.dk/pdf/essay3.pdf> (dostęp 18.09.2019 r.) lub też L. Trigeorgis, *Real Options: An Overview*, w: *Real Options and Investment...*s. 103–134.

¹⁰⁴ T.E. Copeland, P.T. Keenan, *How Much Flexibility Is Worth?* The McKinsey Quarterly 1998, No. 2, s. 38–49.

1. Opcja inwestowania lub wzrostu (*invest/grow*):
 - opcje zwiększenia skali działania (*scale up*),
 - opcje wzrostu (*switch up*),
 - opcje rozszerzenia zakresu działania (*scope up*).
2. Opcje opóźnienia realizacji lub przygotowania się (*defer/learn*):
 - opcje opóźnienia realizacji w celu zmniejszenia niepewności lub zebrania doświadczeń (*study/start*).
3. Opcje zmniejszenia bądź zaprzestania działalności (*disinvest/shrink*):
 - opcje zmniejszania skali działania (*scale down*),
 - opcje przełączania (*switch down*),
 - opcje zawężania zakresu (*scope down*).

Zaprezentowany podział na trzy wyróżnione kategorie jest intuicyjny ze względu na kierunek podejmowanych działań, a także pokrywa się z metodami wyceny opcji realnych opartymi na wycenie opcji finansowych. Opcje inwestowania lub wzrostu, podobnie jak opcje opóźnienia realizacji lub przygotowania się, wycenia się podobnie do finansowej opcji kupna, opcje zmniejszenia bądź zaprzestania działalności – podobnie do finansowej opcji sprzedaży. W kategorii „opcje inwestowania lub wzrostu” oraz „opcje opóźnienia realizacji lub przygotowania” zawarte są opcje, których charakterystyczną cechą jest działanie polegające na „zakupie” możliwości modyfikacji realizacji projektu, by wykorzystać zmienność otoczenia inwestycji dla przyszłego zwiększenia jego wartości.

Opcja elastycznego modyfikowania skali i zakresu działania do zmiennych warunków rynkowych jest jedną z podstawowych możliwości, którą firma może samodzielnie zbudować przez świadome dopasowanie zarządzania, wykorzystywanej technologii i innych zasobów firmy¹⁰⁵. Opcja zwiększenia skali działania, np. w przemyśle wydobywczym, to organizacyjne przygotowanie do zwiększenia wydobycia wraz ze wzrostem popytu lub cen wydobywanego minerału. Tego rodzaju opcje występują wszędzie tam, gdzie występuje sezonowość, a więc także w produkcji i sprzedaży dóbr konsumpcyjnych, usługach i turystyce. Bardzo podobną charakterystykę ma opcja

¹⁰⁵ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 235; G. Benitez, M. Lima, *The Real Options Method Applied to Decision Making – An Investment Analysis*, Brazilian Journal of Operations & Production Management 2019, Vol. 16 (4), s. 562–571.

rozszerzenia zakresu działania, z tą różnicą, że ewentualnym zmianom będzie podlegał np. rodzaj wytwarzanych produktów lub też rynek ich zbytu.

Opcja wzrostu związana jest z bazowym, początkowym projektem inwestycyjnym, którego realizacja otwiera możliwość realizacji kolejnych inwestycji wykorzystujących wyniki i doświadczenie wynikające z projektu bazowego. W zależności od wyników osiągniętych podczas realizacji projektu bazowego podejmowane są nowe inwestycje, które mają umożliwić np. wzrost produkcji, sprzedaży udziału w rynku lub wprowadzenie na rynek nowego produktu. Z opcjami wzrostu mamy do czynienia najczęściej w innowacyjnych przedsięwzięciach¹⁰⁶, w inwestycjach infrastrukturalnych i w działalności R&D (gdy np. nakłady na rozwój innowacyjnych technologii mogą w przyszłości dać przewagę nad konkurencją na rynku). Często realizacja projektu bazowego wiąże się z ujemną wartością NPV i jest traktowana jako nabycie opcji wzrostu, której potencjalnymi przyszłymi korzyściami może być realizacja następnego, bardziej efektywnego ekonomicznie projektu, który zrekompensuje stratę na inwestycji bazowej¹⁰⁷.

Opcja odłożenia realizacji projektu ma na celu umożliwienie lepszego poznania zmieniających się warunków otoczenia, co ma zmniejszyć podejmowane ryzyko inwestycyjne. Może też służyć zebraniu doświadczeń umożliwiających efektywne zarządzanie projektem. W każdym z tych przypadków pozwala to pewniej zdecydować o podjęciu bądź kontynuowaniu inwestycji w sprzyjających warunkach lub jej zaniechaniu w przeciwnym wypadku. Powstrzymując się od inwestowania, inwestor ponosi koszt utraconych korzyści w związku z brakiem decyzji o realizacji projektu, jednak cały czas ma możliwość uzyskania NPV i dodatkowej, wynikającej z odsunięcia realizacji inwestycji w czasie, premii w przyszłości¹⁰⁸. Opcja odłożenia realizacji projektu w czasie jest szczególnie wartościowa, gdy istnieje duża niepewność związana z przyszłymi przepływami, oraz wówczas, gdy na rynku panują niekorzystne warunki (np. mały popyt, niska cena), a firma ma prawa (np. patent, koncesję na wydobycie minerałów) lub możliwości realizacji projektu inwestycyjnego (np. doświadczenie, markę, znaczny udział w rynku)¹⁰⁹.

¹⁰⁶ Np. S. Yashin, N. Yashina, E. Koshelev, *Management of Regional Corporate Innovation Projects Using Compound Real Options*, International Journal of Organizational Leadership 2019, Vol. 8 (2), s. 22–36.

¹⁰⁷ J. Mizerka, *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie efektywności inwestycji*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2005, s. 68.

¹⁰⁸ Tamże, s. 63.

¹⁰⁹ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 231.

Wartość opcji opóźnienia jest bardzo wrażliwa na działania konkurencji. Nawet jeśli podmiot rozpatrujący możliwość podjęcia inwestycji ma wyłączność na wyniki przeprowadzonych działań inwestycyjnych, to horyzont czasowy takiej opcji jest ograniczony. Przykładem mogą tu być patenty, które dają wyłączność na korzystanie z określonej technologii. Wraz z upływem czasu i rozwojem w danej dziedzinie patent może stracić na wartości, a nawet stać się bezwartościowy (wartość opcji opóźnienia równa 0). Przykładem opcji opóźnienia może być sytuacja, w której właściciel koncesji na wydobycie złóż surowca mineralnego ma prawo do kupna złóż pod warunkiem, że poniesie koszty ich zagospodarowania. Właściciel koncesji może odroczyć proces kupna i eksploatacji do czasu wzrostu cen surowca. Oczekiwany koszt wydobycia minerału ze złóża można traktować jako cenę wykonania opcji kupna. W metodach oceny efektywności inwestycji opartych na zdyskontowanych przepływach pieniężnych konieczna jest natychmiastowa decyzja o akceptacji bądź odrzuceniu projektu¹¹⁰, więc możliwość opóźnienia momentu wyboru (i pozyskania dodatkowych informacji, uczenia się organizacji) jest niezwykle korzystna dla decydentów. W praktyce opcja opóźnienia realizacji projektu jest opcją najczęściej wykorzystywaną, występującą w większości inwestycji kapitałowych.

Opcja zaprzestania działalności to prawo do rezygnacji z dalszej eksploatacji projektu w sytuacji, kiedy nastąpi wyraźne i długotrwałe pogorszenie sytuacji rynkowej¹¹¹. Inwestor może wówczas przerwać działalność i zrealizować wartość likwidacyjną. Ustalenie optymalnego czasu zaprzestania działalności wymaga wzięcia pod uwagę wartości likwidacyjnej projektu inwestycyjnego, obecnych strat generowanych z działalności i możliwości osiągnięcia zysków w przyszłości¹¹². Opcja zaprzestania działalności jest nieodwracalna, dlatego czasami, w zależności od specyfiki prowadzonej działalności, opłacalne jest utrzymywanie nierentownej produkcji w oczekiwaniu na przyszłe korzyści. Ma to związek z tym, że wartość likwidacyjna często jest niższa od wartości odtworzeniowej, która oprócz wartości środków trwałych powinna zawierać także koszty zatrudnienia i wyszkolenia personelu, wypracowanie standardów organizacyjnych i wiele innych. Opcja zaprzestania działalności ogranicza negatywny wpływ niepewności przez ustalenie najgorszego rezultatu realizacji projektu na poziomie jego wartości likwidacyjnej. Firma wykorzystuje zatem możliwość osiągnięcia zysków przez całkowite ograniczenie ewentualnych strat

¹¹⁰ Tamże, s. 232.

¹¹¹ J. Mizerka, *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie...*, s. 66.

¹¹² T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 236.

do ustalonego i znanego poziomu¹¹³. W praktyce tego typu opcją może być wykorzystanie leasingu operacyjnego lub innych form najmu bądź zakupu środków produkcji, pozwalających na zaprzestanie działalności z towarzyszącymi temu relatywnie niskimi kosztami¹¹⁴. Opcje rezygnacji mogą być użyte w projektach wymagających dużych nakładów inwestycyjnych, na przykład w przemyśle lotniczym, w inwestycjach infrastrukturalnych, a także przy wprowadzaniu nowego produktu na rynek.

Opcje przełączania (*switch*) związane są z elastycznością zmiany asortymentu produkcji lub elastycznością całego procesu produkcyjnego. W związku z tym dzieli się je na:

- opcje przełączania wejść (*switch input*),
- opcje przełączania wyjść (*switch output*).

Opcje przełączania wejść polegają wcześniejszym, świadomym stworzeniu możliwości zmiany stosowanego do produkcji materiału, w zależności od relacji cen i popytu, pozwalając na elastyczną adaptację do warunków rynkowych. Przedsiębiorstwo może sobie stworzyć taką opcję przez instalacje odpowiednich aktywów umożliwiających przełączanie między różnymi materiałami wejściowymi. Taka opcja ma sens tylko wtedy, gdy ceny materiałów są skorelowane ujemnie.

Opcje przełączania wyjść mogą polegać na możliwości produkcji wyrobów za pomocą tych samych aktywów. Niepewność związana z ceną i popytem jest neutralizowana przez większy asortyment możliwych do wyprodukowania wyrobów, co pomaga osiągać oczekiwaną efektywność. Podobnie jak w opcji przełączania wejść, ważna jest ujemna korelacja produktów. Przykładem opcji przełączania może być utrzymywanie szerokiej gamy dostawców i dystrybutorów oraz ewentualny wybór między nimi, możliwość przeniesienia produkcji z jednej lokacji do drugiej. Opcję przełączania często spotyka się w branżach charakteryzujących się szybkim postępem, a także w sektorze energetycznym.

¹¹³ Tamże..., s. 236.

¹¹⁴ R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s., 81.

1.2.3. Opcje złożone

W praktyce proste opcje realne występują często w kombinacjach, w których zachodzą zależności pomiędzy nimi (opcje współzależne) lub występuje wiele źródeł niepewności¹¹⁵. Istnieją dwa podstawowe rodzaje interakcji, które mogą zachodzić między różnymi opcjami:

1. Opcje alternatywne, inaczej opcje wykluczające się. Są to kombinacje opcji *call* i *put*, które umożliwiają z jednej strony wykorzystanie istniejących szans, z drugiej ograniczają ewentualne straty. W większości wypadków zrealizowanie jednej z nich oznacza, że wykorzystanie wartości tkwiącej w innych nie będzie już możliwe¹¹⁶. Opcje takie są trudne do analizowania z uwagi na fakt, że występują wzajemne powiązania, a suma wartości kombinacji kilku opcji zawartych w jednym projekcie inwestycyjnym będzie mniejsza od sumy wartości opcji rozpatrywanych osobno¹¹⁷.
2. Opcje sekwencyjne, a więc występujące jedna po drugiej, które są obecne zazwyczaj w projektach podzielonych na fazy. W czasie realizacji inwestycji po wykonaniu jednej opcji otwiera się możliwość wykorzystania kolejnej (opcja wystawiona na opcję). Instrumentem bazowym dla danego etapu jest wartość korzyści z tego etapu powiększona o wartość projektu z następnego etapu traktowanego jako opcja. Przy ustalaniu wartości projektu z następnego etapu uwzględniana jest wartość opcji, odzwierciedlająca wartość projektu z kolejnego etapu. Ceną wykonania w danym etapie jest w tym wypadku nakład inwestycyjny niezbędny do realizacji¹¹⁸.

Oprócz opcji współzależnych występują także opcje złożone, w których niepewność wynika z istnienia wielu źródeł ryzyka. Są to opcje wieloczynnikowe, zwane tęczowymi (*rainbow options*). Ze względu na złożoność procesów gospodarczych i występowanie nawet w prostych inwestycjach

¹¹⁵ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 230.

¹¹⁶ Tamże..., s. 83.

¹¹⁷ Addytywność opcji zależy między innymi od wartości parametrów opcji. Zjawiska addytywności, synergii i kanibalizacji wartości składanych opcji uzależnione są także od charakteru opcji realnych występujących w projekcie. Przykładowo w przypadku dwóch opcji wzrostu ustanowionych na tym samym projekcie inwestycyjnym i zależących od tych samych czynników obarczonych ryzykiem może istnieć duże prawdopodobieństwo wykonania tylko jednej z nich. Zmniejsza to sumę, złożenie obu opcji rozpatrywanych równocześnie nie zmniejszając ich wartości rozpatrywanych osobno.

¹¹⁸ J. Mizerka, *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie...*, s. 69.

wielu źródeł ryzyka, opcje wieloczynnikowe spotykane są w większości praktycznych przypadków. Przykładem opcji tęczącej może być działalność R&D, a konkretniej możliwość wprowadzenia na rynek nowego produktu, gdzie zmiennymi wpływającymi na jej wartość będzie cena i wielkość popytu. W górnictwie będzie to koncesja na wydobycie – wartość opcji będzie zależna od ceny minerału i wielkości złoża¹¹⁹.

Opcje etapowej realizacji są na ogół opcjami złożonymi występującymi wówczas, gdy czas ponoszenia wydatków inwestycyjnych da się podzielić na etapy. Etapy te tworzą opcje kontynuacji bądź przyspieszenia przy korzystnej sytuacji rynkowej lub zwolnienia bądź zaprzestania inwestowania – przy niekorzystnej. Wartość opcji etapowej realizacji polega na dostosowaniu długotrwałego procesu inwestycyjnego do aktualnych warunków panujących na rynku. Charakterystycznymi cechami projektów zawierających te opcje jest ponoszenie wydatków inwestycyjnych w określonej sekwencji – najczęściej technologicznie określona szybkość, z jaką inwestycja może być realizowana, determinująca długość czasu realizacji inwestycji oraz brak wpływów przed ostatecznym zakończeniem realizacji inwestycji¹²⁰. Z reguły opcje te występują w dużych i przez to długotrwałych projektach inwestycyjnych, takich jak inwestycje infrastrukturalne, duże przedsięwzięcia budowlane oraz z przedsięwzięcia o dużym stopniu ryzyka, składające się z wielu faz.

¹¹⁹ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 238.

¹²⁰ Tamże, s. 234.

Rozdział 2. Metody wyceny opcji realnych

2.1. Założenia metod stosowanych do wyceny opcji realnych

2.1.1. Analogie pomiędzy opcjami realnymi a finansowymi

Wśród różnorodnych instrumentów pochodnych, będących przedmiotem obrotu giełdowego i pozagiełdowego, wyróżnia się kontrakty opcyjne. Opcja jest instrumentem finansowym o niesymetrycznym profilu wypłaty, dającym prawo zakupu lub sprzedaży instrumentu bazowego, po ustalonej cenie, zwanej ceną wykonania opcji, w ustalonym okresie, zwanym terminem wykonania opcji¹²¹. Instrumentem lub też aktywem bazowym będącym przedmiotem takiego kontraktu są zazwyczaj akcje przedsiębiorstw (opcje kapitałowe) lub w przypadku opcji niekapitałowych (*non-equity options*) np. waluty, obligacje rządowe bądź towary (*physical options*) oraz indeksy giełdowe (*index options*) lub inne instrumenty pochodne (*futures, swap options*). Kupujący opcję (nabywca opcji – *option buyer*) zapewnia sobie, za stosunkowo niewielką kwotę zwaną premią (*option premium*), prawo do kupna lub sprzedaży w przyszłości określonego instrumentu bazowego po z góry określonej cenie. Strona przyznająca to prawo nazywana jest sprzedawcą opcji lub wystawcą (*option seller, option writer, option maker*)¹²². Inwestor, kupując opcje, zajmuje tzw. długą pozycję (*long position*), druga strona transakcji, sprzedający, zajmuje krótką pozycję (*short position*). Istota opcji finansowych polega na umowie, w wyniku której jedna ze stron zyskuje prawo do realizacji określonej transakcji w przyszłości (po uzyskaniu dostępnych w przyszłości informacji dotyczących zmian ceny instrumentu bazowego). a druga ma obowiązek jej dopełnienia¹²³.

Opcje finansowe, podobnie jak realne, można podzielić na dwa podstawowe rodzaje: opcje kupna (*call options*) i opcje sprzedaży (*put options*). Kontrakty opcyjne zawierane są na określoną z góry cenę, po której posiadacz opcji może nabyć lub sprzedać dany walor. Cena ta nazywana jest ceną realizacji lub ceną wykonania (*exercise price, strice price*). Każda opcja ma również z góry ustalony termin, w którym może być zrealizowana, nazywany datą wygaśnięcia opcji (*expiration date, maturity date*). Opcja, która może być zrealizowana tylko w dniu wygaśnięcia,

¹²¹ K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje...*, s. 187.

¹²² C.W. Smithson, C.W. Smith, D.S. Wilford, *Zarządzanie ryzykiem finansowym*, Dom wydawniczy ABC, Kraków 2000, s. 353.

¹²³ M. Brach, *Real Options in Practice*, John Wiley & Sons, New York 2002, s. 1.

nazywana jest opcją europejską. W odróżnieniu od niej istnieje również opcja amerykańska, która, poza możliwością zrealizowania w terminie wygaśnięcia, daje również prawo do realizacji wcześniejszej¹²⁴.

Wartość opcji uzależniona jest od pięciu podstawowych parametrów¹²⁵ oraz dywidendy:

- S – cena aktywów bazowych (np. zakup akcji, na których wystawiona jest opcja),
- X – cena realizacji opcji,
- T – czas pozostały do wygaśnięcia opcji,
- σ (σ^2) zmienność (wariancja) wartości aktywów bazowych, mająca odzwierciedlać ryzyko,
- r – stopa procentowa wolna od ryzyka, y – wysokość dywidendy wypłacanej z instrumentu bazowego. Wpływ poszczególnych parametrów na wartość opcji kupna i sprzedaży został

opisany w tabeli (zob. tabela 2.1).

Tabela 2.1 Wpływ podstawowych czynników na wartość opcji

Parametr	Opcja kupna	Opcja sprzedaży
Cena aktywów bazowych	Wzrost ceny aktywów bazowych zwiększa wartość opcji	Wzrost ceny aktywów bazowych zmniejsza wartość opcji
Cena realizacji opcji	Im wyższa cena realizacji opcji, tym niższa wartość opcji	Im wyższa cena realizacji opcji, tym wyższa wartość opcji
Czas pozostały do wygaśnięcia opcji	Zwiększenie długości okresu do terminu wygaśnięcia opcji zwiększa wartość opcji	Zwiększenie długości okresu do terminu wygaśnięcia opcji zwiększa wartość opcji
Zmienność wartości aktywów bazowych	Duża zmienność wartości aktywów bazowych zwiększa wartość opcji	Duża zmienność wartości aktywów bazowych zwiększa wartość opcji
Stopa procentowa wolna od ryzyka	Wzrost stopy procentowej wolnej od ryzyka zwiększa wartość opcji	Wzrost stopy procentowej wolnej od ryzyka zmniejsza wartość opcji
Dywidenda	Wzrost dywidendy powoduje spadek wartości opcji	Wzrost dywidendy powoduje wzrost wartości opcji

Źródło: opracowanie własne na podstawie K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje...*, s. 189-190.

Wyceny kontraktów opcyjnych dokonuje się przy wykorzystaniu opisanych powyżej parametrów za pomocą analitycznego modelu Blacka-Scholesa¹²⁶ lub drzew dwumianowych¹²⁷. Wymienione metody zostaną szczegółowo scharakteryzowane w rozdziale 2.2.

Na wartość opcji składają się wartość wewnętrzną (*intrinsic value*) i wartość zewnętrzną, zwana też czasową, czyli cena czasu (*time value*)¹²⁸. Opcja może posiadać wartość wewnętrzną, gdy

¹²⁴ R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 40.

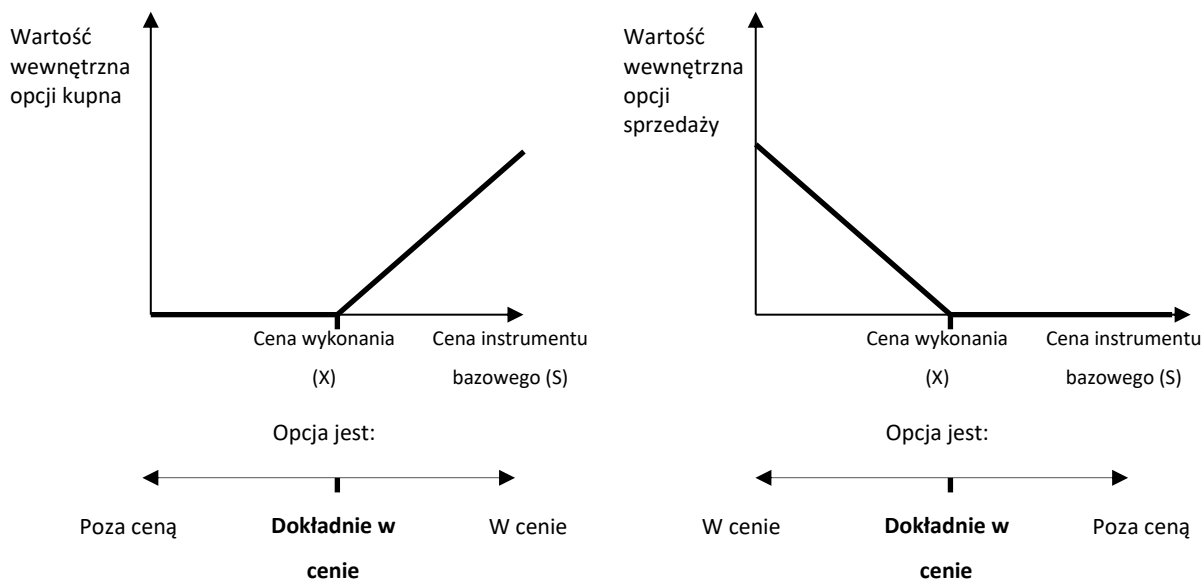
¹²⁵ Tamże, s. 41. W przypadku opcji akcyjnych powinno się uwzględniać także wpływ dywidendy na wartość opcji.

¹²⁶ F. Black, M. Scholes, *The Pricing of Options...*, s. 637–654.

¹²⁷ J. Cox, S. Ross, M. Rubinstein, *Option Pricing...*, s. 229–263.

cena aktywa bazowego jest wyższa niż cena wykonania w przypadku opcji kupna lub cena akcji jest niższa niż cena wykonania w przypadku opcji sprzedaży¹²⁹. Wartość opcji kupna w momencie wygaśnięcia można zapisać jako $C = \max(0; S-X)$, natomiast wartość opcji sprzedaży w momencie wygaśnięcia wynosi $P = \max(0; X-S)$. Zależność wartości wewnętrznej opcji od ceny instrumentu bazowego została przedstawiona na rysunku (zob. rysunek 2.1).

Rysunek 2.1 Zależność wartości wewnętrznej opcji od ceny instrumentu bazowego



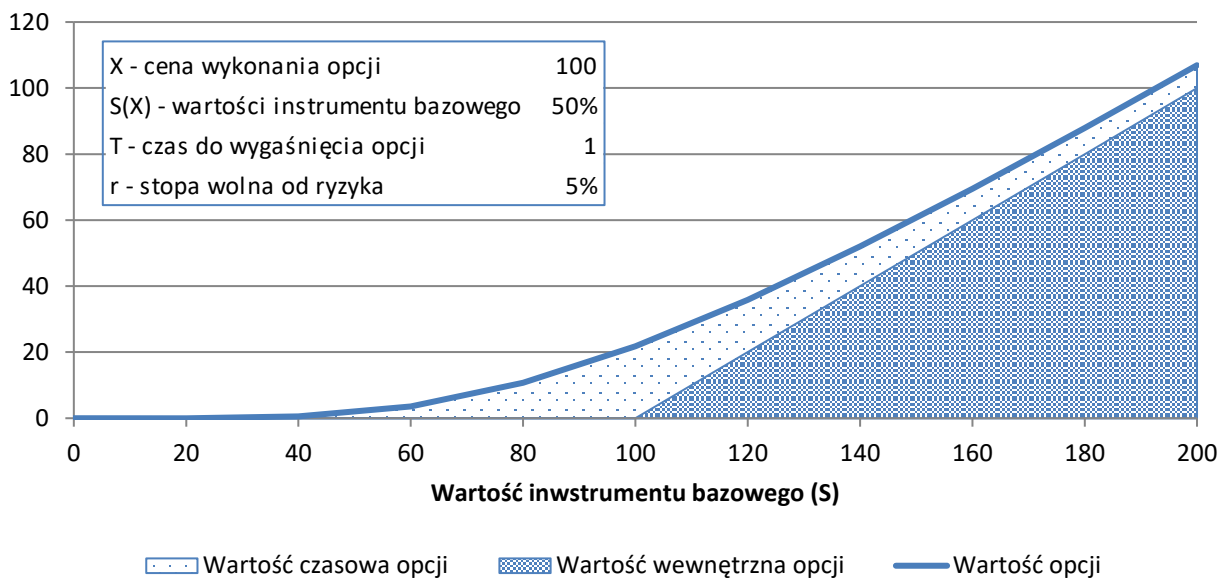
Źródło: T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 209, rys. 4.1.

W zależności od relacji aktualnej ceny wykonania opcji do ceny instrumentu bazowego opcja może przyjąć trzy zasadnicze stany. Dla opcji kupna, gdy cena instrumentu bazowego (S) jest niższa od ceny wykonania (X), opcja jest poza ceną (*out of the money*), realizacja opcji jest wtedy nieopłacalna. Gdy $S = X$, czyli ceny instrumentu bazowego i wykonania opcji są równe, opcja jest dokładnie w cenie (*at the money*) i ma zawsze zerową wartość. Dla posiadacza opcji najlepszą sytuacją jest, gdy cena instrumentu bazowego jest wyższa niż cena wykonania. O opcji w tym wypadku mówi się, że jest w cenie (*in the money*). Wykonanie opcji w tym stanie przyniesie wartość równą jej aktualnej wartości wewnętrznej. W przypadku opcji sprzedaży zależności podane wyżej są odwrotne. Na całkowitą wartość opcji, oprócz wartości wewnętrznej, składa się także jej wartość czasowa (zob. rysunek 2.2).

¹²⁸ K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje...*, s. 187.

¹²⁹ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 208.

Rysunek 2.2 Związek wartości opcji z wartością wewnętrzną i czasową na przykładzie europejskiej opcji kupna



Źródło: opracowanie własne na podstawie: T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 209, wykres 4.1.

Jeżeli do momentu wygaśnięcia opcji pozostaje jeszcze jakiś czas, to wartość opcji na ogół jest wyższa od jej wartości wewnętrznej. Opisana nadwyżka wynika z możliwości korzystnych dla posiadacza zmian ceny instrumentu bazowego przed wykonaniem opcji¹³⁰. Wartość czasowa ulega zmniejszeniu wraz z upływem czasu i coraz bardziej zbliża się do wartości opcji w momencie wykonania, a więc jej wartości wewnętrznej. Największą wartość czasową mają opcje znajdujące się dokładnie w cenie. W zaprezentowanym na rysunku przypadku wartość czasowa osiągnie wartość maksymalną dla wartości instrumentu bazowego równej 100.

Pomiędzy opcjami finansowymi a opcjami realnymi istnieje analogia. Opcje realne, podobnie jak finansowe, mają asymetryczny charakter, co wynika z prawa właściciela (lecz nie obowiązku) do przedsięwzięcia określonych działań (np. rozpoczęcia lub odroczenia inwestycji) po określonych z góry kosztach (kosztach realizacji opcji), w danym okresie (w czasie trwania opcji)¹³¹. Drugą cechą, która upodobania opcje finansowe i realne są metody stosowane do ich wyceny (tj. model Blacka-Scholesa i drzewa dwumianowe). M.J. Mauboussin definiuje metodę opcji realnych jako aplikację teorii wyceny opcji na rynku finansowym do oceny efektywności rzeczowych projektów

¹³⁰ Zob. J. Mizerka, *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie...*, s.52.

¹³¹ T. Copland, V. Anticarov, *Real Options...*, s. 5.

inwestycyjnych¹³². Konsekwencją przyjętej metodyki wyceny opcji realnych jest konieczność odwzorowania ich charakterystyki za pomocą parametrów opisujących kontrakty opcyjne występujące na regulowanych rynkach. W literaturze¹³³ powszechnie występuje zestawienie porównujące sześć parametrów wyceny opcji finansowych i realnych (zob. tabela 2.2).

Tabela 2.2 Wybrane podobieństwa i różnice między zmiennymi wpływającymi na wartość opcji realnych i finansowych

Opcje realne	Parametr	Opcje finansowe
<ul style="list-style-type: none"> • brak kontraktu opcyjnego, brak transakcji rynkowej • decyzje posiadacza opcji wpływają na jej wartość • brak regulowanego rynku, opcje są nie płynne, np. opcje dzielone z konkurencją nie mogą być przedmiotem obrotu, gdyż ich własność jest z założenia wspólna; w pewnych wypadkach możliwe jest zbycie opcji razem z aktywem bazowym¹³⁴ • w większości wypadków nie ma możliwości przeprowadzenia weryfikacji rynkowej wyceny • zazwyczaj duża skala działania • zazwyczaj opcje złożone, tęcze, współwystępujące lub sekwencyjne, z interakcjami pomiędzy nimi; mogą pojawić się w trakcie realizacji projektu¹³⁵ • zazwyczaj opcje typu amerykańskiego • wypłata z opcji zazwyczaj rozłożona w czasie, termin wypłaty często nie jest precyzyjnie określony¹³⁶ • opcja może nie mieć ustalonej ceny nabycia albo cena ta może być nieznana¹³⁷ • doływ informacji odbywa się w związku z reakcją menedżera i ma charakter punktowy • parametry często nieprecyzyjne, niejednoznaczne, trudne do oszacowania, 	<p>Ogólna charakterystyka</p>	<ul style="list-style-type: none"> • zawarcie kontraktu opcyjnego wiąże się z transakcją między wystawcą oraz nabywcą opcji • brak lub bardzo ograniczone możliwości wpływania przez posiadacza opcji na jej wartość • opcje są zbywalne (bez znacznych kosztów transakcji lub/i bez utraty wartości), są przedmiotem obrotu wtórnego • możliwość rynkowej weryfikacji przeprowadzonej wyceny opcji • stosunkowo nieduża (proporcjonalna) wartość • zazwyczaj proste, pojedyncze opcje, znane od początku • wypłata z opcji jest natychmiastowa • opcja ma znaną cenę pozyskania • ciągły doływ informacji z rynku • precyzyjne, łatwe do oszacowania, obserwowalne parametry wyceny

¹³² M.J. Mauboussin, *Get Real – Using Real Options in Security Analysis*, Frontiers of Finance 1999, Vol. 10, s. 3.

¹³³ Np. R.P. Schweihs, *The Economic Analysis of Real Option Value*, Stock Option Valuation Insights 2016, Autumn, s. 3–10, <http://www.willamette.com/insights/autumn2016.html> (dostęp 18.09.2019 r.).

¹³⁴ L. Trigeorgis, *Real Options: Managerial...*, s. 127–129.

¹³⁵ T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: Meeting the Georgetown Challenge*, Journal of Applied Corporate Finance 2005, Vol. 17 (2), s. 32–51.

¹³⁶ P. Kodukula, C. Papudesu, *Project Valuation Using Real Options: A Practitioner's Guide*, J. Ross Publishing, Fort Lauderdale 2006, s. 5–8.

¹³⁷ Tamże, s. 5–8.

Opcje realne	Parametr	Opcje finansowe
często wtórne, wyznaczone za pomocą proxy ¹³⁸		
Wartość bieżąca przepływów operacyjnych generowanych przez inwestycję (V) <ul style="list-style-type: none"> instrument bazowy nienotowany na rynku (wartość brutto projektu) posiadacz opcji nabywa wartość przyszłych przepływów generowanych przez dany projekt inwestycyjny aktywo bazowe może mieć ujemną wartość¹³⁹ wpływ na wartość mają przepływy pieniężne z inwestycji związane z wieloma czynnikami, np. zarządzaniem, zmiennymi rynkowymi lub konkurencją¹⁴⁰ dyskusyjne zastosowanie geometrycznego ruchu Browna¹⁴¹ możliwa asymetria informacji, możliwy arbitraż 	$V = S$	Cena akcji (S) <ul style="list-style-type: none"> instrument bazowy notowany na rynku (np. akcje, waluty, surowce naturalne) posiadacz opcji po jej zrealizowaniu nabywa wartość rynkową instrumentu bazowego aktywo bazowe nie może osiągać ujemnych wartości wpływ na wartość ma popyt i podaż zmiany cen aktywa bazowego dobrze opisuje geometryczny ruch Browna zazwyczaj brak asymetrii informacji
Nakłady inwestycyjne (I) lub wartość likwidacyjna (V_L) <ul style="list-style-type: none"> cena wykonania (nakłady inwestycyjne niezbędne do przeprowadzenia projektu w przypadku opcji typu <i>call</i> lub wartość możliwa do uzyskania wskutek odsprzedaży, zakończenia projektu itp. w przypadku opcji typu <i>put</i>) wartość często stochastyczna, może być nieznana lub obciążona ryzykiem¹⁴² podjęcie decyzji o wykonaniu opcji nie tworzy natychmiastowych przepływów pieniężnych moment lub okres (opcje amerykańskie) wykonania (zwłaszcza optymalny) bywa nieokreślony¹⁴³ 	$I = V_L = X$	Cena wykonania opcji (X) <ul style="list-style-type: none"> cena wykonania opcji ściśle określona w kategoriach wartości notowanego instrumentu bazowego podjęcie decyzji o wykonaniu opcji prowadzi do natychmiastowych przepływów pieniężnych moment lub okres (opcje amerykańskie) wykonania opcji jest ustalony
Czas do wygaśnięcia możliwości, opcji realnej (T) <ul style="list-style-type: none"> możliwość wystąpienia stosunkowo długiego okresu do momentu wygaśnięcia 	T	Czas do wygaśnięcia opcji (T) <ul style="list-style-type: none"> bardzo krótki czas upływający do momentu wygaśnięcia opcji ściśle określony termin wygaśnięcia

¹³⁸ T. Haahtela, *Sensitivity Analysis for Cash Flow Simulation Based Real Option Valuation*, 15th Annual International Conference on Real Options, June 15–18, 2011, Turku, Finland, <http://ssrn.com/abstract=1864909>.

¹³⁹ T. Haahtela, *Extended Binomial Tree Valuation when the Underlying Asset Distribution Is Shifted Lognormal with Higher Moments*, 10th Annual International Conference on Real Options, New York, USA, 14–17 June 2006, s. 8.

¹⁴⁰ K. Kyläheiko, J. Sandström, V. Virkkunen, *Dynamic Capability View in Terms of Real Options*, International Journal of Production Economics 2002, Vol. 80 (1), s. 65–83.

¹⁴¹ J. Mizerka, *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie...*, s. 112–123. Np. w długim terminie postuluje się o GBM z powrotem do średniej. Zob. D. Laughton, H. Jacoby, *Reversion, Timing Options, and Long-Term Decision-Making*, Financial Management 1993, Vol. 22 (3), s. 225–240.

¹⁴² R. Pindyck, *Investments of Uncertain Cost*, Journal of Financial Economics 1993, Vol. 34, s. 53–76.

¹⁴³ A. Triantis, *Realizing the Potential of Real Options: Does Theory Meet Practice?*, Journal of Applied Corporate Finance 2005, Vol. 17 (2), s. 8–16.

Opcje realne	Parametr	Opcje finansowe
opcji ¹⁴⁴ <ul style="list-style-type: none"> • Często brak ściśle określonego terminu wygaśnięcia opcji • zazwyczaj mają charakter opcji amerykańskich 		opcji <ul style="list-style-type: none"> • zazwyczaj mają charakter opcji europejskich
Zmienność wartości projektu inwestycyjnego określona wariancją (σ^2) <ul style="list-style-type: none"> • niepewność przyszłych przepływów pieniężnych • może być zmienna w czasie 	σ^2	Zmienność cen akcji określona wariancją (σ^2) <ul style="list-style-type: none"> • niepewność rynku finansowego
Wolna od ryzyka stopa dyskontowa (r_f)	r_f	Wolna od ryzyka stopa dyskontowa (r_f)
Zmniejszenie wartości projektu w wyniku działań konkurencji lub koszt utrzymania opcji (y) <ul style="list-style-type: none"> • wartość opcji może być zależna od działań podejmowanych przez konkurencję np. wprowadzenie nowego produktu na rynek lub niezależna od działań konkurencji np. dzięki ochronie patentowej¹⁴⁵ • koszty utrzymania opcji 	y	Wysokość dywidendy wypłacanej z instrumentu bazowego (y) <ul style="list-style-type: none"> • brak wpływu podmiotów trzecich na wartość opcji • wartość opcji zdeterminowana popytem i podażą na instrument bazowy

Źródło: opracowanie własne na podstawie T. Wiśniewski, Ocena efektywności..., s. 247, tab. 4.1. oraz T. Haahtela, *Differences between Financial Options and Real Options*, Lecture Notes in Management Science 2012, Vol. 4, s. 169–178.

W powyższym zestawieniu (zob. tabela 2.2) przedstawiono porównanie zmiennych wpływających na wartość opcji realnych i finansowych. Każdemu parametrowi stosowanemu w wycenie opcji finansowych przyporządkowany jest adekwatny, mający opisywać wartość opcji realnych.

Cechą odróżniającą opcje rzeczowe od finansowych jest charakter aktywa bazowego, na które wystawiona jest opcja. Powszechnie zakłada się, że istnieje powiązanie ceny aktywa bazowego i wartości strumieni pieniężnych wygenerowanych przez to aktyw. W przypadku opcji realnych będą to przepływy pieniężne wygenerowane przez inwestycję wraz z wartością przyszłych opcji związanych z tym aktywem (wartość brutto projektu inwestycyjnego). Zarządzający, w odróżnieniu od opcji finansowych, może mieć wpływ na wartość aktywa bazowego (projektu) w trakcie jej realizacji, podejmując chociażby działania dostosowawcze, adekwatne do zmieniającego się otoczenia. Wartość inwestycji jest wyznaczana za pomocą metod dyskontowych i podobnie jak cena akcji jest zmienna, przez co parametr ten jest obciążony

¹⁴⁴ Tamże, s. 8–16.

¹⁴⁵ L. Trigeorgis, *Real Options: Managerial...*, s. 127–129.

ryzykiem. W większości metod wyceny opcji realnych przyjmuje się, że zmiana wartości aktywa bazowego (a więc najczęściej projektu inwestycyjnego) jest opisywana geometrycznymi ruchami Browna (GBM)¹⁴⁶.

Podobnie jak opcje finansowe, opcje realne mają asymetryczny charakter. Z tego względu opcja jest wykonywana tylko wtedy, gdy po uzyskaniu dodatkowych informacji lub dzięki innym działaniom (np. badanie otoczenia) mającym na celu ograniczenie niepewności okazuje się, że działania będące reakcją firmy na zmienne otoczenie będą korzystne ekonomicznie. Cenie wykonania opcji w przypadku opcji kupna odpowiada wartość nakładów umożliwiających dokonanie zmiany w inwestycji będącej aktywem bazowym opcji realnej. Jeśli wartość brutto projektu przewyższa wartość nakładów inwestycyjnych, to taka opcja jest opłacalna. W przypadku opcji sprzedaży cenie wykonania opcji odpowiada wartość likwidacyjna lub wartość sprzedaży inwestycji. Taka opcja jest korzystna, gdy wartość likwidacyjna jest wyższa niż korzyści wynikające z realizacji inwestycji. Zgodnie z analogią do opcji występujących na rynku finansowym cena wykonania opcji jest zazwyczaj traktowana jako stała wartość, co eliminuje niepewność związaną z tym parametrem.

Niepewność jest określona przez wariancję lub odchylenie standardowe cen aktywa bazowego. W przypadku opcji realnych będzie to zazwyczaj odchylenie standardowe wartości brutto projektu inwestycyjnego¹⁴⁷. Ponieważ projekt inwestycyjny jest w większości przypadków unikalny (produkt, rynek, technologia, organizacja itp.) i nie jest przedmiotem masowego obrotu, zmienność wartości brutto projektu jest parametrem bardzo trudnym do oszacowania i wymaga często dodatkowych założeń lub uproszczeń.

Czas do wygaśnięcia opcji realnej to okres, na który można odsunąć realizację, likwidację inwestycji lub inne działania dostosowawcze. W przypadku opcji realnych czas życia opcji jest zwykle dłuższy i zazwyczaj przekracza jeden rok. Czas życia opcji ze względu choćby na działania konkurencji czy rozwój technologiczny jest często trudny do oszacowania. Do tego nie jest

¹⁴⁶ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 252. Zastosowanie GBM w wycenie opcji realnych jest dyskusyjne. Możliwe jest zastosowanie także innych form procesów stochastycznych opisujących zmienność instrumentu bazowego, zob. J. Mizerka, *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie...*, s. 112–123.

¹⁴⁷ Możliwe jest także wyznaczenie zmienności na bazie zmiennej proxy (np. podobnego aktywa, zmian cen akcji firmy, sektora lub wiedzy ekspertów). Przydatne są również metody oparte na symulacji Monte Carlo. Zob. M. Pawlak, *Podstawowe metody szacowania zmienności do wyceny opcji realnych*, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia* 2011, nr 37, s. 287–297.

określony formalnie, a wynika z planów działania i ich realizacji lub np. przewidywań reakcji konkurentów.

Konieczność wyznaczenia stopy dyskontowej wolnej od ryzyka wynika z wymagań metod wyceny opcji opierających się na koncepcji portfolio pozbawionego ryzyka lub neutralności wobec ryzyka. Stopa dyskontowa wolna od ryzyka powinna być dobrana do czasu życia opcji. Opcje o dłuższym czasie życia wymagają ustalenia stopy dyskontowej wolnej od ryzyka na podstawie obligacji rządowych o analogicznie odległym terminie wykupu.

Parametrowi dywidendy odpowiada roczny koszt opóźnienia realizacji projektu jako procent wartości projektu brutto. Parametr ten może również zawierać szacunkowy koszt utraty rynku w wyniku działań konkurencji.

Pomimo występowania różnic między opcjami finansowymi i realnymi wynikających z ich istoty, z otoczenia w jakim występują, a także ze sposobu szacowania i interpretacji parametrów ich wyceny, opcje finansowe są bazą dla opcji realnych. Model Blacka-Scholesa, jego pochodne, a także drzewa dwumianowe są powszechnie wykorzystywanymi technikami wyceny opcji realnych. Stosując te metody, przeniesione wprost ze wystandaryzowanego rynku finansowego do „realnej gospodarki”, należy mieć na uwadze, że spełnienie wszelkich towarzyszących im założeń może być niemożliwe. Opcje realne nie są instrumentem finansowym, ale narzędziem umożliwiającym zaprojektowanie, wykorzystanie i skwantyfikowanie elastyczności w projektach inwestycyjnych. Niemal każda z opcji realnych jest unikatowa, przypisana konkretnej inwestycji, a jej wartość zależy od zarządzającego projektem oraz od zmiennych rynkowych. Zastosowanie modeli wyceny opcji finansowych stosowane do wyceny opcji realnych jest zatem trudne i wymaga przyjęcia uogólnień i uproszczeń jeśli chodzi o założenia. Co więcej, bezpośrednie przeniesienie parametrów opisujących opcje finansowe do wyceny opcji realnych jest niemal niemożliwe. Pomimo zastosowanych uproszczeń¹⁴⁸ szacowanie kluczowych zmiennych jest problematyczne i często obarczone niedopasowaniem metody do charakterystyki opcji realnych¹⁴⁹.

¹⁴⁸ Np. przyjęcia koncepcji MAD (*market asset disclaimer*), która opiera się na założeniu, że najlepszym aktywem bliźniaczym planowanego projektu jest sam projekt, zob. T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: A Practitioner's Guide...* s. 94–95.

¹⁴⁹ Analogia ta, mimo trudności w określaniu parametrów i restrykcyjnych założeń metod wyceny, jest powszechnie znana i stosowana, zob. T. Wiśniewski, *Trudności zastosowania metod opcyjnych...*, s. 177–178.

2.1.2. Podstawowe założenia wyceny opcji realnych

Wartość opcji w momencie wygaśnięcia jest łatwa do ustalenia. Dla nabywcy i sprzedawcy opcji najważniejsze jest jednak to, ile dana opcja jest warta w momencie, gdy pozostał jeszcze czas do jej wygaśnięcia ($T > 0$). Przed przystąpieniem do wyceny warto przeanalizować graniczne wartości¹⁵⁰, jakie opcja może przyjąć. Warunki brzegowe dla wartości opcji przeanalizował po raz pierwszy Robert Merton w 1973 roku¹⁵¹ i wyglądają one następująco:

1. Wartość opcji nie może być ujemna.
2. W dniu wygaśnięcia opcja zakupu (zarówno amerykańska, jak i europejska) może być warta maksymalnie $S - X$ (gdy $S > X$) lub 0. Podobnie opcje sprzedaży (europejska i amerykańska) w dniu wygaśnięcia są warte maksymalnie $X - S$ (gdy $S < X$) lub 0.
3. W każdej chwili przed datą wygaśnięcia musi istnieć możliwość sprzedaży opcji amerykańskiej po cenie równej co najmniej różnicy między ceną aktywów bazowych a ceną realizacji.
4. Opcja amerykańska o dłuższym czasie do wygaśnięcia jest warta co najmniej tyle, ile identyczna opcja o krótszym okresie do wygaśnięcia.
5. Opcja amerykańska jest warta co najmniej tyle, ile identyczna opcja europejska, daje ona bowiem te same prawa, a także dodatkowo możliwość wcześniejszej realizacji.
6. Opcja kupna z niższą ceną realizacji jest warta co najmniej tyle, ile identyczna opcja z wyższą ceną realizacji.
7. Opcja kupna nie może być warta więcej niż aktywo bazowe, na jakie jest wystawiona.
8. Opcja jest bezwartościowa, gdy aktywo bazowe jest bezwartościowe.
9. Wartość opcji kupna (gdy aktywo bazowe nie płaci dywidendy) wynosi przynajmniej tyle, ile cena aktywa bazowego pomniejszona o zdyskontowaną cenę realizacji opcji.
10. Amerykańska opcja kupna (gdy aktywo bazowe nie płaci dywidendy) nie powinna być nigdy zrealizowana przed dniem wygaśnięcia i w związku z tym jej wartość jest identyczna, jak takiej samej opcji europejskiej.
11. Jeśli aktywa bazowe płacą dywidendę przedterminową, realizacja amerykańskiej opcji kupna może być opłacalna.

¹⁵⁰ Graniczne wartości opcji opracowane na podstawie R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 44–50. Więcej o granicznych wartościach opcji można znaleźć w J. Różański, *Inwestycje rzeczowe i kapitałowe*, Difin, Warszawa 2006, s. 316–320.

¹⁵¹ R. Merton, *Theory of Rational Option Pricing*, Bell Journal of Economics and Management Sciences 1973, September, s. 55–61.

12. Wartość opcji kupna o nieskończonym czasie do wygaśnięcia (gdy aktywo bazowe nie traci wartości) jest równa wartości aktywa bazowego.
13. Parytet opcji sprzedaży i kupna, czyli relacja istniejąca pomiędzy dwiema opcjami na to samo aktywo bazowe o identycznym czasie do wygaśnięcia oraz cenie realizacji określa wartość europejskiej opcji sprzedaży jako europejskiej opcji kupna, pomniejszoną o cenę aktywów bazowych, a powiększoną o zdyskontowaną cenę realizacji opcji.

Wycena opcji realnych jest oparta na trzech głównych założeniach, tj. na założeniu o zupełności rynku finansowego¹⁵² (*market completeness*), o braku arbitrażu oraz o addytywności wartości.

Rynek zupełny to rynek, na którym płatności generowane przez każdy z instrumentów można przedstawić jako liniową kombinację płatności generowanych przez pozostałe instrumenty dostępne na rynku. Wynika z tego, że jeżeli rynek jest zupełny, to istnieje możliwość zastąpienia dowolnej ilości każdego instrumentu finansowego za pomocą innych instrumentów dostępnych na tym rynku¹⁵³. Konsekwencją zupełności rynku finansowego (a więc m.in. jego doskonałej płynności i braku kosztów transakcyjnych oraz podatków) jest jego równowaga, co przekłada się na brak możliwości arbitrażu (obowiązuje prawo jednej ceny). Oznacza to, że wszystkie instrumenty finansowe generujące takie same zwroty mają taką samą wartość, co uniemożliwia niespekulacyjny transfer kapitału z jednego rynku na drugi, wykorzystujący różnice cenowe między instrumentami finansowymi¹⁵⁴. Zupełność rynku finansowego oraz brak arbitrażu pozwala na sformułowanie założenia o addytywności wartości. Założenie to stanowi, że wartość instrumentu finansowego generującego płatności odpowiadające sumie płatności generowanych przez inne instrumenty jest tożsama z sumą wartości tych instrumentów. Addytywność wartości oznacza również doskonałą podzielność wartości instrumentów finansowych oraz generowanych przez nie wypłat. Pozwala to, przy spełnieniu pozostałych dwóch warunków, na zabezpieczenie każdego portfela inwestycji przed ryzykiem zmiany cen instrumentów finansowych wchodzących w skład portfela.

Przedstawione ogólne założenia mają umożliwić, z pomocą odpowiedniego procesu stochastycznego, ustalenie wartości aktywa bazowego w dowolnym punkcie czasu oraz co za tym

¹⁵² O niezupełności rynków, ich przyczynach i sposobach wyceny instrumentów finansowych traktuje J.R. Birge, V. Linetsky (Eds.), *Handbooks in OR & MS*, Vol. 15, Elsevier B.V. 2008, s. 511–563.

¹⁵³ J. Mizerka, *Opcje rzeczywiste (rzeczowe, realne) jako metoda oceny efektywności inwestycji w warunkach niepewności (ryzyka)*, *Bank i Kredyt* 2011, nr 4, s. 20–21.

¹⁵⁴ K. Kuziak, *Koncepcja arbitrażu w ustalaniu ceny instrumentów pochodnych*, *Rynek Terminowy*, nr 13(3), Kraków 2001, s. 122–128.

idzie – budowę portfela replikującego. Dla pierwszej formuły pozwalającej oszacować wartość opcji, czyli modelu Blacka-Scholesa, zostały przyjęte następujące założenia będące pochodną powyżej opisanych¹⁵⁵:

1. Ograniczenie pierwotnej formuły do wyceny europejskich opcji kupna na akcje niewypłacające dywidendy w okresie trwania opcji. Pozwoliło to na ominięcie problemów związanych z ustaleniem optymalnego momentu wykonania opcji (opcje amerykańskie) lub wpływu dywidendy na wartość opcji.
2. Brak kosztów transakcyjnych i podatków. Brak kosztów transakcyjnych na rynku finansowym umożliwia sprawne tworzenie oraz dynamiczne zarządzanie portfelem zabezpieczającym, które ma równoważyć zmiany ryzyka towarzyszącego opcji. Brak podatków od zysków kapitałowych z instrumentów finansowych to kolejne uproszczenie pozwalające na wyłączenie wpływu opodatkowania na wartość opcji.
3. Występowanie odpowiedniej płynności rynku finansowego. Umożliwia elastyczne zarządzanie portfelem zabezpieczającym, a więc pozwala na zakup odpowiedniej ilości aktywa bazowego lub sprzedaż obligacji pozbawionych ryzyka. Stopa procentowa wolna od ryzyka nie ulega zmianom.
4. Podzielności instrumentu bazowego. Sprawia, że możliwe jest pozyskanie dowolnie małej części akcji w celu zbilansowania portfela zabezpieczającego, co wpływa na precyzję wyników wyceny.
5. Brak arbitrażu, czyli równy poziom cen aktywów o jednakowym ryzyku. Skutkuje to równowagą przy wycenie opcji i portfolio. Portfel zabezpieczający i opcja są tak samo ryzykowne, gdyż portfolio replikuje zwroty z opcji, co sprawia, że koszt utworzenia portfolio jest równoważny wartości opcji.
6. Możliwość zapisu zmian cen aktywa bazowego za pomocą geometrycznych ruchów Browna (GBM). Zgodnie z tym założeniem przyjmuje się, że zmienność oraz stopa dyskontowa wolna od ryzyka są stałe w czasie. Przyjmuje się również założenie o ciągłości obrotów akcjami na rynku finansowym, brak nagłych zmian cen akcji oraz ich logarytmiczno-normalny rozkład.

Dwoma kluczowymi założeniami modelu Blacka-Scholesa, a więc także drzew dwumianowych, jest możliwość opisu zmian cen aktywa bazowego za GBM i utworzenia portfolio zabezpieczającego przed ryzykiem, dynamicznie dostosowywanego do aktualnego ryzyka opcji.

¹⁵⁵ F. Black, M. Scholes, *The Pricing of Options...*, s. 637–654.

Zakłada się, że wartość aktywa bazowego w przyszłości nie jest znana. Można jednak w sformalizowany sposób opisać proces zmian wartości aktywa bazowego w czasie, co w połączeniu z parametrami go opisującymi pozwala na ustalenie rozkładu prawdopodobieństwa przyszłej wartości aktywa bazowego jako zmiennej stochastycznej. Znajomość rozkładu pozwala z kolei wyliczyć średnią wartość wewnętrzną opcji w przyszłości i określić jej wartość w momencie wyceny przez dyskontowanie stopą wolną od ryzyka¹⁵⁶. Najczęściej stosowanym w wycenie opcji realnych procesem stochastycznym jest GBM, który można zapisać następująco:

$$dS = S \cdot \mu_k + S \cdot \sigma_k \cdot dz$$

dS – przyrost cen akcji,
 S – cena akcji,
 μ_k – chwilowy oczekiwany wzrost cen akcji,
 σ_k – chwilowe odchylenie standardowe,
 dz – proces Weinerja.

Proces Weinerja, nazywany też ruchami Browna, jest granicą procesu błędzenia losowego przy

$$\Delta t \rightarrow 0 \text{ i może być wyrażony jako } dz = \varepsilon(t) \cdot \sqrt{dt}$$

dt – przyrost czasu,
 $\varepsilon(t)$ – zmienna losowa o standaryzowanym rozkładzie normalnym i nieskorelowanych wartościach dla różnych momentów t .

Charakterystyczne dla procesu GBM jest to, że wartość chwilowego oczekiwanego zwrotu i odchylenia standardowego jest wyższa niż liczona dla dłuższego okresu proporcjonalnie do upływu czasu (pierwiastka czasu dla odchylenia standardowego). Właściwości te są nazywane skalowaniem w GBM. Na wzorach poniżej pokazano sposób przejścia między parametrami chwilowymi zmian cen akcji a długoterminowymi.

$$\mu = \left(\mu_k - \frac{\sigma_k^2}{2} \right) \cdot (t_1 - t_0) \quad \sigma = \sigma_k \cdot \sqrt{t_1 - t_0}$$

μ – długoterminowy, oczekiwany wzrost cen akcji,
 μ_k – chwilowy, oczekiwany wzrost cen akcji,
 σ – długoterminowe odchylenie standardowe cen akcji,
 σ_k – chwilowe odchylenie standardowe cen akcji,
 $t_1 - t_0$ – okres, dla którego są liczone parametry długoterminowe.

Aby zdefiniować proces GBM, potrzebne są więc dwa parametry: oczekiwany wzrost cen akcji μ i odchylenie standardowe cen akcji σ . Pierwszy z nich określa deterministyczną część równania, opisując przewidywany wzrost wartości aktywa w czasie, a drugi, niedeterministyczny, powoduje losowe odchylenia od przyjętego trendu długookresowego.

¹⁵⁶ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 257.

Proces GBM można także odwzorować przez konstrukcję drzewa dwumianowego. Czas między momentem wyceny opcji a terminem jej wygaśnięcia jest dzielony na pewną liczbę krótkich odcinków. Dla każdego dyskretnego punktu ustalane są wartości, które może przyjąć aktywo i które zależą tylko od wartości w poprzednim kroku oraz od parametrów opisujących zmiany wartości w drzewie dwumianowym. W ten sposób generowanych jest wiele potencjalnych wartości instrumentu bazowego służących następnie do wyliczenia wartości opcji. Niestety na drzewie nie są odwzorowane wszystkie wartości, które może przyjąć aktywo bazowe (tak jak w modelach ciągłych). Im krótszy krok podstawowy w drzewie dwumianowym, a tym samym większa ilość punktów czasowych, w których określana jest wartość aktywa bazowego, tym odwzorowanie jest dokładniejsze.

U podstaw wyceny opcji realnych leży także koncepcja dynamicznego portfela zabezpieczającego, stosowanego przy wycenie opcji finansowych. Zakłada się, że można wystawić portfel zabezpieczający przed ryzykiem opcji, którego wartość w każdym momencie będzie taka sama jak wartość opcji. Ryzyko utworzonego portfolio powinno być identyczne jak ryzyko opcji i zgodnie z założeniem o braku arbitrażu na efektywnym rynku kapitałowym wartość utworzenia portfela replikującego powinna być równa wartości opcji. Takie portfolio powinno się składać z akcji będącej instrumentem bazowym wycenianej opcji i pewnej ilości instrumentu pozbawionego ryzyka¹⁵⁷. Formułę taką można określić jako wstępną wersję formuły Blacka-Scholesa:

$$C_t = \Delta_t S_t - e^{-r(T-t)} B_t$$

C_t – wartość europejskiej opcji kupna na aktywie S w czasie t ,

Δ_t – delta opcji w czasie t ,

S_t – wartość instrumentu bazowego w czasie t ,

r – stopa wolna od ryzyka,

$T - t$ – czas trwania opcji,

B_t – wartość instrumentu wolnego od ryzyka w czasie T .

Po wystawieniu opcji należy więc zakupić Δ_t aktywa S_t i sprzedać $e^{-r(T-t)} B_t$ obligacji pozbawionych ryzyka w cenach z okresu t . Wartość opcji zmienia się wraz z upływem czasu oraz w wyniku zmian wartości aktywa bazowego, co pociąga za sobą zmiany parametrów portfela zabezpieczającego, takich jak Δ_t , B_t , $T - t$. Sprzedaż części obligacji wolnych od ryzyka będzie

¹⁵⁷ Tamże, s. 302.

przeznaczona na zakup większej ilości aktywa bazowego i odwrotnie. Pomijając koszty transakcyjne, koszty obsługi portfolio są zerowe, a portfolio jest samofinansujące.

Bardzo często założenia wyceny opcji finansowych są niemożliwe do spełnienia w wycenie opcji realnych. Wynika to z tego, że opcje realne w swej naturze są bardziej złożone niż te finansowe. Nie wynikają ze standaryzowanych kontraktów, nie są przedmiotem obrotu na rynku, co więcej – każda z nich jest unikatowa. Aby prawidłowo odwzorować charakterystykę opcji realnych, często niezbędne są uproszczenia i modyfikacje modeli wyceny tak aby móc prawidłowo zidentyfikować i oszacować parametry wejściowe modelu wyceny.

2.2. Metody wyceny opcji realnych

Do szacowania wartości opcji realnych najczęściej stosuje się techniki wyceny opcji finansowych. Autorami najpopularniejszego modelu wyceny byli nobliści Fischer Black i Myron Scholes¹⁵⁸. Przyjmując założenie, że z akcji i opcji kupna można stworzyć portfel całkowicie zabezpieczony przed zmianami kursu akcji, zbudowali model wyceny europejskiej opcji kupna. Wartość opcji jest uzależniona od ceny akcji, ceny wykonania opcji, czasu ważności kontraktu, wysokości wolnej od ryzyka stopy procentowej i zmienności cen akcji. Model Blacka-Scholesa wywarł ogromny wpływ na teorię wyceny instrumentów pochodnych, na zachowania rynkowe oraz przyczynił się do dynamicznego rozwoju rynków opcji. Oprócz formuły Blacka-Scholesa, która jest modelem ciągłym¹⁵⁹, do wyceny opcji można stosować dyskretny¹⁶⁰ model drzewa dwumianowego zaprezentowany przez Johna Coxa, Stephana Rossa i Marka Rubinsteina oraz jego późniejsze modyfikacje¹⁶¹. Oprócz klasycznych metod wyceny opcji realnych istnieją też techniki opierające się na formule Blacka-Scholesa lub drzewach dwumianowych, a wykorzystujące symulację Monte Carlo¹⁶² i inne techniki numerycznej aproksymacji wartości opcji¹⁶³.

2.2.1. Model Blacka-Scholesa

Model Blacka-Scholesa i jego odmiany opierają się na założeniu, że zmiany cen aktywa bazowego zachodzą w sposób ciągły. Najważniejsze założenia leżące u podstaw tego modelu to stałość stopy wolnej od ryzyka, efektywny rynek oraz brak kosztów transakcyjnych. Jest to pierwotny model, na którym bazują inne metody wyceny, np. model dwumianowy. Powiązanie wzorem parametrów opcji umożliwia wyznaczenie jej wartości, co jest dużą korzyścią. Niestety uproszczenie obliczeń wiąże się ze sztywnością przyjętych założeń, co często utrudnia, a wręcz

¹⁵⁸ F. Black, M. Scholes, *The Pricing...*, s. 637–654.

¹⁵⁹ Zmiany cen aktywa bazowego odbywają się w sposób ciągły w czasie.

¹⁶⁰ Zmiany cen aktywa bazowego zachodzą czy też są obserwowane w określonych punktach czasu.

¹⁶¹ J. Cox, S. Ross, M. Rubinstein, *Option Pricing...*, s. 229–263. W polskiej literaturze metoda ta opisana jest w R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 50–58. oraz w K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje...*, s. 192–197.

¹⁶² A. Majewska, *Zastosowanie metody Monte Carlo do wyceny opcji*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 394, Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki 2004, nr 15, s. 149–160 lub K. Ziętek-Kwaśniewska, *Symulacje Monte Carlo...*

¹⁶³ Np. metoda różnic skończonych. Zob. H. Zarzycki, *Zastosowanie metod różnic skończonych do wyceny opcji*, Studia i Materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedzą 2010, nr 31, s. 77–85.

uniemożliwia stosowanie modelu, ponadto każda formuła analityczna odnosi się tylko do jednego rodzaju opcji.

Właśnie te sztywne upraszczające rzeczywistość założenia powodują, że możliwe jest ujęcie wartości europejskiej opcji kupna i sprzedaży w formuły opisujące zachowanie się wartości opcji w czasie w zależności od ceny instrumentu bazowego i czasu. Warunki brzegowe opisują algorytm wyceny opcji w przypadku ich realizacji, są więc zbieżne z wartością wewnętrzną opcji w momencie jej wykonania. Dla europejskiej opcji kupna i sprzedaży warunki brzegowe wyglądają następująco:

$$C = \max(0, S_t - X)$$

$$P = \max(0, X - S_t)$$

C – wartość wewnętrzna opcji kupna,
 P – wartość wewnętrzna opcji sprzedaży,
 S_t – końcowa wartość instrumentu bazowego,
 X – cena wykonania opcji w momencie t .

Niestety dla niektórych warunków brzegowych oraz bardziej skomplikowanych (często złożonych) opcji nie ma uniwersalnych rozwiązań różniczkowego modelu Blacka-Scholesa, co zmusza do korzystania z drzew dwumianowych lub numerycznych metod wyceny¹⁶⁴. Formuła Blacka-Scholesa dla europejskiej opcji kupna ma postać:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}; \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

C – europejska opcja kupna na instrumencie nie wypłacającym dywidendy,
 S – cena instrumentu bazowego w chwili obecnej,
 X – cena instrumentu bazowego w momencie T ,
 T – czas do wygaśnięcia opcji,
 σ^2 – wariancja wartości instrumentu bazowego,
 r – stopa wolna od ryzyka,
 $N(x)$ – dystrybuanta standaryzowanego rozkładu normalnego dla x .

Do obliczenia europejskiej opcji sprzedaży (P) na instrumencie niewypłacającym dywidendy można posłużyć się wzorem:

$$P = -SN(-d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2)$$

¹⁶⁴ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 307.

Model Blacka-Scholesa jest dobrym rozwiązaniem dla europejskiej opcji kupna i sprzedaży, jednak jego przydatność do wyceny opcji realnych jest ograniczona. Dzieje się tak, ponieważ opcje realne mają często charakter opcji amerykańskich oraz często występują jako złożenie kilku prostych opcji, a każdy skomplikowany przypadek musiałby posiadać osobne rozwiązanie. Modyfikacją formuły Blacka-Scholesa jest jej uogólnienie dla akcji wypłacającej dywidendę w okresie życia opcji, opracowane przez Roberta Mertona¹⁶⁵. Dodatkowy parametr y określa procentowo wartość wypłacanej dywidendy w stosunku do wartości instrumentu bazowego. W kontekście opcji realnych parametr y jest interpretowany na różne sposoby. Bywa on traktowany jako zmniejszenie wartości projektu inwestycyjnego przez wyciek jego wartości¹⁶⁶ (*leakage in value*), powstające na skutek wpływu i wypływu strumieni pieniężnych przynależnych właścicielowi aktywa, na którym ustanowiona jest opcja. Dodatnimi przepływami dla właściciela są np. dywidendy, czynsze, opłaty licencyjne lub inne korzyści wynikające z zarządzania aktywem. Ujemne przepływy to np. podatki i opłaty, straty nadzwyczajne. Dodatnie przepływy należne właścicielowi aktywa powodują zmniejszenie zwrotów z opcji, zmniejszając przez to jej wartość. Parametr y można traktować także jako koszt utrzymania opcji (np. opłaty licencyjne, koszty dzierżawy itp.), który jest wyrażony procentowo w odniesieniu do wartości brutto nadwyżek operacyjnych generowanych przez projekt inwestycyjny będący aktywem bazowym opcji¹⁶⁷. Trzecią interpretacją parametru y może być procent wartości projektu inwestycyjnego utracony w wyniku działań konkurencji. Pojawienie się parametru dywidendy zmniejsza wartość opcji kupna i zwiększa wartość opcji sprzedaży. Mimo trudności w szacowaniu tego parametru pozwala on na uproszczone uwzględnienie dodatkowych czynników wpływających na wartość opcji. Wzór do obliczenia wartości europejskiej opcji kupna na instrumencie wypłacającym dywidendę ma postać:

$$C = Se^{-yT}N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - y + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}; \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - y - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Do obliczenia europejskiej opcji sprzedaży na instrumencie wypłacającym dywidendę (P) można posłużyć się wzorem:

¹⁶⁵ R. Merton, *Theory of Rational Option Pricing...*, s. 141–183.

¹⁶⁶ M. Amram, N. Kulatilaka, *Real Options...*, s. 127–140.

¹⁶⁷ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 310.

$$P = -Se^{-yT}N(-d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2)$$

C – wartość europejskiej opcji kupna na instrumencie wypłacającym dywidendy,

S – cena instrumentu bazowego w chwili obecnej,

X – cena instrumentu bazowego w momencie,

Y – dywidenda,

T – czas do wygaśnięcia opcji,

σ^2 – wariancja wartości instrumentu bazowego,

r – stopa wolna od ryzyka,

$N(x)$ – dystrybuanta standaryzowanego rozkładu normalnego dla x .

Wartość opcji można także analizować pod kątem wrażliwości ceny (premii) na parametry wyceny. Służą do tego współczynniki greckie¹⁶⁸. Spośród wymienionych pięciu podstawowych czynników dynamiczny charakter mają (są zmienne w czasie) cztery. Są to: cena i zmienność instrumentu bazowego, długość okresu do terminu wygaśnięcia opcji i stopa wolna od ryzyka. Cena wykonania opcji z założenia jest znana, więc parametr ten ma statyczny charakter.

2.2.2. Modele dyskretne

Metody wyceny opcji realnych oparte na drzewie dwumianowym można traktować jako przybliżenie rozwiązań modeli z czasem ciągłym¹⁶⁹. Istotą tej metody jest budowa drzewa wartości instrumentu bazowego, określenie warunków brzegowych, co prowadzi do stworzenia drzewa wartości opcji. Wyróżnia się dwie główne metody wyceny opcji w drzewie dwumianowym – metoda ekwiwalentu opcji¹⁷⁰ i metoda obojętności wobec ryzyka. Obydwie są równoważne i zostały opracowane przez J. Coxa, S. Rossa i M. Rubinsteina¹⁷¹ (CRR) jako metody alternatywne do formuły Blacka-Scholesa. Metody te opierają się na iteracyjnej procedurze indukcji wstecznej, w której wartość opcji w poszczególnych węzłach drzewa ustala się na podstawie wartości opcji leżących bezpośrednio po obliczanym węźle. Na podstawie warunków brzegowych oblicza się wewnętrzną wartość opcji w ostatnich węzłach drzewa dwumianowego.

¹⁶⁸ K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje...*, s. 190.

¹⁶⁹ L.E. Brandão, J.S. Dyer, W.J. Hahn, *Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems*, *Decision Analysis* 2005; Vol. 2 (2), s. 69.

¹⁷⁰ Rozważania na temat ekwiwalentu pewności prowadzi m.in. K. Pera, *Modyfikacja metody ekwiwalentu pewności dla projektów inwestycyjnych o znanym poziomie wartości strategicznej*, *Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego* 2010, nr 1/1, s. 151–163.

¹⁷¹ J. Cox, S. Ross, M. Rubinstein, *Option Pricing...*, s. 229–263.

Jest to możliwe ze względu na znajomość w danym okresie wartości instrumentu bazowego we wszystkich węzłach oraz ceny wykonania opcji¹⁷².

Metoda ekwiwalentu opcji opiera się na portfelu replikacyjnym wyliczanym osobno dla każdego węzła. Oprócz drzew wartości instrumentu bazowego i wartości opcji buduje się też drzewo wartości portfela zabezpieczającego. Bazując na założeniu o braku możliwości arbitrażu, przypisuje się wartościom opcji w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego równoważne im wartości portfela zabezpieczającego. Rozpatrując proste drzewo jednookresowe (zob. rysunek 2.3) można utworzyć następujące równania:

$$C_0 = \Delta S_0 + B e^{-r\Delta t} \quad C_u = \Delta S_u + B \quad C_d = \Delta S_d + B$$

S_0 – wartość instrumentu bazowego w czasie t_0 ,

S_u – wartość instrumentu bazowego w czasie $t_0 + \Delta t$ po ruchu w górę,

S_d – wartość instrumentu bazowego w czasie $t_0 + \Delta t$ po ruchu w dół,

C_0 – wartość opcji w czasie t_0 ,

C_u – wartość opcji w czasie $t_0 + \Delta t$ po ruchu w górę,

C_d – wartość opcji w czasie $t_0 + \Delta t$ po ruchu w dół,

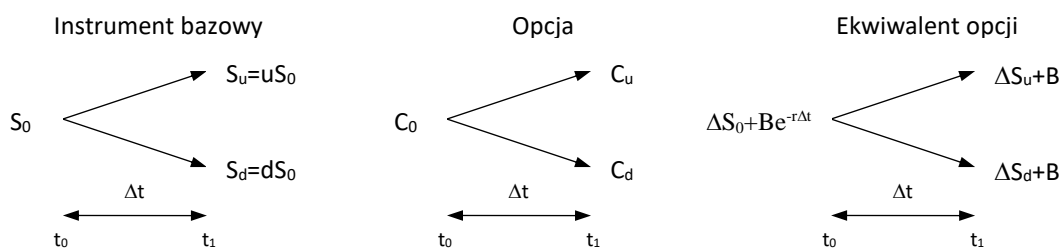
Δ – współczynnik zabezpieczenia określający ilość instrumentu bazowego w portfelu zabezpieczającym,

B – ilość instrumentu wolnego od ryzyka w portfelu zabezpieczającym,

r – stopa dyskontowa wolna od ryzyka,

Δt – długość kroku podstawowego w drzewie dwumianowym ($t_1 - t_0$).

Rysunek 2.3 Wycena opcji w drzewie dwumianowym metodą ekwiwalentu opcji



Źródło: T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 315, rys. 5.5.

Rozwiązując powyższe równania otrzymujemy:

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{S_u - S_d} \quad \text{oraz} \quad B = C_u - \frac{C_u - C_d}{S_u - S_d} S_u = \frac{S_u C_d - C_u S_d}{S_u - S_d}$$

Po podstawieniu otrzymujemy wzór na wartość opcji we wcześniejszym kroku metodą ekwiwalentu opcji:

¹⁷² T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 314.

$$C_0 = \frac{C_u - C_d}{S_u - C_d} S_0 + e^{-r\Delta t} \frac{S_u C_d - C_u S_d}{S_u - C_d}$$

Z ostatniego wzoru można wywnioskować, że parametrami niezbędnymi do wyliczenia wartości opcji metodą ekwiwalentu opcji są wartości instrumentu bazowego w danej chwili (S_0) i w następnym okresie (S_u, S_d). Zgodnie z zasadą indukcji wstecznej musi być znana wartość opcji w następnym okresie po wzroście lub spadku (C_u, C_d) oraz wartość stopy wolnej od ryzyka r i długość kroku podstawowego Δt . Wartość opcji w ostatnim kroku w najprostszym drzewie dwumianowym oblicza się na podstawie wartości wewnętrznej za pomocą warunków brzegowych. W przypadku drzewa wielokrokowego procedurę tę powtarza się wielokrotnie dla każdego węzła z poprzedniego kroku zgodnie z założeniami indukcji wstecznej¹⁷³.

Metoda obojętności na ryzyko jest alternatywną metodą wyceny opcji za pomocą drzewa dwumianowego. Opiera się ona na założeniu, że opcja i portfel replikacyjny wypracowują zwrot na poziomie stopy wolnej od ryzyka niezależnie od indywidualnego nastawienia inwestorów wobec ryzyka. Oznacza to, że wszyscy inwestorzy są neutralni wobec ryzyka i nie ma konieczności szacowania premii za ryzyko, wobec czego wszystkie aktywa przynoszą ten sam zwrot równy stopie wolnej od ryzyka, a ich wartość zależy tylko od zmienności. Potwierdzenie tej obserwacji można znaleźć w formule Blacka-Scholesa, która nie zawiera żadnego składnika zależnego od oczekiwanej stopy zwrotu z instrumentu bazowego lub opcji. Wartość opcji wyznaczonej w świecie neutralnym wobec ryzyka będzie miała taką samą wartość, jak w świecie nieobojętnym na ryzyko¹⁷⁴.

Koncepcję wyceny opcji w środowisku neutralnym wobec ryzyka wprowadzili po raz pierwszy J. Cox i S. Ross w 1976 roku. Zauważyli, że portfel składający się z opcji i portfela zabezpieczenia opcji wypracowuje zwrot na poziomie stopy wolnej od ryzyka, niezależnie od indywidualnego nastawienia inwestorów wobec ryzyka. Potwierdzeniem tej obserwacji jest model Blacka-Scholesa, który nie zawiera żadnego składnika zależnego od oczekiwanej stopy zwrotu z instrumentu bazowego albo opcji. Można zatem przyjąć, że przy wycenie opcji wszyscy inwestorzy są neutralni wobec ryzyka, zatem eliminuje się konieczność szacowania premii za ryzyko. Nie oznacza to jednak, że w świecie realnym wszyscy inwestorzy są rzeczywiście nastawieni neutralnie względem ryzyka. Po prostu wartość opcji, w świecie realnym, przy

¹⁷³ Tamże, s. 318–319.

¹⁷⁴ Tamże, s. 319.

założeniu braku arbitrażu i kompletności rynku będzie taka sama jak w świecie neutralnym względem ryzyka.

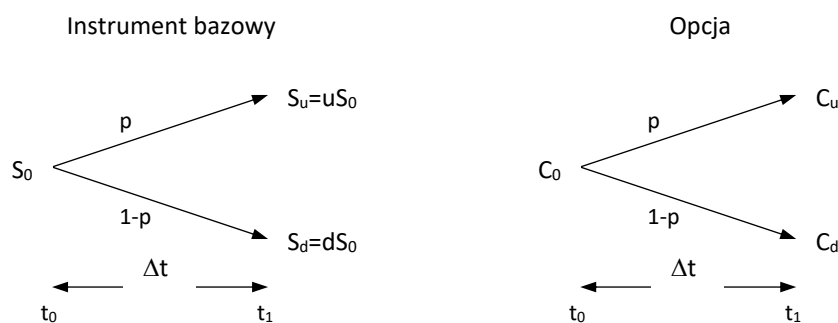
Zgodnie z przyjętymi założeniami oczekiwana stopa zwrotu z każdego aktywa (w tym aktywa bazowego) jest równa stopie wolnej od ryzyka. Pozwala to na konstrukcję drzewa dwumianowego¹⁷⁵, w którym prawdopodobieństwo ruchu w górę ma postać:

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

r – stopa wolna od ryzyka o kapitalizacji ciągłej,
 u – współczynnik ruchu w górę po drzewie dwumianowym,
 d – współczynnik ruchu w dół po drzewie dwumianowym,
 Δt – czas trwania kroku podstawowego w drzewie dwumianowym.

Wszystkie neutralne wobec ryzyka prawdopodobieństwa ruchu w górę (p) i w dół ($1 - p$) w całym drzewie mają identyczne wartości i wyznacza się je raz dla całego drzewa (zob. rysunek 2.4). Różnią się one jednak od rzeczywistych prawdopodobieństw zmian wartości instrumentu bazowego w górę (q) i w dół ($1 - q$), gdyż uwzględniają warunek niezależności wartości opcji od stopy wzrostu instrumentu bazowego.

Rysunek 2.4 Wycena opcji kupna metoda obojętności na ryzyko



Źródło: T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 315, rys. 5.8.

Na podstawie prawdopodobieństw neutralnych wobec ryzyka wyznaczana jest wartość opcji w poprzednim okresie za pomocą wzoru na wartość oczekiwaną opcji:

$$C_0 = (pC_u + (1 - p)C_d)e^{-r\Delta t}$$

C_0 – wartość opcji w czasie t_0 ,

¹⁷⁵ J. Mizerka, *Opcje rzeczywiste...*, s. 91–92.

C_u - wartość opcji w czasie $t_0 + \Delta t$ po ruchu w górę,
 C_d - wartość opcji w czasie $t_0 + \Delta t$ po ruchu w dół,
 r – stopa dyskontowa wolna od ryzyka,
 Δt – czas trwania kroku podstawowego w drzewie dwumianowym,
 p – neutralne wobec ryzyka prawdopodobieństwo ruchu w górę.

Powyższy wzór wykorzystuje się w każdym węźle drzewa dwumianowego, a dzięki indukcji wstecznej można wyliczyć bieżącą wartość opcji.

2.2.3. Symulacyjne metody wyceny opcji realnych

W większości przypadków zastosowanie symulacji Monte Carlo do wyceny opcji realnych¹⁷⁶ opiera się na odtworzeniu zmian cen aktywa bazowego za pomocą procesu stochastycznego. Symulacja ta polega na wygenerowaniu wystarczającej liczby ścieżek wartości instrumentu bazowego, uwzględniając przy tym parametry opisujące jego zmienność. Ponieważ formuła opisująca zmiany wartości instrumentu bazowego, czyli geometryczny ruch Browna, zawiera element losowy, to praktycznie każdy przebieg symulacyjny generuje inną ścieżkę zmian wartości, dochodząc do określonych wartości końcowych instrumentu bazowego z prawdopodobieństwem wynikającym z rozkładu logarytmiczno-normalnego¹⁷⁷. Następnie, na podstawie wartości końcowej instrumentu bazowego i warunków brzegowych, wyznacza się dla każdego ze scenariuszy wartość wypłaty na moment wygaśnięcia opcji. W środowisku neutralnym wobec ryzyka dokonuje się dyskontowania stopą wolną od ryzyka. Procedurę wyznaczania przybliżonej wartości opcji kończy oszacowanie wartości oczekiwanej zdyskontowanych wypłat za pomocą średniej arytmetycznej¹⁷⁸.

Dokładność symulacji może być zwiększana na dwa sposoby: technikami zmniejszającymi wariancję¹⁷⁹ (np. technika zmiennej przeciwstawnej) oraz przez zwiększanie ilości przebiegów iteracyjnych¹⁸⁰, co zmniejsza błąd standardowy średniej według wzoru:

$$Es = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Es – błąd standardowy wartości opcji wyliczonej metodą Monte Carlo,
 s – odchylenie standardowe wartości opcji otrzymanych w poszczególnych przebiegach symulacyjnych,

¹⁷⁶ P. Boyle, *Options...*, s. 323–338.

¹⁷⁷ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 334.

¹⁷⁸ K. Ziętek-Kwaśniewska, *Symulacje Monte Carlo...*, s. 223.

¹⁷⁹ D.G. Luenberger, *Teoria inwestycji finansowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003, s. 451.

¹⁸⁰ R. Geske, K. Shastri, *Valuation by Approximation: A Comparison of Alternative Option Valuation Techniques*, Financial and Qualitative Analysis 1985, Vol. 20, s. 45–71.

N – liczba przebiegów symulacyjnych.

Symulacja Monte Carlo jest stosowana do wyceny opcji realnych ze względu na jej elastyczność, stosunkową łatwość modelowania zmiennych i wysoką niezawodność. Metodą tą można prosto wyliczyć opcje o bardziej skomplikowanych algorytmach wykonania (np. opcje typu lookback i azjatyckie), a także opcje charakteryzujące się zależnością ceny wykonania od ścieżki zmian wartości aktywa bazowego, np. opcje amerykańskie. W opcji typu amerykańskiego dla każdej wartości końcowej aktywa bazowego wartość opcji wynosi tyle, co wartość wewnętrzna opcji lub zero, jeżeli opcja została wykonana wcześniej. Metoda Monte Carlo nie nadaje się do bezpośredniego wyliczenia wartości opcji typu amerykańskiego. Chcąc ją stosować do tego typu opcji, należy posłużyć się dodatkowymi technikami. Najprostszą z nich jest obliczenie wartości wewnętrznej opcji dla każdego kroku GBM dla każdej wygenerowanej ścieżki, sprowadzenie wartości wewnętrznych opcji z różnych momentów czasowych do porównywalności przez dyskontowanie i wybranie dla każdej ścieżki największej możliwej wartości bieżącej opcji. Wartości otrzymane z różnych przebiegów należy uśrednić – tak jak zakłada to podstawowa wersja metody Monte Carlo. Dodatkowo w wektorze opisującym każdy dyskretny punkt czasowy można zbierać najwyższą wartość aktywa bazowego (w przypadku opcji kupna), przy którym nie nastąpiło wykonanie opcji w danym punkcie czasowym. Umożliwi to poznanie granicy wartości aktywa bazowego, powyżej której należy wykonać opcję. Granica ta będzie określona dla każdego punktu czasowego¹⁸¹. Istnieje wiele wersji metody Monte Carlo umożliwiających wykorzystanie jej w wycenie opcji typu amerykańskiego lub opcji o podobnym charakterze¹⁸².

Występują także modyfikacje metody Monte Carlo pozwalające w usystematyzowany sposób wybrać deterministyczny podzbiór ścieżek z całego zbioru możliwych ścieżek zmian wartości aktywa bazowego, określanych jako ścieżki quasi-losowe. Są to metody nazywane quasi-Monte Carlo. Metody te różnią się między sobą algorytmem generowania podzbioru ścieżek. W większości przypadków umożliwiają otrzymanie większej zbieżności wyników oraz mniejsze granice błędów szacowania wartości opcji¹⁸³. Oprócz przedstawionych wyżej metod istnieje także

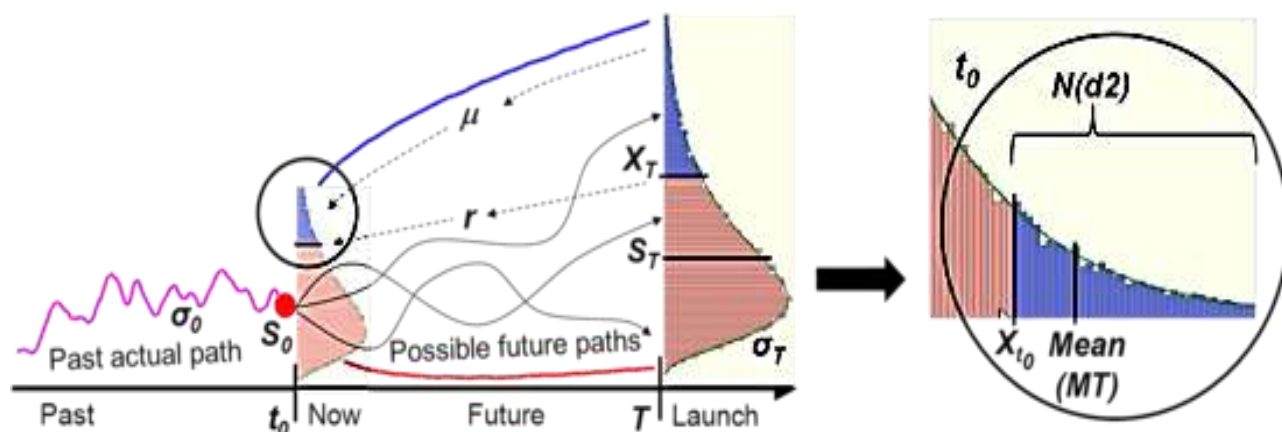
¹⁸¹ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 340.

¹⁸² G. Cortazar, *Simulation and Numerical Methods in Real Options Valuation*, w: E.S. Schwartz i L. Trigeorgis (red.), *Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions*, MIT Press, Cambridge 2001, s. 601–620.

¹⁸³ C. Joy, P.P. Boyle, K.S. Tan, *Quasi-Monte Carlo Methods in Numerical Finance*, *Management Science* 1996, Vol. 42, No. 6, s. 926–938.

zaproponowana przez Schwartza¹⁸⁴ numeryczna procedura aproksymacji rozwiązania różniczkowego równania cząstkowego Blacka-Scholesa, nazywaną metodą różnic skończonych. Kolejną, stosunkowo nową techniką wyceny opcji realnych, opartą na symulacji Monte Carlo i jednocześnie zgodną z modelem Blacka-Scholesa¹⁸⁵, jest metoda Datar-Mathewsa¹⁸⁶. Polega ona na wygenerowaniu wystarczająco dużej liczby scenariuszy przyszłych zysków operacyjnych (EBIT) i kosztów związanych z realizacją inwestycji¹⁸⁷. Poziom zysku operacyjnego oraz nakładów inwestycyjnych jest traktowany jako zmienna losowa o określonym rozkładzie¹⁸⁸. Koszty są doprowadzane do wartości bieżącej za pomocą stopy wolnej od ryzyka (r), natomiast zyski operacyjne są dyskontowane kosztem kapitału odzwierciedlającym ich ryzyko (μ). Następnie, w każdej z iteracji, od zysku operacyjnego odejmuje się wartość nakładów inwestycyjnych, tworząc przy tym rozkład wartości korzyści wynikających z realizacji inwestycji (zob. rysunek 2.5).

Rysunek 2.5 Porównanie modelu Blacka-Scholesa i Datar-Mathewsa



Źródło: Wikipedia, hasło: Datar-Mathews method for real option valuation, rys. 4, https://en.wikipedia.org/wiki/Datar%E2%80%93Mathews_method_for_real_option_valuation (dostęp 18.09.2019 r.)

Wartość opcji wylicza się, uśredniając dodatnie korzyści z inwestycji, czemu odpowiada prawa część rysunku. Matematycznie metodę Datar-Mathewsa można zapisać następująco:

¹⁸⁴ E.S. Schwartz, *The Valuation of Warrants: Implementing a New Approach*, Journal of Financial Economics 1977, Vol. 4 (1), s. 79–94.

¹⁸⁵ V. Datar, S. Mathews, *European Real Options: An Intuitive Algorithm for the Black-Scholes Formula*, Journal of Applied Finance 2004, Vol. 14 (1), s. 45–51.

¹⁸⁶ V. Datar, B. Johnson, S. Mathews, *A Practical Method...*, s. 95–104.

¹⁸⁷ Można je przyrównać do nakładów inwestycyjnych.

¹⁸⁸ Autorzy w swoich publikacjach najczęściej posługują się rozkładem logarytmiczno-normalnym oraz trójkątnym, ale dopuszczają wszelkie możliwe rozkłady oraz procesy stochastyczne dobrze odzwierciedlające dany parametr.

$$C_0 = E_0[\max(S_T e^{-\mu T} - X_T e^{-rT}, 0)]$$

C_0 – wartość opcji realnej,

E_0 – wartość oczekiwana (średnia) w momencie $T = 0$,

S_T – przyszłe zyski operacyjne, dyskontowane stopą kosztu kapitału μ ,

X_T – nakłady inwestycyjne, które są dyskontowane stopą wolną od ryzyka r .

Różnica pomiędzy stopami dyskontowymi μ i r wskazuje na awersję do ryzyka ($\mu > r$) lub na podejście uwzględniające większe ryzyko ($\mu < r$). W przypadku gdy ($\mu = r$), metoda ta jest zgodna z typową analizą NPV poszerzoną o rozkład gęstości prawdopodobieństwa. Metoda DM ma przewagę nad tradycyjną wyceną opcji realnych, ponieważ nie opiera się na wartości odchylenia standardowego lub wariancji jako miernika niepewności oraz możliwe jest zastosowanie różnych typów funkcji gęstości do generowania rozkładów przychodów i kosztów projektów. Metodę tę cechuje łatwa implementacja komputerowa przy użyciu symulacji Monte Carlo. Ponadto, co warto podkreślić, wycena przeprowadzana jest nie w świecie wolnym od ryzyka, a w świecie rzeczywistym, co umożliwia efektywną analizę ryzyka¹⁸⁹.

Fuzzy pay-off method jest stosunkowo nową, bo stworzoną w 2008 roku metodą wyceny opcji realnych¹⁹⁰. Opiera się ona na wykorzystaniu logiki rozmytej¹⁹¹ do stworzenia rozkładu wartości opcji realnych. Struktura metody jest podobna do teorii Datar-Mathews¹⁹². Obie metody inaczej traktują niepewność. MDM bazuje na teorii prawdopodobieństwa i z tego powodu ma inne założenia niż fuzzy pay-off method, która opiera się na teorii posybilistycznej¹⁹³ rozszerzającej wnioskowanie o obszarze pomiędzy określonymi stanami otoczenia.

Metoda jest stosunkowo prosta w zastosowaniu¹⁹⁴. Na podstawie trzech lub czterech scenariuszy kształtowania się przepływów pieniężnych¹⁹⁵ w projekcie tworzony jest rozkład wartości opcji (trójkątny dla trzech scenariuszy, trapezowy dla czterech). W przypadku trzech

¹⁸⁹ V. Datar, S. Mathews, *European Real Options...*, s. 7–13.

¹⁹⁰ M. Collan, R. Fullér, J. Mezei, *Fuzzy Pay-Off Method...*

¹⁹¹ Logika rozmyta stanowi rozszerzenie klasycznego rozumowania na rozumowanie bliższe ludzkiemu. Wprowadza ona wartości pomiędzy standardowo określone stany, np. prawda i fałsz. Rozmyte w ten sposób granice dają możliwość zaistnienia wartościom z pomiędzy tego przedziału (np. prawie fałsz, w połowie prawda). Zob. F.J. Pelletier, *Review of Metamathematics of Fuzzy Logics*, The Bulletin of Symbolic Logic 2000, Vol. 6 (3), s. 342–346; L.A. Zadeh, *Fuzzy Sets, Information and Control* 1965, Vol. 8 (3), s. 338–353.

¹⁹² M. Kozlova, M. Collan, P. Luukka, *Comparison of the Datar-Mathews Method and the Fuzzy Pay-Off Method through Numerical Results*, Advances in Decision Sciences 2016, Vol. 2016, s. 1–7.

¹⁹³ Teoria posybilistyczna (*possibility theory*) jest alternatywą dla teorii prawdopodobieństwa, matematyczną teorią radzenia sobie z określonymi rodzajami niepewności. Lotfi Zadeh po raz pierwszy wprowadził teorię możliwości w 1978 r. jako rozszerzenie swojej teorii zbiorów rozmytych i logiki rozmytej, zob. L. Zadeh, *Fuzzy Sets as the Basis for a Theory of Possibility*, Fuzzy Sets and Systems 1978, Vol. 1, s. 3–28.

¹⁹⁴ Ma zastosowanie zwłaszcza w wycenie patentów, analizie M&A, a także w dużych inwestycjach przemysłowych.

¹⁹⁵ Zazwyczaj tworzonych przez ekspertów lub ich grupę.

scenariuszy bierze się pod uwagę wariant minimalny, maksymalny i najbardziej prawdopodobny; w przypadku czterech – minimalny, maksymalny i dwa najbardziej prawdopodobne scenariusze, które są traktowane jako dolna i górna granica przedziału zawierającego najbardziej prawdopodobne wyniki. Zakłada się, że rozmyta wartość NPV projektu jest równa rozkładowi wartości projektu uzyskanego za pomocą liczb rozmytych na podstawie uzyskanych scenariuszy. Wynika z tego, że średnia ważona prawdopodobieństwem z dodatnich wartości rozmytego rozkładu NPV projektu jest wartością opcji realnej, co dla trójkątnego rozkładu można zapisać wzorem:

$$ROV = \frac{\int_0^{\infty} A(x)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} A(x)dx} \times E(A_+)$$

$$E(A_+) = \begin{cases} a + \frac{\beta - \alpha}{6}, & (a - \alpha) > 0 \\ a + \frac{\beta - \alpha}{6} + \frac{(\alpha - a)^3}{6\alpha^2}, & a > 0 > (a - \alpha) \\ \frac{(a + \beta)^3}{6\beta^2}, & (a + \beta) > 0 > a \\ 0, & 0 > a, \alpha, \beta \end{cases}$$

$A(x)dx$ – powierzchnia funkcji wartości NPV projektu,

$E(A_+)$ – posybilistyczna średnia z dodatniej części rozkładu wartości projektu,

a – parametr odpowiadający wartości najbardziej prawdopodobnego scenariusza,

α – parametr odpowiadający odległości pomiędzy minimum a wartością najbardziej prawdopodobnego scenariusza,

β – parametr odpowiadający odległości pomiędzy maximum a wartością najbardziej prawdopodobnego scenariusza.

Wynika z tego, że wartość opcji realnej odpowiada wartości posybilistycznej średniej¹⁹⁶ dodatniej części rozkładu NPV projektu, wymnożonej przez stosunek powierzchni pola pod pozytywną częścią funkcji gęstości do całego rozkładu. W metodzie tej wartość opcji realnej można wyliczyć bez symulacji, z rozmytej wartości NPV, symulacja Monte Carlo może zaś służyć do wyliczenia stosunku pozytywnych części rozkładu do całego rozkładu wartości projektu.

¹⁹⁶ Wyliczanej z wykorzystaniem logiki rozmytej, zob. Ch. Carlsson, R. Fuller, *On Possibilistic Mean Value and Variance of Fuzzy Numbers*, Fuzzy Sets and Systems 2001, Vol. 122, s. 315–326.

2.3. Problemy związane z wykorzystaniem opcji realnych w praktyce

Postępujące procesy globalizacyjne, szybki przepływ kapitału i coraz większa zmienność otoczenia biznesowego, w jakim działają przedsiębiorstwa powoduje, że podejmowanie właściwych decyzji inwestycyjnych jest coraz trudniejsze. Dynamiczne otoczenie wymusza dynamiczne zarządzanie projektami. Możliwość dokonywania zmian w trakcie realizacji inwestycji skutkuje wyższą wyceną, bo może się przełożyć na wyższą stopę zwrotu z projektu. Wyceniając projekt inwestycyjny, należy więc brać pod uwagę nie tylko wartość wynikającą ze scenariusza bazowego, ale także istniejące lub możliwe do wykreowania alternatywne scenariusze. Ten szczególny rodzaj elastyczności decyzyjnej występującej w projektach inwestycyjnych nazywany jest opcjami realnymi. Liczne publikacje traktują o wykorzystaniu opcji realnych m.in. w wycenie przedsiębiorstw¹⁹⁷, wartości niematerialnych¹⁹⁸, zarządzaniu projektami¹⁹⁹, funduszami venture capital²⁰⁰, portfelem akcji²⁰¹ i ryzykiem w sektorze publicznym²⁰²; w bankowości²⁰³, sektorze IT²⁰⁴, górnictwie²⁰⁵, przemyśle naftowym²⁰⁶ i stalowym²⁰⁷, w przedsięwzięciach ekologicznych²⁰⁸, energetyce²⁰⁹, w tym farmach

¹⁹⁷ Np. D. Michalski, *Wykorzystanie opcji realnej w wycenie wartości przedsiębiorstwa*, Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Humanitas. Zarządzanie 2018, nr 1, s. 191–205 lub Z. Krysiak, *Zdolność prognostyczna modelu opcji rzeczywistych w ocenie wartości spółki*, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2013, nr 59, s. 545–561.

¹⁹⁸ G. Urbanek, *Opcje realne w wycenie aktywów niematerialnych*, Przegląd Organizacji 2005, nr 3, s. 33–37.

¹⁹⁹ K. Targiel, *Opcje realne w zarządzaniu projektami we współczesnych organizacjach*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Organizacja i Zarządzanie 2014, z. 73 (1919), s. 641–650.

²⁰⁰ K. Ciesielski, B. Rudnicka, *Opcje realne w inwestycjach funduszy venture capital*, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2013, nr 59, s. 443–451.

²⁰¹ T. Słoński, *Analiza wpływu wspomaganego długiem wykupu akcji (LBO) na wartość spółki*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2012, s. 145–154.

²⁰² B. Nita, *Opcje realne w zarządzaniu ryzykiem w sektorze publicznym*, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2014, nr 72, s. 133–144.

²⁰³ Y. Jouk, *Real Options as an Instrument of Sustainable Growth in Banking and Portfolio Management*, Studia Oeconomica Posnaniensia 2017, Vol. 5, No. 6, s. 22–53.

²⁰⁴ W. Rudny, *Opcje rzeczowe w modelowaniu procesów biznesowych w sektorze IT: korzyści i ograniczenia*, Ekonomiczne Problemy Usług 2012, nr 87, s. 488–501.

²⁰⁵ Np. C. Mróz, *Wykorzystanie opcji rzeczywistych w podejmowaniu decyzji dotyczących likwidacji zakładów górniczych*, rozprawa doktorska, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Poznań 2015 lub T. Ponomarenko, K. Koveshnikova, *Real Options in the Project Management of Diversification Program (A Case Study of Mongolian-Russian Company Ccw „Erdenet”)*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Organizacja i Zarządzanie 2016, z. 91 (1954), s. 101–111.

²⁰⁶ P. Kosowski, *Opcje realne – alternatywne podejście do oceny opłacalności projektów inwestycyjnych w przemyśle naftowym*, AGH Drilling, Oil, Gas 2012, Vol. 29, No. 1, s. 217–229.

²⁰⁷ B. Rębiasz, B. Gaweł, I. Skalna, *Valuing Managerial Flexibility: An Application of Real-Option Theory to Steel Industry Investments*, Operations Research and Decisions 2017, Vol. 27, No. 2, s. 91–111.

²⁰⁸ E. Dziawgo, *Real Options in the Assessment of the Company's Pro-Ecological Investments*, Copernican Journal of Finance & Accounting 2014, Vol. 3 (1), s. 61–71.

²⁰⁹ B. Glensk, R. Madlener, *Review of Selected Methods for Portfolio Optimization of and Irreversible Investment in Power Generation Assets under Uncertainty*, Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w

wiatrowych²¹⁰, i innych elastycznych projektach inwestycyjnych²¹¹. Pomimo że istnieje aparat metodyczny służący wycenie opcji realnych (zob. podrozdział 2.2 i przytoczone tam artykuły), skala wykorzystania opcji realnych w praktyce gospodarczej przez polskie i zagraniczne przedsiębiorstwa²¹² jest stosunkowo niewielka²¹³. Dla praktyków ich wycena jest skomplikowana i mało intuicyjna. W dalszej części tego rozdziału zostaną przeanalizowane najistotniejsze trudności towarzyszące zastosowaniu teorii opcji realnych w praktyce w podziale na problemy natury metodycznej i praktycznej.

2.3.1. Problemy metodyczne – analiza i krytyka założeń wyceny opcji realnych

Opcje finansowe i realne, mimo swego ogólnego podobieństwa, różnią się od siebie²¹⁴. Konsekwencją użycia modelu Blacka-Scholesa stosowanego do wyceny opcji na rynku finansowym do wyznaczenia wartości opcji realnych jest konieczność akceptacji lub adaptacji wielu towarzyszących im założeń. Powoduje to trudności natury metodycznej, skutkujące odrzuceniem lub nagięciem wielu założeń charakterystycznych dla wyceny opcji finansowych. Poniżej podano najczęściej spotykane problemy dotyczące wyceny opcji realnych²¹⁵.

1. Ograniczenie stosowania formuły Blacka-Scholesa do wyceny opcji europejskich o ustalonym terminie wykonania.
2. Konieczność utworzenia portfela zabezpieczającego przed ryzykiem opcji.
3. Znana i stała cena wykonania opcji.
4. Występowanie jednego źródła niepewności.
5. Wycena opcji współzależnych.
6. Konieczność identyfikacji aktywa bazowego.

Katowicach 2015, nr 247, s. 20–43 lub J. Dzieża, *Czy LCOE jest dobrą miarą rentowności inwestycji w energetyce?*, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia* 2017, nr 5 (89, cz. 2), s. 273–284.

²¹⁰ T. Łukaszewski, W. Głócko, *An Assessment of Wind Farm Construction Efficiency Using the Real Option Method*, *Folia Oeconomica Stetinensia* 2017, Vol. 1 (2), s.84–102.

²¹¹ M. Gnap, *Opcje realne jako alternatywa w wycenie projektów inwestycyjnych*, *Zarządzanie Finansami i Rachunkowość* 2017, nr 5 (2), s. 53–63.

²¹² Przykłady zastosowania opcji realnych w praktyce gospodarczej opisują np. P. Adamczyk, W. Rogowski, *Opcje realne w praktyce biznesowej*, *Organizacja i Kierowanie* 2013, nr 3 (156), s. 59–90.

²¹³ S. Block, *Are „Real Options” Actually Used in the Real World?*, *The Engineering Economist* 2007, No. 52 (3).

²¹⁴ Zob. podrozdział 2.1.1 Analogie pomiędzy opcjami realnymi a finansowymi.

²¹⁵ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 261–264.

7. Wykorzystanie geometrycznego ruchu Browna ze stałym poziomem zmienności do opisu zmian wartości aktywa bazowego.
8. Określony, stały czas życia opcji.
9. Określenie wartości aktywa bazowego i wartości opcji.

Ad. 1. Ograniczenie stosowania formuły Blacka-Scholesa do wyceny opcji europejskich o ustalonym terminie wykonania. Przytaczany w niniejszej monografii model Blacka-Scholesa mimo wielu badań w tym kierunku²¹⁶ nie ma swojego bezpośredniego odpowiednika dla opcji typu amerykańskiego. Tymczasem opcje realne mają najczęściej charakter opcji amerykańskich (lub bermudzkich²¹⁷) z dowolnym (lub ograniczonym) terminem wykonania do ustalonej daty²¹⁸. Aby rozwiązać ten problem, stosuje się metody symulacyjne lub odpowiednie interpretacje modelu Blacka-Scholesa, np. wykorzystujące drzewa dwumianowe – w węzłach drzewa jest zapisany warunek wykonania opcji. Ograniczenie to można także obejść przez zastosowanie analizy wrażliwości wartości opcji na czas życia opcji.

Ad. 2. Możliwość utworzenia w każdym momencie czasu portfela zabezpieczającego przed ryzykiem opcji²¹⁹. Brak kosztów transakcyjnych i podatków, a więc brak możliwości arbitrażu, ma umożliwić dokonanie dowolnej liczby transakcji kupna i sprzedaży instrumentów finansowych na doskonale efektywnym rynku finansowym tak, aby dopasować portfolio do ryzyka opcji²²⁰. W praktyce założenie to jest niemal niemożliwe do spełnienia, wobec czego powstało kilka rozwiązań tego problemu bazujących m.in. na korektach stopy wolnej od ryzyka, kosztu kapitału lub dyskont stosowanych do końcowej wartości opcji²²¹.

Ad. 3. Założenie o stałej i znanej cenie wykonania opcji. W przypadku opcji realnych ceną wykonania jest najczęściej wartość nakładów inwestycyjnych lub – w przypadku opcji sprzedaży –

²¹⁶ Istnieją formuły aproksymujące wartość amerykańskich opcji kupna i sprzedaży, zob. np. B. Ødegaard, *Extending the Black Scholes Formula*, w: tegoż, *Financial Numerical Recipes in C++*, 2003, s. 50–61, [http://inis.jinr.ru/sl/M_Mathematics/MN_Numerical%20methods/Odegaard%20B.A.%20Financial%20numerical%20Recipes%20in%20C++%20\(2003\)\(152s\).pdf](http://inis.jinr.ru/sl/M_Mathematics/MN_Numerical%20methods/Odegaard%20B.A.%20Financial%20numerical%20Recipes%20in%20C++%20(2003)(152s).pdf); G. Barone-Adesi, R.E. Whaley, *Efficient Analytic Approximation of American Option Values*, *Journal of Finance* 1987, Vol. 42 (2), s. 301–20.

²¹⁷ Opcje bermudzkie dają prawo realizacji opcji przed terminem wygaśnięcia, w ściśle określonych punktach czasowych, lecz nie przez cały czas życia opcji, jak to jest w przypadku opcji amerykańskich. Więcej o wycenie opcji bermudzkich można przeczytać w: A. Hamdi, *Some Aspects of Optimal Switching and Pricing Bermudan Options*, rozprawa doktorska, Royal Institute of Technology, Stockholm 2013, <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:615257/FULLTEXT01.pdf>.

²¹⁸ J. Jakubowski, *Matematyka stosowana. Modele matematyczne rynków instrumentów pochodnych I*, Uniwersytet Warszawski, Warszawa 2011, s. 105.

²¹⁹ Zob. F. Black, M. Scholes, *Pricing of Options...*, s. 637–654.

²²⁰ Zob. J. Mizerka, *Opcje rzeczywiste...*, s. 86–94.

²²¹ Zob. P. Kodukula, Ch. Papudesu, *Project Valuation...*, s. 83–85.

wartość rynkowa inwestycji bądź jej wartość likwidacyjna. Ich amerykański charakter sprawia, że założenie o stałej i znanej cenie wykonania w rzeczywistości niemal uniemożliwia wycenę. Wraz ze zmianą sytuacji gospodarczej wartości określane jako cena wykonania mogą się zmieniać, co podważa kolejne (analizowane w kolejnych podrozdziałach) założenie o jednym źródle niepewności. W takich przypadkach do wyliczenia skonsolidowanej zmienności²²² można posłużyć się symulacją Monte Carlo lub metodą drzewa wielomianowego²²³.

Ad. 4. Jedno źródło niepewności. Założenie to bardzo często nie jest spełnione, gdyż na wartość wielu opcji realnych ma wpływ więcej niż jeden czynnik obciążony niepewnością. Tego typu opcje realne, jak już wspomniano, noszą nazwę opcji tęczyowych (*rainbow options*). Do wyznaczenia ich wartości wskazane jest stosowanie metod służących wycenie wartości opcji wieloczynnikowych opartych na drzewach dwumianowych²²⁴ lub omawianej już metody konsolidacji czynników ryzyka²²⁵.

Ad. 5. Występowanie wielu współzależnych opcji. Opcje realne w przeciwieństwie do opcji finansowych występują zazwyczaj w postaci opcji złożonych i zależnych. Wymaga to stosowania bardziej skomplikowanych metod wyceny, opartych na drzewach dwumianowych lub teorii gier²²⁶.

Ad. 6. Identyfikacja aktywa bazowego. W modelu Blacka-Scholesa aktywo bazowe jest kluczowym parametrem wyceny. Jest ono ściśle określone – w przypadku wyceny opcji finansowych jest to bieżąca cena instrumentu, na który została wystawiona. Jest ona obserwowalna na regulowanym rynku. Dla opcji realnych aktywem bazowym zazwyczaj jest wartość projektu inwestycyjnego. Wyznacza się ją w strategicznie istotnych momentach, co sprawia, że nie jest możliwe precyzyjne określenie zmian wartości w czasie. Określenie aktywa bliźniaczego do wartości projektu (w klasycznej formie) jest bardzo trudne, a wręcz niemożliwe. Konieczne są uproszczenia – najczęściej przyjmuje się podejście MAD, które zakłada, że aktywem bliźniaczym (bazowym) jest wartość projektu, na którym zbudowana jest opcja realna. Jest ona szacowana metodami dyskontowymi i zależna zazwyczaj od wielu obarczonych ryzykiem

²²² T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: A Practitioner's Guide...*, rozdz. 9 i 10.

²²³ Zob. P. Kodukula, Ch. Papudesu, *Project Valuation...*, s. 101–141.

²²⁴ J. Dockendorf, *Sequential Real Rainbow Options*, *The European Journal of Finance* 2015, Vol. 21 (10–11), s. 867–892.

²²⁵ T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: A Practitioner's Guide...*, rozdz. 9 i 10.

²²⁶ Zob. np. E. Rychłowska-Musiak, *Opcje realne na rynku konkurencyjnym – gry opcyjne*, *Ekonomista* 2017, nr 4, s. 400–414; A. Arasteh, *Combination of Real Options and Game-Theoretic Approach in Investment Analysis*, *Journal of Industrial Engineering International* 2016, Vol. 12 (3), s. 361–375 lub M. Jarzęcki, J. Mizerka, *Elements of the Prospect Theory in Strategic Investment Games*, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia* 2015, nr 74 t. 1, s. 433–446.

czynników. Pociąga to za sobą ryzyko popełniania błędów w wycenie opcji związanych ze źle oszacowaną wartością przepływów pieniężnych lub nieodpowiednią wartością kosztu kapitału. Pomijając te potencjalne trudności w szacowaniu wartości projektu, aktualne pozostaje pytanie, czy zmieniając aktywo bazowe w swej klasycznej postaci na parametry uzyskane w podejściu MAD, możliwe jest uzyskanie precyzyjnego szacunku wartości opcji realnej.

Ad. 7. Do opisu zmian wartości aktywa bazowego wykorzystywany jest geometryczny ruch Browna ze stałym poziomem zmienności, który powoduje, że wartości układają się w logarymiczno-normalny rozkład. Stosowanie geometrycznego ruchu Browna wydaje się zbyt dużym uproszczeniem. Zabieg ten służy odwzorowaniu zmian wartości aktywa bazowego, którym najczęściej jest wartość inwestycji. Pierwszym argumentem podważającym to założenie jest to, że sytuacja gospodarcza jest uzależniona od wielu czynników, które powodują, że występują okresy większej i mniejszej zmienności, co wyklucza stały poziom zmienności. Po drugie, w odróżnieniu od instrumentów z rynków finansowych na wartość inwestycji wpływają inne parametry, które powodują, że instrument bazowy ma inną specyfikę np. cykl życia biznesu, zwiększenie lub zmniejszenie popytu a także zdarzenia nadzwyczajne²²⁷. Po trzecie, nie ma pewności czy geometryczny ruch Browna jest odpowiednim narzędziem do opisu zmienności aktywa bazowego zwłaszcza, że istnieją modele wyceny opcji bazujące na innych procesach stochastycznych np. GBM z powrotem do średniej²²⁸. Pomimo tych zastrzeżeń większość wyceniających opcje realne posługuje się geometrycznym ruchem Browna, jako przybliżeniem zmian wartości aktywa bazowego.

Ad. 8. Szacowanie czasu życia opcji – w przypadku opcji finansowych czas życia jest znany – określony jako stała w modelu Blacka-Scholesa. Projekty inwestycyjne, na których zbudowane są opcje realne mają inną, różnorodną charakterystykę uzależnioną od wielu parametrów rynkowych. Wobec tego, czas życia opcji nie zawsze może być określony jako stały. Przykładowo może zostać skrócony (ale także wydłużony) przez działania konkurencji, rozwój technologiczny lub inne czynniki. W niektórych przypadkach konieczne jest więc wspomaganie klasycznego modelu Blacka-Scholesa drzewami decyzyjnymi lub też zastosowaniem teorii gier²²⁹.

²²⁷ Zob. E. Bowman, G. Moskowitz, *Real Options Analysis and Strategic Decision Making*, *Organization Science* 2001, Vol. 12 (6), s. 775.

²²⁸ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 262.

²²⁹ G.de Almeida, M. Dias, L.Brandão, C. Samanez, *A Real Options Model with Games Applied to the Rio de Janeiro Residential Real Estate Market*, *Revista Brasileira de Gestão De Negócios* 2019, Vol. 21 (1), s. 118–135.

Ad. 9. Wartość opcji. Wyliczana jest za pomocą porównania deterministycznej wartości aktywa bazowego z ceną wykonania opcji - na tej podstawie następuje decyzja o jej wykonaniu²³⁰. Zmienną, od której zależy wykonanie opcji realnej jest wartość aktywa bazowego a więc najczęściej wartość projektu inwestycyjnego (MAD). Jest ona w przeciwieństwie do aktywa bazowego opcji finansowych, którymi są najczęściej akcje przedsiębiorstw trudna do monitorowania. Pomiar wartości inwestycji wykonywany jest punktowo w kluczowych dla projektu momentach. W momencie wykonania opcji (lub w momencie jej wygaśnięcia) otrzymuje się jej wartość, którą sprowadza się do wartości na moment wyceny.

2.3.2. Problemy praktyczne

Problemy praktyczne związane z wykorzystaniem opcji realnych w większości przypadków są następstwem trudności metodycznych. Najczęściej występują dwie grupy problemów – pierwsza związana z identyfikacją opcji realnych. Druga dotyczy wyznaczania parametrów wejściowych wyceny, w tym zmienności, a także aktywa bazowego i opisu zmian jego wartości, co przekłada się na wybór podejścia do wyceny.

Aby można było dokonać wyceny opcji realnej, przede wszystkim należy określić, czy w danej sytuacji decyzyjnej można zidentyfikować elastyczność. Jeśli tak, należy określić jej typ i wybrać odpowiedni model wyceny. Pozytywna identyfikacja opcji realnej wymaga spełnienia pięciu głównych warunków²³¹:

- występowanie niepewności związanej z projektem inwestycyjnym;
- niepewność ma wpływ na wartość projektu;
- kadra zarządzająca ma możliwość reakcji na zmiany w fazie realizacji projektu;
- opracowane strategie elastycznej reakcji na zmiany są wiarygodne i wykonalne;
- kadra postępuje racjonalnie w trakcie realizacji strategii elastycznej reakcji.

Pierwszy i drugi warunek są ze sobą powiązane – niepewność powinna istotnie wpływać na wartość projektu. Z drugiej strony zmienność powinna uzasadniać przygotowanie²³² i

²³⁰ L. Trigeorgis, *Option-Pricing Theory and Financial Options Applications*, w: tegoż, *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press, Cambridge–London 2000, s. 69–120.

²³¹ J. Mun, *Real Options Analysis, Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*, John Wiley & Sons, Hoboken 2002, s. 150.

²³² Np. zakup ziemi w celu późniejszego rozszerzenia działalności.

wprowadzenie przez kadrę zarządzającą potencjalnych korekt w realizacji projektu²³³. Niepewność oznacza, że kadra zarządzająca firmy nie ma informacji o dokładnym poziomie parametrów podlegających wpływowi niepewności, ale może je zdefiniować w kategoriach stochastycznych. Gdy w trakcie realizacji projektu niepewność zostanie rozwiązana, czyli stanie się wiadome, jakie są rzeczywiste wartości parametrów, kadra zarządzająca powinna mieć przygotowaną zawnazu²³⁴ możliwość elastycznej reakcji.

Analiza opcji realnych pozwala także na określenie granicznych wartości parametrów decyzyjnych, po przekroczeniu których wykonanie opcji przyniesie optymalne wykonanie i wzrost wartości projektu. Nie zawsze jednak opcje realne są wykonywane optymalnie, przede wszystkim ze względów behawioralnych i organizacyjnych. Przykładowo w przypadku opcji typu amerykańskiego wykonanie może nastąpić w dowolnym momencie do wygaśnięcia opcji, natomiast parametr decyzyjny monitorowany jest w kilku punktach czasowych. Zmienia to charakterystykę opcji, obniża jej potencjalną wartość i ma wpływ na jej poprawną identyfikację. Z drugiej strony możliwa jest też sytuacja, w której zarządzający projektem ze względów np. finansowych, psychologicznych czy społecznych będą chcieli podjąć decyzję o wykonaniu bądź nie opcji optymalnej dla siebie, nie kierując się maksymalizacją wartości projektu²³⁵. Możliwe jest też, że mimo wyznaczonego optymalnego momentu wykonania opcji decyzja kadry zarządzającej o dokonaniu zmian w projekcie zapada niemal automatycznie, w pierwszym możliwym momencie²³⁶. Racjonalność w zarządzaniu jest więc ważnym elementem identyfikacji opcji, który pozwala zrealizować w pełni wyliczoną wartość przez optymalne jej wykonanie. Nie wszystkie opcje realne są możliwe do zidentyfikowania w momencie planowania przedsięwzięcia. Niektóre z nich mogą być zidentyfikowane dopiero podczas realizacji projektu, wraz z przyrostem wiedzy o inwestycji i jej otoczeniu. Pozwala to na zaplanowanie opcji realnej w realizowanym już

²³³ Np. w razie korzystnej koniunktury reakcją będzie rozszerzenie działalności na zakupionej wcześniej ziemi.

²³⁴ Opcja realna to przygotowana możliwość dokonania zmian w projekcie w odróżnieniu od *shadow options*, które mają charakter niezaprogramowanej elastyczności i są często dostrzegane dopiero w trakcie realizacji inwestycji. Szerzej w: T. Burger-Helmchen, *Justifying the Origin of Real Options and their Difficult Evaluation in Strategic Management*, Schmalenbach Business Review 2007, February, s. 387–405.

²³⁵ Występują także zachowania związane z teorią agencji, a także teorią perspektywy, zob. R. Adner, D.A. Levinthal, *What is Not a Real Option: Considering Boundaries for the Application of Real Options to Business Strategy*, Academy of Management Review 2004, Vol. 29, No. 1, s. 74–85; A. Zardkoohi, *Do Real Options Lead to Escalation of Commitment*, Academy of Management Review 2004, Vol. 29, No. 1, s. 111–119.

²³⁶ Zob. W. Coff, K. Laverty, *Real Options on Knowledge Assets: Panacea or Pandora Box?*, Business Horizons 2001, November–December, s. 73–75.

przedsięwzięciu oraz na określenie optymalnego poziomu parametru decyzyjnego i momentu wykonania²³⁷.

Do wyceny opcji realnych często trzeba wyznaczyć przyszłą wartość parametrów, takich jak czas życia opcji i zmienność wartości projektu inwestycyjnego. Niestety trudno jest prognozować i mierzyć te parametry, a błędy szacunkowe mogą spowodować różnice w wartości opcji. Głównym parametrem, który ma wpływ na wartość opcji, jest zmienność projektu inwestycyjnego. Wartość ta nie jest notowana na rynku, do jej wyznaczania stosowanych jest wiele technik zastępczych (proxy). Do szacowania zmienności aktywa bazowego można wykorzystać:²³⁸

- metodę odpowiednika rynkowego i logarytmowania stóp zwrotu,
- metodę symulacji i logarytmicznych stop zwrotu na wartości bieżącej,
- metodę ekspercką.

Popularną metodą aproksymacji zmienności projektu inwestycyjnego jest użycie danych rynkowych dotyczących zmienności zwrotów z porównywalnej firmy lub sektora gospodarki, zwanych też aktywem bliźniaczym. Zakłada się, że zmienność projektu inwestycyjnego jest wysoko skorelowana ze zmiennością stóp zwrotu aktywa bliźniaczego. Firmy będące źródłem danych do wyliczeń powinny posiadać jak najwięcej analogii do projektu, a więc mieć zbliżony profil działania, działać na podobnych rynkach, być poddane podobnemu ryzyku. Używając notowań takiej firmy, wyliczamy odchylenie standardowe logarytmu naturalnego stóp zwrotu z akcji za pomocą wzoru:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad x_t = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)$$

σ – odchylenie standardowe wartości projektu,

n – liczba obserwacji,

x – zmienna określająca logarytm stóp zwrotu,

y_t – notowanie cen akcji firmy porównywanej dla $t = 0, 1, \dots, n + 1$.

Aby oszacować zmienność projektu inwestycyjnego, można posłużyć się także przepływami pieniężnymi, z których obliczana jest stopa zwrotu dla kolejnych lat. Niestety szacowanie przyszłych przepływów pieniężnych często jest niedokładne. Aktywa bliźniaczego można także poszukiwać na rynku surowców lub produktów związanych z projektem. Zmienność projektu

²³⁷ B. Kogut, N. Kulatilaka, *Real Options Pricing and Organizations: The Contingent Risks of Extended Theoretical Domains*, Academy of Management Review 2004, Vol. 29, No. 1, s. 102–110.

²³⁸ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 269–276.

inwestycyjnego jest często różna od zmienności danych wejściowych; rozwiązaniem tego problemu są metody symulacyjne, które na podstawie danych wejściowych szacują zmienność projektu. Zmienność danych wyjściowych może być dobrym odzwierciedleniem zmienności inwestycji. Warunkiem jest wysoka korelacja tych dwóch zmiennych.

Jeśli niemożliwe jest znalezienie odpowiedniego aktywa bliźniaczego na rynku, to możliwe jest stosowanie eksperckich metod subiektywnego wyznaczania zmienności. Procedura ta polega na tym, że jeśli wartość projektu inwestycyjnego jest opisana zakładanym, znanym rozkładem, to po ustaleniu typowego zakresu wartości projektu i dopasowaniu jego krańcowych wartości do tego rozkładu można obliczyć średnią i odchylenie standardowe rozkładu wartości projektu. Znając te parametry, można ustalić wartość współczynnika zmienności, który powinien odpowiadać zmienności projektu. W procedurze tej ważne jest dopasowanie zakresu zmienności projektu do średniej wartości i rodzaju zakładanego rozkładu.

Jeśli nie można ustalić zmienności projektu inwestycyjnego, a znane są parametry statystyczne rozkładów zmiennych wejściowych, to można posłużyć się metodą symulacyjną. Polega ona na złożeniu kilku parametrów obciążonych ryzykiem, wpływających na wartość zmienności projektu inwestycyjnego w stopniu zależnym od ich udziału we wrażliwości wartości projektu. Dzięki przeprowadzeniu licznych iteracji symulacyjnych modelu możliwe jest uzyskanie wielu wyników pozwalających na określenie rozkładu wartości projektu inwestycyjnego i jego parametrów, a wśród nich – odchylenia standardowego zwrotów z projektu²³⁹.

Wybór podejścia do wyceny opcji realnych zależy od możliwości znalezienia aktywa bazowego lub bliźniaczego, co z reguły nastrocza wiele trudności, a czasem bywa wręcz niemożliwe. Istnieje pięć podstawowych podejść do wyceny: klasyczne, klasyczne zrewidowane, subiektywne, zintegrowane i rynkowe (MAD)²⁴⁰. Każde z nich zawiera inne rekomendacje co do tego, czym aktywo bliźniacze może być²⁴¹. Może się zdarzyć, że pomimo ustalenia aktywa bliźniaczego może ono nie odwzorowywać w należyty sposób zmian wartości projektu inwestycyjnego z uwagi na ryzyko specyficzne związane z realizacją danego unikalnego projektu, ryzyko bazowe, które wiąże się z brakiem standaryzacji aktywa bliźniaczego, a także wyciekami wartości związanymi ze zmniejszeniem wartości projektu w wyniku działań konkurencji²⁴². W praktyce w większości wycen wykorzystuje się podejście MAD, które zakłada, że najlepszym aktywem bliźniaczym jest

²³⁹ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 275.

wartość projektu wyliczona metodami dyskontowymi. Porównanie podejść do wyceny opcji realnych zostało zamieszczone w tabeli (zob. tabela 2.3).

Tabela 2.3 Porównanie wybranych podejść do wyceny opcji realnych

	Podejście		
	Klasyczne	Subiektywne	MAD
Opis podejścia	<ul style="list-style-type: none"> • identyfikacja instrumentu bliźniaczego. • oszacowanie parametrów rozkładu jego wartości, ewentualnie prawdopodobieństwa arbitrażowego • określenie wartości instrumentu bazowego na podstawie informacji o instrumencie bliźniaczym • oszacowanie wartości opcji za pomocą modeli stosowanych do wyceny opcji finansowych (model dwumianowy, model Blacka-Scholesa)²⁴³. 	<ul style="list-style-type: none"> • uznaje się, że aktywo bliźniacze istnieje, ale nie jest dokładnie określone • subiektywnie oszacowanie wartości początkowej i zmienności instrumentu bazowego • wykorzystanie standardowych metod wyceny opcji finansowych do wyceny opcji realnych 	<ul style="list-style-type: none"> • oszacowanie przepływów pieniężnych generowanych przez projekt będący instrumentem bazowym dla opcji • parametry wejściowe modelu przepływów pieniężnych to zmienne losowe o znanym rozkładzie • ustalenie za pomocą symulacji Monte-Carlo rozkładu wartości projektu i jego zmienności • wykorzystanie parametrów oszacowanego rozkładu w modelu wyceny opcji realnych²⁴⁴.
Aktywo bazowe	zazwyczaj akcje firmy których notowania rynkowe reagują na niepewność otoczenia identycznie jak wartość projektu	zazwyczaj bliżej nieokreślone aktywo z subiektywnie wyznaczonymi parametrami	wartość projektu
Rynkowa wycena aktywa bazowego	tak	częściowo	częściowo
Rynkowe szacowanie zmienności	tak	częściowo	nie
Spójność wartości aktywa i zmienności	tak	nie	tak
Znalezienie aktywa bazowego	bardzo trudne, często niemożliwe	uproszczone	łatwe

²⁴⁰ A. Borison, *Real Options Analysis: Where Are the Emperor's Clothes?* http://www.realloptions.org/abstracts_2003.html (dostęp 18.09.2019 r.)

²⁴¹ W. Rudny, *Opcje rzeczowe w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Katowice 2009, s. 131–137.

²⁴² zob. T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 279.

²⁴³ J. Mizerka: *Opcje rzeczywiste...*, s. 94–95.

²⁴⁴ Tamże, s. 100.

	Podejście		
	Klasyczne	Subiektywne	MAD
Stosowana metoda wyceny	BS, BSM	BS, BSM	drzewa dwumianowe, metody symulacyjne
Założenia i uproszczenia	doskonała korelacja aktywa bliźniaczego z bazowym	szacowane parametry są identyczne jak w aktywie bazowym	wycena wartości projektu jest równa jego cenie rynkowej
Subiektywizm podejścia	wyбір aktywa bliźniaczego	szacowanie parametrów (ewentualnie wybór zmiennej porównawczej)	wycena wartości, zgodność struktury modelu z wyceny z rzeczywistością

Źródło: opracowanie własne na podstawie T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...* s. 284, tab. 4.4.

Analiza przedstawionych podejść i wzięcie pod uwagę przyjmowanych założeń i uproszczeń pokazuje, że każde z nich ma swoje wady i zalety. Każde, mimo możliwości dopasowania do sytuacji, w której jest stosowane, narusza wiele założeń leżących u podstaw wyceny opcji finansowych. Wydaje się jednak, że do wyceny opcji realnych najlepszym z praktycznego punktu widzenia jest podejście MAD. Trudności ze znalezieniem aktywa bliźniaczego nawet na najbardziej rozwiniętych rynkach kapitałowych sprawiają, że konieczne jest uproszczenie i jednocześnie zbliżenie koncepcji wyceny do charakterystyki opcji realnych. W podejściu MAD, metodami dyskontowymi wyznaczana jest wartość projektu inwestycyjnego, co ma zastąpić konieczność wyznaczania aktywa bliźniaczego. Podejście klasyczne w praktyce okazuje się w większości przypadków niemożliwe do zastosowania ze względu na sztywne założenia. Subiektywne podejście do wyceny opcji z uwagi na niespójność oraz niemożliwość wyceny złożonych opcji, w których niepewność pochodzi z wielu źródeł, można zaakceptować jedynie do wstępnej wyceny opcji²⁴⁵.

Skomplikowane problemy metodyczne skutecznie uniemożliwiają menedżerom wprowadzenie opcji realnych do zarządzania projektami lub ich portfelami. Nie ma jednej uniwersalnej metody wyceny opcji realnych. Dla niektórych warunków brzegowych oraz bardziej skomplikowanych opcji (często złożonych lub o wielu źródłach ryzyka) nie ma uniwersalnych rozwiązań różniczkowego modelu Blacka-Scholesa, co zmusza do korzystania z drzew dwumianowych lub numerycznych metod wyceny. Każdorazowa konieczność dopasowywania modelu wyceny oraz

²⁴⁵ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 285.

podejścia do szacowania parametrów (nawet tych podstawowych) wymaga dużej wiedzy matematyczno-statystycznej i doświadczenia.

2.3.3. Ocena metod wyceny opcji realnych pod kątem zastosowania w praktyce

Ze względu na swoją złożoność opcje realne są wyceniane w praktyce gospodarczej na wiele różnych sposobów. Każdy z nich, niezależnie czy będzie to przekształcenie analitycznego modelu Blacka-Scholesa, czy połączenie metod symulacyjnych i np. drzew decyzyjnych, opiera się w mniejszym bądź większym stopniu na zaprezentowanych w poprzednich podrozdziałach metodach wyceny (zob. podrozdział 2.2). W tabeli (zob. tabela 2.4) zaprezentowano porównanie metod wyceny przedsiębiorstw w podziale na cztery podstawowe grupy.

Tabela 2.4 Porównanie wybranych metod wyceny opcji realnych

Model	Proces użyty do stworzenia przyszłej rozkładu wartości	Rodzaj rozkładu	Dyskontowanie wartości oczekiwanej	Mechanizm wyznaczania wartości
Black-Scholes (1973)	GBM	ciągły, logarytmiczno-normalny rozkład	ciągłe, stopą wolną od ryzyka	zamknięta formuła, replikacja
Drzewa dwumianowe (1979)	odtworzenie GBM na drzewach dwumianowych	quasi logarytmiczno-normalny rozkład	złożone, stopą wolną od ryzyka	iteracja wsteczna do obliczania wartości, nawiązania do Blacka-Scholesa
Metoda Dataro-Mathewsa (2004)	scenariusze oparte na przepływach pieniężnych i symulacja Monte Carlo	zmiany wartości determinowane na podstawie danych wejściowych (dowolne rozkłady prawdopodobieństw a)	elastyczne, zależne od wyceniającego (nakłady inwestycyjne dyskontowane stopą wolną od ryzyka)	wyznaczenie dodatniej wartości rozkładu wynikowego otrzymanego z symulacji
Fuzzy Pay-off Method (2009)	scenariusze oparte na przepływach pieniężnych i liczby rozmyte	liczby rozmyte	elastyczne, zależne od wyceniającego	uproszczone, zastosowanie logiki rozmytej, rozmyta wartość NPV

Źródło: M. Collan, *Modeling Choices in the Valuation of Real Options: Reflections on Existing Models and Some New Ideas*, 2011, <https://pdfs.semanticscholar.org/7bc7/e06d16066810509e5352991cfc2056f68bc7.pdf>.

Z metodycznego punktu widzenia do każdego przypadku elastycznej inwestycji należy przyporządkować najlepiej pasującą metodę wyceny opcji realnych. Dla złożonych, wielopoziomowych sytuacji decyzyjnych dobrym narzędziem wyceny są drzewa dwumianowe.

Gdy mamy do czynienia z projektem, dla którego są określone trzy lub cztery scenariusze, dobrym pomysłem będzie zastosowanie metod opartych na liczbach rozmytych. Proste opcje, dla których łatwo odnaleźć aktywo bliźniacze, powinny być wyceniane za pomocą modelu Blacka-Scholesa. Naukowcy i praktycy do tej pory mają wątpliwości co do tego, którą z metod wybrać, czy też które podejście do szacowania parametrów należy przyjąć²⁴⁶. Powoduje to koncepcyjny chaos, który nie sprzyja zastosowaniu teorii opcji realnych w praktyce. Każda z opisanych pokrótce we wcześniejszym podrozdziale (zob. podrozdział 2.2) i zestawionych w tabeli metod (zob. tabela 2.5) ma swoje wady i zalety.

Tabela 2.5 Wady i zalety wybranych modeli wyceny opcji realnych

Model	Zalety	Wady
Model Blacka-Scholesa	<ul style="list-style-type: none"> zamknięta formuła, dająca dokładny i jednoznaczny wynik mała złożoność algorytmu 	<ul style="list-style-type: none"> trudne, często niemożliwe do spełnienia założenia konieczność wyboru podejścia do szacowania parametrów (istnienie aktywa bazowego i jego zmienność) brak możliwości lub duże utrudnienia przy wycenie opcji złożonych lub tęczyowych formuła wyznaczona jest tylko dla opcji europejskich zmiany wartości aktywa bazowego są zgodne z GBM
Drzewa dwumianowe	<ul style="list-style-type: none"> uniwersalność metody, możliwość wyznaczania wartości opcji złożonych i tęczyowych wyznacza wartość opcji europejskich i amerykańskich łatwy opis złożonych sytuacji na drzewie dwumianowym 	<ul style="list-style-type: none"> trudne, często niemożliwe do spełnienia założenia względnie duża złożoność zmiany wartości aktywa bazowego są zgodne z GBM odwzorowanym na drzewie
Metoda Datara-Mathewsza	<ul style="list-style-type: none"> dane wejściowe do modelu wyceny to stochastyczne dane rynkowe prostota metody, która w domyśle jest zorientowana na praktyków zastosowanie do wyceny symulacji Monte Carlo, pozwalającej na uwzględnienie wielu czynników ryzyka wyznacza wartość opcji europejskich i amerykańskich 	<ul style="list-style-type: none"> dyskontowanie dwoma różnymi stopami – nakłady inwestycyjne stopą wolną od ryzyka, a przyszłe zyski operacyjne kosztem kapitału zyski operacyjne nie odzwierciedlają w pełni korzyści wynikających z realizacji projektu do złożenia opcji niezbędne jest zastosowanie drzew decyzyjnych
Fuzzy Pay-off Method	<ul style="list-style-type: none"> stosunkowo prosta w zastosowaniu metoda bazuje na analizie scenariuszy analizowane są przepływy pieniężne które odzwierciedlają nakłady i korzyści wyznacza wartość opcji europejskich i amerykańskich 	<ul style="list-style-type: none"> wymaga podstawowej wiedzy związanej ze zbiorami rozmytymi do dyspozycji są tylko rozkłady trójkątny i trapezowy odcina ogony rozkładów do złożenia opcji niezbędne jest zastosowanie drzew decyzyjnych

Źródło: M. Collan, *Modeling Choices ...*

Biorąc pod uwagę przebieg procesu wyceny opcji realnych, począwszy od identyfikacji opcji, a na interpretacji wyników skończywszy, należy podkreślić, że metodyczne rozważania docelowo

²⁴⁶ A. Borison: *Real Options Analysis...*

powinny prowadzić do jak największej aplikowalności opcji realnych w praktyce. Metodyka wyceny opcji realnych powinna zatem umożliwiać:

- Stopień skomplikowania umożliwiający wykorzystanie metody przez większość menedżerów. Metoda będzie powszechnie stosowana, gdy będzie rozumiana jako algorytm oraz będzie prowadziła do łatwych interpretacyjnie wyników. Poziom zrozumienia zależy od poziomu skomplikowania metody, jak i poziomu wiedzy stosującego. Można z tego wydedukować, że metodyka służąca wycenie opcji realnych w praktyce powinna charakteryzować się co najwyżej przeciętnym poziomem skomplikowania, być logicznie spójna i intuicyjna, łatwa do zrozumienia. Wkomponowanie metody wyceny opcji realnych w powszechnie znane i akceptowane dyskontowe metody wyceny powinno ułatwić ich zastosowanie w praktyce.
- Łatwy i intuicyjny opis nawet skomplikowanych sytuacji decyzyjnych. Narzędzie służące do wyceny opcji realnych, pomimo swej względnej prostoty, powinno jednocześnie umożliwiać modelowanie i rozwiązywanie większości problemów, z jakimi menedżerowie mogą się spotkać w zarządzaniu projektami. Ze względu na przypadki złożenia opcji, konieczność uwzględnienia ich logicznego następstwa, mnogość scenariuszy rozwoju oraz zarządzania portfelami opcji konieczna jest bardzo duża elastyczność i uniwersalność metody.
- Uwzględnienie wielu źródeł ryzyka. W modelu Blacka-Scholesa, który jest najbardziej znaną metodą wyceny opcji realnych, zakłada się występowanie jednego źródła niepewności²⁴⁷, tymczasem w praktyce ryzyko związane z inwestycjami rzeczowymi zwykle opisuje więcej niż jeden parametr obciążony ryzykiem. Narzędzie służące wycenie opcji realnych powinno zatem umożliwiać analizę wpływu poszczególnych czynników ryzyka na wartość projektu i towarzyszącej mu opcji.
- Łatwość szacowania parametrów do modelu wyceny wynikająca z ich rynkowego charakteru. O dokładności i adekwatności wyników pochodzących z niemal wszystkich modeli wyceny decyduje jakość wprowadzanych do nich parametrów wejściowych. Model Blacka-Scholesa i jego rozwinięcia, a także metody wyceny oparte na drzewach dwumianowych, wykorzystują parametry, które nie są obserwowane na rynku²⁴⁸. Przykładem może być wartość aktywa bazowego lub bliźniaczego, a także ich zmienność.

²⁴⁷ T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: A Practitioner's Guide...*, rozdz. 9 i 10.

²⁴⁸ Zob. część dotyczącą parametrów wyceny opcji realnych.

Identyfikacja aktywa bliźniaczego jest stosunkowo prosta, gdy wyceniający ma do czynienia z aktywami finansowymi. Opcje realne są częścią inwestycji rzeczowych, które są ze swej natury unikatowe, a ich wartość nie jest zazwyczaj obserwowalna na regulowanym rynku. Menedżer mający oszacować zmienność wartości projektu staje więc przed abstrakcyjnym wyzwaniem. Dzieje się tak między innymi dlatego, że wartość i ryzyko projektu (lub też opcji) kształtują czynniki rynkowe, takie jak chociażby cena lub wielkość popytu. Wyznaczenie wartości tych parametrów osobno jest dużo prostsze i bardziej intuicyjne w przeciwieństwie do bezpośredniego określenia zmienności projektu (lub też innego aktywa bliźniaczego). Odejście w wycenie od nawiązań do rynku finansowego wydaje się naturalne i korzystne, zwłaszcza ze względu na łatwość szacowania parametrów przez menedżerów, jak i precyzję estymacji wynikającą z ich wiedzy i doświadczenia.

Tabela 2.6 Ocena wybranych metod wyceny opcji realnych pod kątem praktycznego zastosowania

Model	Wykorzystanie metody przez większość menedżerów	Opis skomplikowanych sytuacji decyzyjnych	Uwzględnienie wielu źródeł ryzyka	Zastosowanie do wyceny parametrów rynkowych
Model Blacka-Scholesa	+/-	-	+/-	-
Drzewa dwumianowe	+	+	+/-	-
Metoda Datara-Mathewsa	+	+/-	+	+
Fuzzy Pay-off Method	+/-	-	+/-	+

Źródło: opracowanie własne.

Analiza wybranych cech poszczególnych metod wyceny opcji realnych (zob. tabela 2.5 i tabela 2.6) wskazuje, że najwięcej do zaoferowania w praktycznym użyciu ma metoda Datara-Mathewsa. Profesor z Seattle University i konstruktor Boeinga²⁴⁹ stworzyli tę metodę z myślą o sprawnym zarządzaniu elastycznością w projektach potentata lotniczego. Zaletą metody Datara-Mathewsa jest przede wszystkim możliwość wprowadzania parametrów wejściowych do modelu na podstawie danych rynkowych (np. za pomocą rozkładów trójkątnych). Dodatkowo wykorzystywana jest symulacja Monte Carlo, umożliwiająca uwzględnienie wielu występujących

²⁴⁹ V. Datar, S. Mathews, *European Real Options...*, s. 45–51; V. Datar, B. Johnson, S. Mathews, *A Practical Method...*, s. 95–104.

równocześnie czynników ryzyka. Z drugiej strony dyskontowanie nakładów inwestycyjnych stopą wolną od ryzyka²⁵⁰ jest dyskusyjne²⁵¹ i może być mylące. Powszechnie w praktyce biznesowej do dyskontowania nakładów i korzyści zawartych w wolnych przepływach pieniężnych przynależnych firmie (FCFF) stosuje się średnioważony koszt kapitału (WACC) lub koszt kapitału własnego w przypadku przepływów przynależnych właścicielom²⁵². Wydatki inwestycyjne warunkują pojawienie się wpływów z realizacji inwestycji, a ponieważ przepływy pieniężne, które odzwierciedlają przyszłe korzyści są niepewne, obarczone większym lub mniejszym ryzykiem i mają bezpośredni związek z nakładami inwestycyjnymi, nie powinny być rozpatrywane osobno, zwłaszcza w kontekście zastosowania odmiennej stopy dyskontowej.

Wykorzystanie zysków operacyjnych jako przybliżenia wartości korzyści wynikających z realizacji inwestycji to uproszczenie stosowane w metodzie Datara-Mathewsa. W praktyce, chcąc oszacować efektywność projektów inwestycyjnych, zestawia się wolne przepływy pieniężne (najczęściej w wariantach FCFF i FCFE). Uwzględniają one takie wartości, jak chociażby amortyzacja (i oszczędności podatkowe z nią związane) czy zmiany w kapitale pracującym. Zastosowanie w ocenie efektywności inwestycji wolnych przepływów pieniężnych zamiast zysków operacyjnych będzie skutkowało kompletnością i wyższą precyzją analizy.

Metoda Datara-Mathewsa została stworzona do wyznaczania wartości opcji realnych w prostych sytuacjach decyzyjnych. W inwestycjach bardziej złożonych, np. wieloetapowych, sekwencyjnych, złożonych opcji lub też współwystępowania kilku opcji, do wykorzystania metody Datara-Mathewsa niezbędne jest wykorzystanie drzew decyzyjnych. Zarządzanie strategiczne portfelem kilku projektów-opcji wymaga dodatkowego narzędzia, które umożliwi ich

²⁵⁰ Autorzy metody Datara-Mathewsa tłumaczą koncepcję dyskontowania nakładów inwestycyjnych stopą wolną od ryzyka porównaniem wartości potencjalnych obciążonych ryzykiem zysków operacyjnych z projektu oraz względnie pewną wypłatą dla posiadaczy obligacji korporacyjnych. Wydatki inwestycyjne jako te „pewniejsze”, będące w gestii zarządu, powinny być dyskontowane niższą stopą niż niepewne korzyści wynikające z realizacji inwestycji. Niższa stopa dyskontowa wynika też z założenia, że w momencie wydatkowania środków pieniężnych inwestor spodziewa się adekwatnych i względnie pewnych korzyści. Zob. S. Mathews, *Valuing Risky Projects with Real Options*, Research Technology Management 2009, Vol. 52 (5), s. 41.

²⁵¹ Zasadę definitywnego stosowania pojedynczej stopy dyskontowej w trakcie oceny projektów wprowadził Samuelson (P.A. Samuelson, *A Note on Measurement of Utility*, Review of Economic Studies 1937, Vol. 4, s. 155–161). Aktualnie wiele artykułów naukowych odchodzi od tego poglądu, koncentrując uwagę na tzw. degresywnej stopie dyskontowej (*declining discount rate*, DRR). Koncepcja ta, postrzegająca ryzyko w kontekście „preferencji czasu” (*time preference*), „deprecjacji przyszłości” (*pervasive devaluation of future*) oraz „użyteczności dyskontowania” (*discounting utility*) wykształcała się stopniowo (M. Cropper, D. Laibson, *The Implications of Hyperbolic Discounting for Project Evaluation*, w: P.R. Pomiey, J.P. Weyant [red.], *Discounting and Intergenerational Equity*, Resources for the Future, Washington DC 1999, s. 163–172).

²⁵² Zob. np. W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 218–226.

chronologiczne i sekwencyjne usystematyzowanie a także pozwoli na porównanie i wybór optymalnego rozwiązania.

Należy jednak podkreślić, że metoda Datara-Mathewsa umożliwia odwzorowanie w uproszczonym modelu finansowym sytuacji, takich jak np. działania konkurencji, które istotnie obniżają udział w rynku, zmniejszając wartość opcji i skracając okres jej życia. Pozwala na analizę wielu obarczonych ryzykiem parametrów, omijając kłopotliwe i mocno kontestowane założenie modelu Blacka-Scholesa o jednym źródle niepewności. Ponadto MDM odchodzi od wielu założeń klasycznego modelu Blacka-Scholesa, m.in. o logarytmiczno-normalnym rozkładzie wartości aktywa bazowego ze stałym poziomem zmienności. Kluczowe, obciążone ryzykiem parametry w modelu finansowym, od których będzie zależała wartość projektu inwestycyjnego i opcji w nim zawartej, są szacowane na podstawie danych rynkowych, co jest prostsze i bardziej intuicyjne.

Przeprowadzona analiza wskazuje na konieczność modyfikacji przedstawionych powyżej metod wyceny opcji realnych i dostosowanie metodyki do potrzeby praktycznego zastosowania. Odpowiedzią na wskazane zapotrzebowanie jest metoda skonstruowana na podstawie dwukrotnej symulacji Monte Carlo, opisana w następnym rozdziale.

Rozdział 3. Symulacyjna wycena porównawcza – model wyceny opcji realnych

3.1. Metodyczne aspekty konstrukcji symulacyjnego modelu wyceny opcji realnych

3.1.1. Modelowanie symulacyjnego modelu finansowego

Modelowanie to przeniesienie wybranych aspektów rzeczywistości za pomocą równań matematycznych w celu poszerzenia i podsumowania wiedzy o stanie układu i jego zachowaniu²⁵³ w czasie.

Model symulacyjny²⁵⁴ jest jedną z odmian modelu matematycznego²⁵⁵. Zawiera zbiór reguł i zależności, na podstawie których można przewidzieć przebieg i wynik modelowanego procesu. Cechą charakterystyczną modelu symulacyjnego jest wyrażenie modelowanej rzeczywistości za pomocą środków informatycznych, czyli zmiennych numerycznych, struktur danych, funkcji opisujących zależności między parametrami itp. w odpowiednim środowisku informatycznym, którym zazwyczaj jest program komputerowy. Połączenie tego opisu w algorytm umożliwia uruchomienie modelu, czyli symulację²⁵⁶.

Symulacja to wirtualny eksperyment polegający na rozwiązywaniu równań matematycznych opisujących modele rzeczywistości. Równania mają za zadanie naśladowanie zachowania układu, zwłaszcza w warunkach odbiegających od standardowych²⁵⁷. Celem badawczym symulacji komputerowej jest uzyskanie wiedzy na temat zachowania się badanego systemu w

²⁵³ I. Białyński-Birula, I. Białyńska-Birula, *Modelowanie rzeczywistości. Jak w komputerze przegląda się świat*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008, s. 17.

²⁵⁴ Więcej o modelach symulacyjnych w: M. Łatuszyńska, *Metody symulacji komputerowej – próba klasyfikacji logicznej*, Studies & Proceedings of Polish Association for Knowledge Management 2011, nr 41, s. 163–176.

²⁵⁵ Model matematyczny jest odzwierciedleniem modelowanej rzeczywistości za pomocą zmiennych matematycznych. Budowa i działanie modelu, przez powiązanie parametrów i operacji matematycznych, pozwala analizować i symulować działanie układów i obiektów w czasie, zob. G. Gordon, *Symulacja systemów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1974, s. 30–33.

²⁵⁶ J. Diakun, *Identyfikacja stanu ustalonego modeli symulacyjnych systemów produkcyjnych*, rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań 2011, s. 8–38.

²⁵⁷ M. Chmieliński, *Możliwości wspomagania wybranych ekspertyz i opinii specjalistycznych w obszarze bezpieczeństwa przy wykorzystaniu różnych programów komputerowych*, Problemy Mechatroniki. Uzbrojenie, Lotnictwo, Inżynieria Bezpieczeństwa 2017, t. 8, nr 2, s. 163.

czasie. Narzędziem, jakim posługuje się symulacja komputerowa w realizacji celu badawczego, jest program komputerowy będący formalną reprezentacją modelu badanego systemu²⁵⁸.

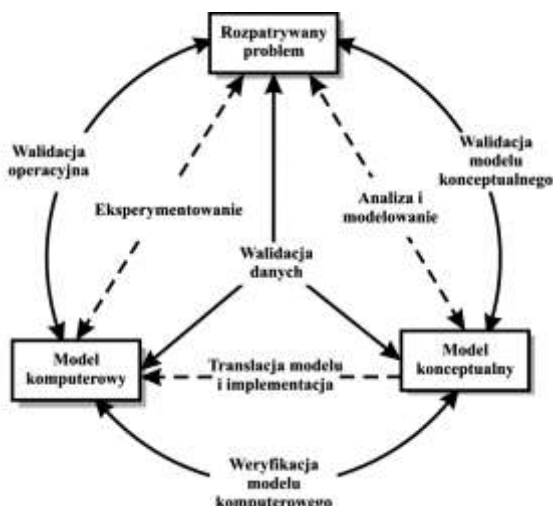
Celem symulacji jest odtworzenie przebiegu badanego procesu na podstawie jego modelu, za pomocą techniki komputerowej i zbadanie wpływu otoczenia (sygnały wejściowe) i wewnętrznych właściwości obiektu (parametry procesu) na charakterystyki obiektu²⁵⁹. Modele symulacyjne stosowane są zazwyczaj wtedy, gdy nie można lub bardzo trudno jest uzyskać rozwiązanie analityczne badanego problemu. Zastosowanie modelu symulacyjnego opisującego rzeczywistość umożliwia określenie wpływu większej liczby czynników na przedmiot badania. Pozwala na testowanie różnych scenariuszy decyzyjnych, a także badanie wpływu poszczególnych parametrów na wynik symulacji.

Symulacja sama w sobie służy do podejmowania decyzji za menedżerów. Może być jedynie narzędziem ułatwiającym dokonywanie wyborów, dostarczając niezbędnych, odpowiednio przetworzonych danych i informacji o procesach i ich składowych. Aby było to możliwe, twórcy oraz użytkownicy symulacyjnych modeli finansowych powinni dołożyć wszelkich starań na każdym z etapów badań i budowy modelu, aby zachować poprawność zarówno samego modelu, jak i wyników otrzymanych na podstawie przeprowadzanych eksperymentów. Służą temu procesy analizy rozpatrywanego problemu, tworzenia modelu konceptualnego i komputerowego, a także procesy bieżącej weryfikacji i walidacji (zob. rysunek 3.1).

²⁵⁸ M. Łatuszyńska, *Metody symulacji komputerowej...*, s. 163.

²⁵⁹ I. Iskierka, S. Iskierka, *Zastosowanie technik symulacji w dydaktyce metod numerycznych*, Dydaktyka Informatyki 2010, nr 5, s. 129.

Rysunek 3.1 Proces tworzenia modelu symulacyjnego



Źródło: R. Sargent, *Verification and Validation of Simulation Models*, Proceedings of the 2011 Winter Simulation Conference, Phoenix 2011, s. 186.

Na podstawie zaprezentowanego rysunku można wyróżnić następujące etapy konstrukcji symulacyjnego modelu:

1. Identyfikacja problemu zdefiniowanego w realnym świecie. Po zgromadzeniu danych empirycznych następuje wyodrębnianie najistotniejszych cech rozpatrywanego problemu.
2. Model koncepcyjny. Prace nad tym etapem polegają na określeniu celu i wyborze metod modelowania, a także na określeniu założeń modelu. Powstaje projekt modelu konceptualnego (pojęciowego), składający się z danych wejściowych, wyjściowych oraz powiązań i procesów między nimi występujących, co stanowi zawartość modelu.
3. Translacja. Polega na przeniesieniu modelu konceptualnego do określonego środowiska numerycznego. Następuje wybór formatu obliczeń, modelowanie formuł i wzorów, co prowadzi do budowy aplikacji.
4. Symulacja. Doświadczenie wirtualne na zbudowanym modelu (aplikacji) pozwala otrzymać przybliżone rozwiązanie problemu. Na tym etapie wskazane jest przeszukanie przestrzeni rozwiązań w celu znalezienia rozwiązań niestandardowych.
5. Weryfikacja formalna. Polega na sprawdzeniu poprawności i stabilności procedury numerycznej i jednoznaczności rozwiązań. Następuje weryfikacja zgodności typów i struktur danych oraz kontrola nieracjonalnych wyników.
6. Walidacja to ocena założonej zgodności modelu z układem realnym. Na tym etapie model poddawany jest falsyfikacji, a także dokonywana jest krytyczna ocena przyjętych założeń.

7. Kalibracja i iteracja. Wobec wykrytych niedoskonałości modelu dotyczących poprawności i jakości wyników dokonywane są zmiany w jego konceptualnej zawartości. Następuje ponowne przeliczenie modelu w celu uzyskania wyników zgodnych z założeniami i układem realnym.
8. Implementacja wyników. Rozwiązanie zadanego problemu prowadzi do wdrożenia uzyskanych wyników. Korzyści z tym związane mogą prowadzić do oceny teorii naukowych, odkryć naukowych, postępu technicznego, a także optymalizacji procesów decyzyjnych.

Modele symulacyjne można podzielić ze względu na wpływ upływającego czasu na²⁶⁰:

1. Dynamiczne, w których czynnik czasu ma kluczowe znaczenie. Stan systemu zmienia się dzięki upływowi czasu symulacyjnego, właściwości i atrybuty systemu są zależne od jego wartości. Wynik zależy od czasu trwania symulacji. Przykładem mogą być wszelkiego rodzaju modele działania systemów obsługi, produkcji, transportu itp.
2. Statyczne. W tym modelu stan systemu nie jest zależny od czasu i atrybuty systemu nie zmieniają się wraz z czasem symulacji. Przykład takiego modelu to np. model gry w ruletkę, gdzie na wynik poszczególnych losowań nie wpływa czas.

Symulacyjne modele ze względu na możliwość uwzględnienia w nich zmiennych losowych można podzielić na:

1. Stochastyczne. Zmienne losowe warunkują zachowanie się procesów. Zdarzenia następują losowo, a nie schematycznie, są uzależnione od losowanych zmiennych stochastycznych. Ważnym elementem przy konstruowaniu takiego modelu jest dobór odpowiedniego generatora wartości losowych. Przykładem zmiennych losowych w modelu może być czas obsługi klientów, ich liczba itp.
2. Deterministyczne. W tych modelach nie występują zmienne losowe, cechy obiektów są zdefiniowane wcześniej lub obliczane na bieżąco według zadanych wcześniej funkcji matematycznych. Przykładem takiego modelu może być model analizy finansowej w arkuszu kalkulacyjnym.

Model finansowy to matematyczna interpretacja kluczowych relacji finansowych i operacyjnych. Składa się z jednego lub kilku zestawów równań przedstawianych najczęściej w postaci

²⁶⁰ M. Lipiec-Zajchowska, *Metody symulacji komputerowej w prognozowaniu makroekonomicznym*, PWE, Warszawa 1990, s. 56–58.

sprawozdań wynikowych czy też kalkulacji wynikowych²⁶¹ Najczęściej jest on wykorzystywany do analizy reakcji przedsiębiorstwa na różne sytuacje lub zdarzenia gospodarcze oraz do szacowania wyników decyzji finansowych. Może również ilościowo określić wpływ finansowy polityki firmy oraz czynników zewnętrznych²⁶². Najczęściej model finansowy tworzony jest w arkuszach kalkulacyjnych²⁶³.

Model finansowy oceny efektywności inwestycji, na którym będzie zbudowany algorytm służący do wyceny opcji realnych, porównuje korzyści wynikające z inwestycji z nakładami niezbędnymi do jej realizacji. Przy zastosowaniu metod dyskontowych zestawienie tych dwóch strumieni pieniężnych pozwala na wnioskowanie o wartości inwestycji. Przepływy pieniężne najczęściej zestawiane są jako wolne przepływy pieniężne dla wszystkich stron finansujących²⁶⁴ – FCF (Free Cash Flow to Firm) i są wyliczane według algorytmu (zob. tabela 3.1).

Tabela 3.1 Algorytm szacowania wolnych przepływów pieniężnych w modelu finansowym służącym do wyceny opcji realnych.

- + Przychody ze sprzedaży
- Koszty zmienne
- Koszty stałe (w tym amortyzacja)
- = Zysk (strata) na działalności operacyjnej (EBIT)
- Podatek dochodowy
- = Zysk (strata) operacyjny po opodatkowaniu (EBIAT)
- + Amortyzacja
- Nakłady na powiększenie niepieniężnego kapitału obrotowego netto
- Nakłady inwestycyjne
- +/- Pozostałe korekty
- = FCF

Źródło: opracowanie własne.

FCFF uwzględniają przepływy pieniężne netto generowane przez inwestycję przed uwzględnieniem jakichkolwiek kosztów finansowania. Pozwala to na obiektywną analizę rentowności przy wyłączeniu efektów finansowych (np. tarczy podatkowej) związanych ze

²⁶¹ Zazwyczaj obejmuje prognozy rachunku zysków i strat, bilansu, przepływów pieniężnych, harmonogramy amortyzacji, obsługę zadłużenia, poziom zapasów itp.

²⁶² BusinessDictionary.com, hasło: financial model, <http://www.businessdictionary.com/definition/financial-model.html> (dostęp 18.09.2019 r.).

²⁶³ Najpopularniejszym arkuszem kalkulacyjnym jest MS Excel, ale występuje także wiele innych, np. WordPerfect Office lub OpenOffice.

²⁶⁴ Zob. np. W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 152–163.

strukturą finansowania²⁶⁵. Model zbudowany jest poprzez powiązanie ze sobą parametrów wejściowych zależnościami mającymi postać funkcji matematycznych. Mogą to być proste funkcje, np. opisujące zależność między popytem a ceną produktu lub korelacje występujące między parametrami. Zmiennymi modelu mogą być mniej lub bardziej zagregowane dane finansowe, np. ceny, przychody ze sprzedaży, koszty zmienne, ale także niefinansowe, opisujące np. strukturę prowadzonego biznesu. Przepływy pieniężne są doprowadzane do wartości bieżącej poprzez dyskontowanie stopą średnioważonego kosztu kapitału (WACC). Umożliwia to wyznaczenie wartości bieżącej netto (NPV) i ocenę efektywności projektu. Konstrukcja statycznego modelu finansowego służącego do wyznaczania wartości NPV, a więc takiego, w którym wszystkie parametry modelu są deterministyczne, jest podstawą do stworzenia modelu symulacyjnego.

Symulacyjny model finansowy służący do oceny efektywności inwestycji jest rozszerzeniem deterministycznego modelu NPV o stochastyczny charakter zmiennych wejściowych. Jego konstrukcja oparta jest na symulacji Monte Carlo i jest zbieżna z metodyką opisaną w rozdziale 1.1.2. Najistotniejszą kwestią przy tworzeniu symulacyjnego modelu NPV jest właściwe zdefiniowanie wejściowych zmiennych stochastycznych, ich rozkładów i wzajemnych powiązań. Zmienne wejściowe modelu wyliczającego NPV obciążone niepewnością można pogrupować w trzy główne kategorie²⁶⁶:

- zmienne rynkowe (np. ceny, wielkość rynku, udział w rynku, szybkość wzrostu rynku);
- nakłady inwestycyjne (koszty zakupów i usług inwestycyjnych oraz koszty związane z uruchomieniem inwestycji, wartość końcowa realizowanej inwestycji; ważnymi zmiennymi są również zmienne czasowe, np. długość fazy budowy, czas życia projektu inwestycyjnego);
- koszty (stałe i zmienne).

Opis najważniejszych parametrów, mających istotny wpływ na wartość i zmienność (czyli ryzyko) projektu jest dokonywany za pomocą funkcji gęstości prawdopodobieństwa.

²⁶⁵ Zob. np. tamże, s. 272.

²⁶⁶ T. Wiśniewski, *Wykorzystanie symulacji Monte Carlo w analizie ryzyka projektów inwestycyjnych*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 2013, nr 34 (2), s. 71.

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa jest całką określonego rozkładu prawdopodobieństwa²⁶⁷. Jest to nieujemna funkcja rzeczywista, która dla każdego punktu (f. dyskretne) i wartości należących do konkretnego przedziału (f. ciągła) oraz należących do zmiennej losowej²⁶⁸ przyporządkowuje określone prawdopodobieństwa. Najczęściej wykorzystywanymi w konstruowaniu symulacyjnych modeli oceny efektywności inwestycji rozkładami prawdopodobieństwa są:

1. Rozkład normalny (ciągły rozkład prawdopodobieństwa). Ma charakterystyczny kształt dzwonu Gaussa, jest symetryczny względem średniej. Opisuje wiele zjawisk naturalnych, takich jak np. IQ, wysokość ludzi czy – np. w finansach – stopy inflacji lub błędy w pomiarach. Rozkład normalny jest dobrym modelem dla rozkładu zmiennej losowej, w sytuacji gdy występuje silna tendencja do przyjmowania wartości położonych blisko i symetrycznie względem środka rozkładu, a liczebność odchyłeń gwałtownie spada wraz ze wzrostem ich wielkości. Parametry dla normalnego rozkładu to średnia i odchylenie standardowe.
2. Rozkład trójkątny (ciągły rozkład prawdopodobieństwa). Jest powszechnie stosowany ze względu na swoją prostotę i łatwość doboru parametrów. Parametry – minimum, maksimum oraz wartość najbardziej prawdopodobną szacuje się zazwyczaj metodą ekspercką. Rozkładem trójkątnym można opisać wiele sytuacji, np. przychody ze sprzedaży na podstawie danych historycznych – przychodów ze sprzedaży z poprzednich okresów. Rozkład trójkątny może być wykorzystywany jako wstępne przybliżenie rozkładu normalnego, gdy nie są znane jego parametry²⁶⁹.
3. Rozkład dwumianowy (rozkład dyskretny). Przydatny do opisu rozkładu zdarzeń zero-jedynkowych, np. liczby kobiet i mężczyzn w próbie losowej lub jakiegokolwiek losowej sytuacji, która może mieć dwa rozwiązania, np. rozkład skradzionych samochodów w branży ubezpieczeniowej.
4. Rozkład jednostajny (ciągły rozkład prawdopodobieństwa) – to np. rzut kośćmi, monetą. Wszystkie wartości między minimum i maksimum są równie prawdopodobne. Aby określić

²⁶⁷ Rozkład prawdopodobieństwa to zbiór wszystkich wartości zmiennej losowej, w którym każdej obserwacji przyporządkowane jest określone prawdopodobieństwo (w przypadku rozkładu dyskretnego) lub prawdopodobieństwo znalezienia się w konkretnym przedziale (jeśli zmienna losowa jest ciągła).

²⁶⁸ Intuicyjne można powiedzieć, że zmienna losowa to funkcja przyporządkowująca zdarzeniom elementarnym, w określonej przestrzeni, za pomocą doświadczenia losowego, określone wartości liczbowe. Jeżeli zbiór wartości, jakie przyjmuje funkcja, jest zbiorem policzalnym, wówczas mamy do czynienia ze zmienną losową dyskretną, a jeżeli funkcja przyjmuje wartości z określonego przedziału, to jest to zmienna losowa ciągła. Zob. np. M. Bratijczuk, A. Chydziański, *Statystyka matematyczna*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2012.

²⁶⁹ S. Bell, *Approximating the Normal Distribution with Triangular*, Sandia Corporation 1962, Report No. 494.

rozkład jednostajny, niezbędne jest ustalenie wartości maksymalnej i minimalnej. Zakłada się, że wszystkie wartości pomiędzy minimum i maksimum są równie prawdopodobne.

5. Rozkład logarytmiczno-normalny (ciągły rozkład prawdopodobieństwa). Jest rozkładem prawoskośnym, ograniczonym z lewej strony wartością 0; wartości zmiennej nie mogą być ujemne. Wartości mniejsze od dominanty są bardziej skupione, a te większe bardziej rozproszone. Stosowany jest w sytuacjach, w których większość wartości występuje w pobliżu minimalnej wartości, np. dla wyceny zabezpieczeń lub nieruchomości, dla wysokości wynagrodzeń, gdzie większość osób zarabia niewiele, a niewielka liczba osób zarabia bardzo dużo. Ceny akcji są zazwyczaj prawoskośne, ponieważ cena akcji nie może być niższa od dolnej granicy – zera, ale może rosnąć w nieskończoność. Do zdefiniowania rozkładu konieczne jest podanie trzech parametrów: średniej, odchylenia standardowego oraz lokacji (decydującej o skośności rozkładu), której wartość musi być mniejsza od średniej.

Istnieje wiele innych, rzadziej stosowanych rozkładów, które można wykorzystać przy modelowaniu zmiennych ekonomicznych. Przykładowo rozkłady, które są stosowane w przypadku modeli czasów przeżycia lub niezawodności, to rozkład wykładniczy (i liniowy wykładniczy), a rozkład Weibulla dla zdarzeń rzadkich²⁷⁰. Aby dopasować rozkład gęstości prawdopodobieństwa do empirycznych wartości, należy zauważyć, że pewne typy zmiennych podlegają specyficznym rozkładom. Zmienne, których wartości są zdeterminowane przez nieskończoną liczbę zdarzeń losowych, będą podlegały rozkładowi normalnemu, podczas gdy zmienne, których wartości są wynikiem skrajnie rzadkiego zdarzenia, będą podlegały rozkładowi Poissona. Dzięki tej i podobnym obserwacjom możliwe jest dopasowanie rozkładu teoretycznego poprzez porównanie częstości zaobserwowanych w danych rzeczywistych do częstości oczekiwanych rozkładu teoretycznego. Istnieje całe spektrum metod²⁷¹ temu służących, np. za pomocą odpowiednich testów statystycznych, metody graficznej, prostego porównania odchyleń wartości teoretycznych od empirycznych.

²⁷⁰ Internetowy Podręcznik Statystyki, StatSoft Polska, https://www.statsoft.pl/textbook/stathome_stat.html?https%3A%2F%2Fwww.statsoft.pl%2Ftextbook%2Fstdisfit.html (dostęp 18.09.2019 r.)

²⁷¹ E. Çinlar, *Probability and Stochastics*, Springer, New York 2011; D.W. Stroock, *Probability Theory: An Analytic View*, Cambridge University Press, Cambridge 1999.

Szacowanie tych zmiennych i ich rozkładów jest kluczowe dla precyzji otrzymanych wyników. Metodyka ich szacowania jest bogato opisana w literaturze przedmiotu²⁷². Najczęściej spotyka się trzy główne podejścia do szacowania rozkładów zmiennych:

1. Oparte na danych historycznych – zakłada się, że wyznaczone na tej podstawie parametry rozkładu są przyjmowane jako najlepiej oddające przyszły rozkład opisywanej zmiennej.
2. Oparte na zmiennych zastępczych (proxy) – poszukuje się parametru bliźniaczego (dane bieżące lub historyczne), zbliżonego charakterystyką do opisywanej zmiennej. Oszacowanie wartości proxy przyjmuje się jako przyszły rozkład opisywanej zmiennej.
3. Subiektywne (eksperckie) – na podstawie wiedzy i doświadczeń określone są podstawowe parametry opisujące przyszły rozkład opisywanej zmiennej.

Staranne określenie związków pomiędzy losowanymi parametrami wejściowymi jest bardzo istotne, gdyż może znacząco poprawić jakość modelu, lecz jednocześnie bardzo trudne. Uchwycenie relacji opisywanych przez różne prawa ekonomiczne zazwyczaj jest złożone, wykorzystanie prostych funkcji często jest niewystarczające. Postuluje się użycie bardziej skomplikowanych form opisu – np. kopuł²⁷³. Uproszczeniem modelowania związków występujących w modelu, który przyjmuje się za wystarczający, jest zastosowanie współczynników korelacji, a w przypadku realizacji jednej zmiennej w czasie – współczynników autokorelacji²⁷⁴.

Następnym etapem jest czynność losowania, czyli generowanie dla każdego ze zdefiniowanych parametrów wejściowych wartości losowych, które tworzą pojedynczy, dopuszczalny scenariusz rozwoju sytuacji – tzw. iterację. Istnieje wiele programów, za pomocą których można wykonać symulację Monte Carlo i odpowiednio zinterpretować wyniki. Oprócz Excela są to dedykowane programy, takie jak np. Goldsim, @Risk lub Crystal Ball. Dzięki wygenerowaniu pojedynczego scenariusza i podstawieniu wylosowanych wartości do modelu finansowego NPV uzyskuje się wartość projektu w danej iteracji. Powtarzana wielokrotnie czynność losowania powinna generować dostatecznie dużą liczbę scenariuszy²⁷⁵ i wyników z nimi związanych, by móc

²⁷² Np. M. Doman, R. Doman, *Modelowanie zmienności i ryzyka. Metody ekonometrii finansowej*, Wolters Kluwer, Kraków 2009 lub D. Vose, *Risk Analysis A Quantitative Guide*, John Wiley & Sons, Hoboken 2008.

²⁷³ R. Kutner, *Wybrane zastosowania teorii kopuł w finansach. Symulacje Monte Carlo. Szkic*, Warszawa 2009.

²⁷⁴ T. Wiśniewski, *Wykorzystanie symulacji Monte Carlo...*, s. 72–73.

²⁷⁵ Ilość iteracji zależy od badanego modelu. Z doświadczeń autora wynika, że w modelach finansowych minimalna liczba iteracji odpowiadająca akceptowalnemu poziomowi dokładności wynosi 10 tys. przebiegów modelu. Im więcej wygenerowanych scenariuszy, tym wyników rozkład wartości jest dokładniejszym odzwierciedleniem

wnioskować o rozkładzie wynikowym (zbiór wartości NPV lub innych miar efektywności) i jego właściwościach.

3.1.2. Weryfikacja i walidacja modeli symulacyjnych

Aby symulacyjne modele finansowe mogły być wykorzystywane przy podejmowaniu decyzji menedżerskich, potrzebna jest ciągła kontrola na każdym etapie procesu modelowania. Narzędziami kontroli jest walidacja i weryfikacja modeli, które mają umożliwić minimalizację ryzyka podjęcia błędnej decyzji na podstawie niewłaściwego modelu lub modelu generującego niewłaściwe wyniki. Istnieje wiele definicji określających te terminy, kilka z nich przedstawiono w tabeli (zob. tabela 3.2).

Tabela 3.2 Walidacja i weryfikacja modelu symulacyjnego według wybranych autorów

Źródło	Walidacja	Weryfikacja
Schlesinger ²⁷⁶	sprawdzanie, czy model komputerowy ma w swojej dziedzinie zastosowań wystarczający poziom trafności.	sprawdzanie, czy model komputerowy jest wystarczająco trafną reprezentacją modelu konceptualnego.
Balci ²⁷⁷	stwierdzenie, że działanie modelu, w założonej dziedzinie zastosowań, jest zasadne i zgodne z celami modelowania.	stwierdzenie wystarczającej trafności transformacji jednej formy modelu w drugą.
Tucker ²⁷⁸	proces rozstrzygnięcia o stopniu, w jakim model jest wiernym odwzorowaniem rzeczywistości z perspektywy jego zamierzonych zastosowań.	proces rozstrzygnięcia, czy implementacja modelu jest zgodna z opisem i specyfikacją jego twórcy.

Źródło: M. Karkula, *Weryfikacja i walidacja dynamicznych modeli symulacyjnych procesów logistycznych*, Logistyka 2012, nr 2, s. 718.

Pomimo że zarówno weryfikacja, jak i walidacja modeli symulacyjnych dotyczą dokładności modeli lub procedur, nie są one synonimiczne, co wynika z przytoczonych opisów. Zadaniem weryfikacji jest oszacowanie, na ile dokładnie równania modelu są rozwiązywane przez program komputerowy. Badaniu poddana jest więc poprawność merytoryczna modelu. Weryfikacja nie określa, czy model ten ma coś wspólnego z rzeczywistością. Walidacja odpowiada na pytanie, na

rzeczywistości. Jednocześnie zwiększenie liczby iteracji skutkuje wydłużeniem czasu oczekiwania na wykonanie symulacji.

²⁷⁶ S. Schlesinger, *Terminology for Model Credibility*, Simulation 1979, March, s. 103–104.

²⁷⁷ O. Balci, *Verification, Validation, and Certification of Modeling and Simulation Applications*, Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference, s. 150–158.

²⁷⁸ W. Tucker, *A Glossary of Modeling and Simulation Terms for Distributed Interactive Simulation*, 1995, definicje walidacja i weryfikacja

ile dokładnie model zaimplementowany odzwierciedla rzeczywistość²⁷⁹. Informuje zatem, czy model symulacyjny ma w swojej dziedzinie zastosowań wystarczający poziom trafności. Walidacja i weryfikacja nie są osobnymi, wyodrębnionymi etapami badania symulacyjnego, ale integralnym procesem zachodzącym wraz z tworzeniem modelu. Weryfikacja powinna poprzedzać walidację, dlatego jest przeprowadzana na etapie tworzenia modelu formalnego. Walidacja modelu konceptualnego dokonywana jest na etapie formułowania założeń do modelu, a walidacja operacyjna już w momencie eksperymentowania z modelem, zazwyczaj przez końcowego użytkownika.

Narzędzia i testy służące do przeprowadzania weryfikacji i walidacji modeli symulacyjnych można podzielić na cztery kategorie:

- nieformalne – weryfikacja i walidacja modelu odbywa się bez sformalizowanych narzędzi matematycznych;
- formalne – wykorzystanie technik z tej grupy polega na badaniu poprawności modelu z wykorzystaniem narzędzi matematycznych;
- statyczne – służą do walidacji modelu konceptualnego oraz prawidłowości translacji na model komputerowy, należą do nich analizy przepływu danych, analizy składni i semantyki modelu;
- dynamiczne – wymagają „uruchomienia” modelu i analizy jego dynamicznego zachowania; ta grupa metod jest szczególnie ważna w walidacji modeli procesów i systemów logistycznych.

Do przeprowadzenia procesu weryfikacji i walidacji modeli symulacyjnych można stosować następujące techniki²⁸⁰:

1. Konfrontację z innymi modelami (*comparison to other models*). Porównanie wyników modelu symulacyjnego z wynikami innych, zasadnych modeli, opisujących dany system i służących do rozwiązania tego samego (bądź zbliżonego) problemu jest swoistym testem zgodności. Najistotniejsza w tej kwestii jest interpretacja otrzymanych wyników. Jeżeli są

²⁷⁹ T. Michałek, *Metoda oceny wiarygodności symulacji numerycznych przepływów lepkich i termicznych*, rozprawa doktorska, PAN, Warszawa 2005, s. 1.

²⁸⁰ Na podstawie: M. Karkula, *Weryfikacja i walidacja dynamicznych modeli symulacyjnych procesów logistycznych*, *Logistyka* 2012, nr 2, s. 717–721.

one zgodne, to porównywane modele są równoważne. Jeśli wyniki są różne, należy zbadać skalę i przyczyny rozbieżności.

2. Walidację zdarzeniową (*event validity*). Zdarzenia generowane w modelu symulacyjnym są porównywane ze zdarzeniami zachodzącymi w rzeczywistości.
3. Testy degeneracyjne (*degenerate tests*). Procedura testów degeneracyjnych polega na wykonaniu eksperymentu symulacyjnego na uproszczonym (zdegenerowanym) modelu przez usunięcie części modelu lub wybór wartości parametrów wejściowych modelu i potwierdzenie zgodności wyników symulacji z intuicyjnym zachowaniem systemu.
4. Testy warunków ekstremalnych (*extreme condition tests*). Struktura modelu oraz jego wyniki powinny potwierdzać założenia istnienia warunków ekstremalnych (kombinacji stanów systemu, których wystąpienie jest mało prawdopodobne). Model symulacyjny w przypadku testowania przy wartościach ekstremalnych powinien generować racjonalne wyniki, zgodne z rzeczywistością, np. jeśli stany zapasów produkcji w toku są zerowe, to stan produkcji gotowej powinien także być zerowy.
5. Walidację ekspertową (*face validity*). Technika ta polega na potwierdzaniu zasadności modelu przez specjalistów danej dziedziny przedmiotowej (ekspertów, użytkowników). W szczególności rozpatrywana jest racjonalność modelu i/lub jego zachowań, np. poprzez stwierdzenie poprawności logiki struktury (schematu blokowego modelu) i poprawności relacji wejście–wyjście modelu. Szczególnym przypadkiem tej metody są testy Turinga, które polegają na rozwiązywaniu przez ekspertów problemu identyfikacji zbioru danych systemu rzeczywistego i zbioru wyników modelu symulacyjnego. Odpowiedzi udzielone przez ekspertów mogą być poddane analizie statystycznej w celu oceny zasadności sprawdzanego modelu.
6. Testy stałych wartości (*fixed values tests*). Dane wejściowe modelu i parametry są przyjęte jako wartości stałe. Umożliwia to porównanie wyników modelu z wartościami obliczonymi w sposób analityczny.
7. Walidację historyczną danych (*historical data validation*). Jeśli dostępne są dane historyczne zachowania się systemu rzeczywistego, to część tych danych wykorzystywana jest w procesie budowy modelu, pozostała część natomiast jest użyta do oceny zasadności modelu.
8. Metody grafiki operacyjnej (*operational graphics*). Zachowanie się zmiennych wyjściowych modelu prezentowane jest w trakcie przebiegów eksperymentów w formie graficznej w funkcji upływającego czasu.

9. Analizę wrażliwości (*parameter variability-sensitivity analysis*). Technika ta jest jedną z najczęściej stosowanych metod walidacyjnych i weryfikacyjnych, opierająca się na zmianie wartości danych wejściowych i parametrów wewnętrznych modelu w celu określenia wpływu tych zmian na zachowanie modelu. Zależności obserwowane w modelu symulacyjnym powinny być takie same jak w systemie rzeczywistym. Kierunek i siła wpływu na wyniki modelu powinna być zgodna z opisywaną modelem rzeczywistością. Dodatkowo te z parametrów, które są wrażliwe (tzn. ich nieznaczna zmiana powoduje znaczne zmiany zachowania się modelu), powinny być szacowane z większą dokładnością przed wykorzystaniem ich w modelu.
10. Analizę wariancji (*variance analysis*). Polega na testowaniu hipotezy, że wartość średnia otrzymana z charakterystyki szeregów czasowych z symulacji jest równa średniej wartości szeregu czasowego otrzymanego z obserwacji systemu rzeczywistego. Do głównych wad tej metody należy zaliczyć konieczność założenia normalności rozkładu i niezależności stochastycznej badanych zmiennych wyjściowych modelu rzeczywistego i modelu symulacyjnego.
11. Testy zgodności (*goodness of fit tests*). Technika polega na testowaniu hipotez o zgodności rozkładów empirycznych z założonymi w modelu symulacyjnym rozkładami prawdopodobieństwa. Testowana jest także hipoteza, że wyniki generowane podczas symulacji mogą być traktowane jako realizacja procesu stochastycznego o rozkładach prawdopodobieństwa obliczanych na podstawie danych historycznych.
12. Analizę regresji (*regression analysis*). Analiza taka umożliwia ocenę regresji pomiędzy ciągami obserwowanymi w rzeczywistości a tymi uzyskanymi w wyniku przeprowadzenia eksperymentów symulacyjnych. Testowana jest hipoteza, że otrzymane równania regresji charakteryzują niewielkie różnice między danymi generowanymi w symulacji i danymi rzeczywistymi, które można uznać za bliskie zeru.
13. Określenie przedziałów ufności (*confidence intervals*). Metoda ta polega na określeniu i interpretacji przedziałowych ocen wyników otrzymanych na drodze eksperymentów symulacyjnych. W wyniku tego można przyjąć, że oceniany parametr znajdzie się w wyznaczonym przedziale na obranym poziomie ufności.
14. Animację (*animation*). Wiele współczesnych pakietów symulacyjnych daje możliwość obserwacji przepływu obiektów dynamicznych dzięki funkcji animacji. Funkcja ta pozwala na skuteczną ocenę poprawności dynamicznego zachowania się modelu. W przypadku modeli

procesów logistycznych umożliwia ocenę przepływu obiektów w systemie (materiałów, informacji itp.)

15. Modele 3-D i wirtualną rzeczywistość (*3-D models and virtual reality*). Dzięki takiej reprezentacji modelu jego użytkownik może w sposób interaktywny uczestniczyć w zmianach, które w modelu zachodzą, i w ten sposób dokonywać oceny zachowania się modelu.

Wybrane techniki badania rzetelności i dokładności posłużyły do weryfikacji i walidacji symulacyjnego modelu wyceny opcji realnych (SWP) – dla opcji wzrostu w podrozdziałach 4.2.5 i 4.2.6 oraz dla opcji zakończenia działalności w podrozdziałach 4.3.5 i 4.3.6.

3.2. Symulacyjna wycena porównawcza – konstrukcja modelu wyceny opcji realnych

3.2.1. Dwukrotna symulacja Monte Carlo jako metoda wyceny opcji realnych

Zaprezentowana w kolejnych rozdziałach (zob. podrozdziały 3.2.2 i 3.2.3) symulacyjna wycena porównawcza (SWP) jest oparta na dwukrotnej symulacji Monte Carlo (2MC). 2MC to stworzona przez Tomasza Wiśniewskiego²⁸¹ koncepcja mająca służyć wycenie opcji realnych. Jej zaletą jest odejście w wycenie opcji realnych od metodyki stosowanej do wyceny opcji finansowych²⁸². Wartość opcji realnej w tej metodzie jest określana jako różnica pomiędzy wartością projektu z opcją a wartością projektu bez opcji. Obydwie wartości są wyliczane jako średnia z wyników uzyskanych w symulacji Monte Carlo. Wartość projektu z opcją, jak i bez opcji jest zależna od parametrów wejściowych do modeli finansowych opisujących te inwestycje. Zmienne wejściowe mogą mieć charakter deterministyczny, jak i odzwierciedlać zmienność charakteryzującą projekt i jego otoczenie. Istnieje duża swoboda modelowania zmiennych wejściowych – praktycznie każdy parametr wejściowy może być w tym podejściu opisany stochastycznie i powiązany korelacją bądź autokorelacją. Dzięki temu metoda ta umożliwia również konsolidację, czyli zsumowanie wszystkich czynników ryzyka zgodnie z metodą MAD zaproponowaną przez Copelanda i Antikarova²⁸³. Podobnie elastyczne jest tworzenie planów finansowych inwestycji, tworzonych w celu wyznaczenia wartości brutto projektów²⁸⁴ z opcją $E(PV_2)$ i bez opcji $E(PV_1)$. Symulacja na modelu niezawierającym możliwości skorzystania z elastyczności decyzyjnej (model bazowy) byłaby dokonywana dla jej porównania z modelem rozszerzonym (z opcją). Model z opcją powinien zawierać rozszerzenie składające się z formuł realizacji opcji, które uaktywniałyby się w przypadku wylosowania zmiennych wejściowych na poziomie gwarantującym jej opłacalne wykonanie. W przeciwnym wypadku model zachowywałby się identycznie jak model bez opcji. Idea dwukrotnej symulacji Monte Carlo została zilustrowana na rysunku (zob. rysunek 3.2).

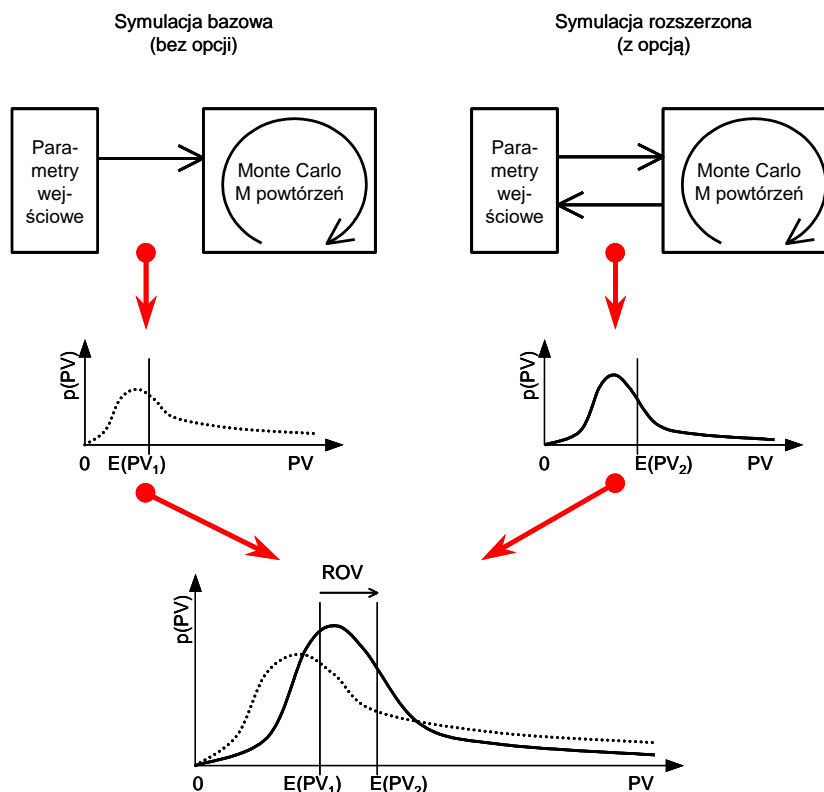
²⁸¹ T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 395–407.

²⁸² Np. wycena opcji metodami analitycznymi bądź metodą drzew dwumianowych.

²⁸³ T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: A Practitioner's Guide...*, s. 244–253.

²⁸⁴ Zamiast porównywać wartości projektów brutto przed i po wykonaniu opcji, w metodzie tej można także badać różnice między wartościami netto projektów przed i po wykonaniu opcji. Niesie to ze sobą dodatkowe korzyści, gdyż w modelu poddawanym symulacji Monte Carlo można zdefiniować dodatkową zmienną stochastyczną – nakłady inwestycyjne. Ponieważ parametr ten jest często obciążony ryzykiem, wprowadzenie go do symulacji uwzględni wpływ związanej z nim niepewności w obliczeniach wartości opcji.

Rysunek 3.2 Idea wyceny opcji realnych metodą dwukrotnej symulacji Monte Carlo



Źródło: T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 396, rys. 5.35.

Wartość opcji realnej w 2MC to różnica między średnimi wartościami projektu z opcją $E(PV_2)$ i bez opcji $E(PV_1)$. Model rozszerzony (z opcją) powinien charakteryzować się większą średnią wartością ze względu na możliwość dokonywania zmian w trakcie jego realizacji. W tym modelu wyceny decyzja o wykonaniu opcji musi zostać podjęta w trakcie pojedynczej iteracji na podstawie wartości wybranej zmiennej decyzyjnej (*trigger value*). Po wykonaniu opcji (często wiążącym się z kosztem wykonania) może zachodzić konieczność ponownego wylosowania wartości parametrów wejściowych w kolejnych latach według nowych rozkładów statystycznych opisujących funkcjonowanie projektu po rozszerzeniu. Przykładową zmienną decyzyjną może być poziom cen. Po przekroczeniu założonego progu cenowego opcja zostałaby wykonana, co oznaczałoby realizację alternatywnego scenariusza. Mógłby on zakładać np. budowę dodatkowej linii produkcyjnej, co spowodowałoby zmiany parametrów takich jak amortyzacja, kapitał pracujący netto, sprzedaż, jednostkowe koszty zmienne, a jednocześnie zmaksymalizowało korzyści płynące z większej sprzedaży. Trudnością z tym związaną jest konieczność doboru odpowiedniego dla inwestycji parametru, umożliwiającego trafny wybór momentu wykonania opcji. Wybiera się go spośród stochastycznych parametrów wejściowych

do planu finansowego, co odróżnia 2MC na przykład od modelu Blacka-Scholesa, gdzie decyzję o wykonaniu opcji podejmuje się na podstawie wartości projektu. Samo określenie zmiennej decyzyjnej i wartości granicznej, przy której opcja jest wykonywana, nie musi oznaczać, że po wykonaniu opcji wartość projektu będzie zawsze większa niż wartość bazowa. Mogą wystąpić nieudane wykonania spowodowane przyjęciem zbyt niskiego lub zbyt wysokiego progu wykonania opcji lub parametru, na podstawie którego nie jest możliwe podjęcie prawidłowej decyzji. Należy więc badać nie tylko wartość opcji, ale również prawdopodobieństwo uzyskania korzyści z jej realizacji, co powinno przybliżyć wartość zmiennej decyzyjnej, po przekroczeniu której opcja powinna zostać wykonana.

Jak zaznaczono wcześniej, 2MC to prosta, przejrzysta i zrozumiała metoda. Oprócz stochastycznego opisu zmiennych wymaga jednak szczegółowej analizy związków pomiędzy poszczególnymi parametrami wejściowymi modelu finansowego oraz określenia ich związku z realizacją opcji podczas każdego przebiegu iteracyjnego symulacji. Może to powodować trudności praktyczne w stosowaniu tej metody. Są one jednak wynagradzane stosunkowo prostą analizą wyników i ich struktury statystycznej oraz możliwością wyciągnięcia z modelu wielu informacji niedostępnych w innych metodach wyceny.

Dwukrotna symulacja Monte Carlo ma w stosunku do klasycznych metod wyceny opcji realnych²⁸⁵ kilka istotnych zalet. Przede wszystkim pozwala na uwzględnienie wielu czynników wpływających na wartość opcji dzięki uwzględnieniu wszystkich istotnych czynników ryzyka. Każda zmienna wejściowa może być indywidualnie opisana parametrami stochastycznymi, co ma następnie przełożenie na wartość wynikową inwestycji i opcji. Tego typu podejście jest prostsze niż szacowanie wartości aktywa bazowego (w przypadku podejścia MAD – wartości inwestycji). Jest też możliwa analiza wartości opcji w zależności od wartości poszczególnych parametrów wejściowych i ich rozkładów. Należy także zauważyć, że geometryczny ruch Browna, mający odzwierciedlać zmiany wartości aktywa bazowego, został zastąpiony przez symulację. Określenie parametrów prawdopodobieństwa dla zmiennych wejściowych przekłada się na wartość inwestycji i tym samym opcji. Tego typu przybliżenie przyszłej wartości projektu jest bardziej zrozumiałe dla praktyków, gdyż dane, na których opiera się prognoza symulacyjna, można pozyskać bezpośrednio „z rynku”. Możliwe jest też uwzględnienie wpływu wielu opcji realnych na wartość projektu inwestycyjnego. Wprowadzanie do symulacji wielu opcji realnych sprawia, że ich wpływ na wartość projektu rozpatrywany będzie łącznie (składanie wartości

²⁸⁵ W stosunku do modelu Blacka-Scholesa oraz metod opartych na drzewie dwumianowym.

opcji). Możliwe jest też wyliczenie i porównanie wartości pojedynczych opcji poprzez wyłączenie możliwości realizacji scenariuszy wykonania pozostałych opcji. 2MC pozwala uzależnić wykonanie opcji od obserwowalnego parametru decyzyjnego (lub kilku parametrów). W praktyce jest to bardziej intuicyjne i łatwiejsze do wykonania niż podejmowanie decyzji o wykonaniu opcji na podstawie często abstrakcyjnej wartości aktywa bazowego. Dodatkowo 2MC jest bardzo elastyczną metodą wyceny, którą – za pomocą modelu finansowego – można dopasować do konkretnego przypadku inwestycji i opcji realnej. Pozwala ona na analizę i wycenę opcji amerykańskich lub bermudzkich. Umożliwia wycenę opcji o zmieniającej się zmienności, ich złożeniach oraz innych nietypowych sytuacji, które trudno jest uwzględnić w klasycznych metodach wyceny.

Pomimo swoich niewątpliwych zalet należy zauważyć, że **2MC służy do wyznaczania wartości szerszej i o innej charakterystyce niż dość restrykcyjnie zdefiniowane opcje realne.** Elastyczność decyzyjna jako możliwość, opcja nie może przyjąć wartości ujemnej²⁸⁶, może być jedynie większa lub równa zero. Szerszy opis powiązania pomiędzy elastycznością a efektywnością występującą w projektach inwestycyjnych znajduje się w podrozdziale 1.1.3. Dwukrotna symulacja Monte Carlo w swoim algorytmie kwantyfikuje szerszą od opcji wartość, a mianowicie ekonomiczny wynik związany z wykorzystaniem elastyczności decyzyjnej. Porównanie korzyści wynikających z dokonywania na bieżąco zmian w projekcie z nakładami niezbędnymi do pozyskania, utrzymania i wykorzystania elastyczności oraz wykonywania działań dostosowawczych może oznaczać zarówno dodatni, jak i ujemny wynik. Dodatkowo opcje realne odzwierciedlają przyszłe potencjalne korzyści wynikające z istnienia elastyczności w projekcie inwestycyjnym. Zakłada się przy tym, że opcja zostałaby wykonana tylko w warunkach umożliwiających osiągnięcie jej dodatniej wartości. W pozostałych wypadkach, gdy wykonanie opcji groziłoby uzyskaniem ujemnej wartości, opcja przyjmuje wartość zero. Wynika z tego, że analiza opcji realnych wyznacza teoretyczną, przyszłą wartość elastyczności pod warunkiem, że decydent-zarządzający projektem na moment wyceny jest w stanie zidentyfikować i rozróżnić przyszłe scenariusze na korzystne i niekorzystne dla wartości opcji. Dzięki temu powinien także wykonać opcję w odpowiednim momencie w taki sposób, aby nie przyniosła ona w przyszłości ujemnych wartości. Opcje realne wyznaczają więc wartość o abstrakcyjnym, teoretycznym znaczeniu. **Z przytoczonego wyводу wynika, że metoda 2MC nie wyznacza wartości opcji**

²⁸⁶ R. Ziarkowski, *Opcje rzeczowe...*, s. 74.

realnych. Wyznacza ekonomiczną wartość elastyczności projektu – wynik na działaniu związanym z realizacją (bądź odrzuceniem) wcześniej przygotowanych możliwości dokonywania zmian w projekcie. 2MC wyznacza ekonomiczny wynik na realizacji bądź odrzuceniu opcji, który może być zarówno dodatni, jak i ujemny. Dodatni wynik oznacza, że zarządzający mogą się spodziewać, że pozyskanie i wykonanie opcji wygeneruje nadwyżkę finansową. W przeciwnym wypadku działania związane z pozyskaniem, utrzymaniem i wykonaniem opcji będą skutkowały ujemnym wynikiem ekonomicznym. 2MC umożliwia więc wyznaczenie wartości rzeczywistych, rynkowych skutków związanych z elastycznym zarządzaniem projektem inwestycyjnym. Ekonomiczna wartość elastyczności jest bardziej przydatna w praktyce, gdyż nie jest abstrakcyjna. Odzwierciedla w procesie symulacji wartość projektu bazowego i rozszerzonego, a zwłaszcza zachowania kadry zarządzającej w realnym świecie. Dopuszcza sytuacje, w których zarządzający podejmują na podstawie bieżących danych rynkowych racjonalne decyzje o zmianach w projekcie, które w rezultacie mają niekorzystny wpływ na wartość. Zdarza się przecież, że złe decyzje są podejmowane na podstawie pozytywnych przesłanek i odwrotnie. Przykładowo, pomimo wzrostu cen, który skłonił kadrę zarządzającą do budowy nowej linii produkcyjnej skutkującej zwiększeniem sprzedaży w długim okresie czasu, takie działanie okazało się nieefektywne. 2MC wskazuje tego typu sytuacje jako niekorzystne wykonanie opcji, które odznacza się ujemnym wynikiem ekonomicznym. Wobec tego różnica pomiędzy średnią wartością projektu z opcją i bez opcji może być ujemna, wskazując na nieefektywność ekonomiczną. **Przytoczony powyżej wywód wskazuje na konieczność dokonania korekt w algorytmie metody 2MC, tak aby możliwe było jako najdokładniejsze przybliżenie wartości opcji realnych.** Realizacja tego celu znajduje się w podrozdziałach 3.2.2 i 3.2.3.

3.2.2. Symulacyjna wycena porównawcza – założenia modelu wyceny opcji realnych

Symulacyjna wycena porównawcza (w skrócie SWP) opiera się o powszechnie znany aparat metodyczny wykorzystywany do oceny efektywności inwestycji. SWP bazuje na modelach finansowych opisujących przedsięwzięcie inwestycyjne i wyznaczających jego wartość za pomocą metod dyskontowych, najczęściej NPV. Rozszerzenie analizy modelu finansowego NPV o odpowiednie algorytmy i symulację umożliwia wycenę opcji realnych. Skoro SWP jako metoda

opiera się na metodach dyskontowych, a w szczególności NPV, to powinna być zgodna z ich podstawowymi założeniami²⁸⁷:

1. Występuje pełna zbieżność celów stawianych przed przedsiębiorstwem/inwestycją przez właścicieli z interesami i działaniami zarządzających.
2. Korzyści i nakłady związane z inwestycją są wyceniane jako rzeczywiste przepływy pieniądza. Podstawą procesu oceny efektywności są przepływy pieniężne netto będące wynikią wpływów i wypływów strumieni pieniężnych związanych z inwestycją.
3. Wartość pieniądza w czasie jest zmienna. Powoduje to konieczność przestrzegania zasady porównywalności czasowej – identyczne korzyści netto uzyskane wcześniej mają większą wartość niż te uzyskane w późniejszych okresach. Dzięki zastosowaniu dyskontowania przepływów pieniężnych netto zostają uwzględnione czynniki czasu i ryzyka.
4. Inwestycję można całkowicie wydzielić ze struktury firmy i do oceny opłacalności brać pod uwagę tylko różnice w przepływach pieniężnych (przepływy pieniężne przyrostowe), będące bezpośrednim lub pośrednim skutkiem podjęcia decyzji o realizacji inwestycji. Poza tym, w myśl zasady kompleksowości, należy w przepływach pieniężnych ująć efekty synergii lub kanibalizację inwestycji prowadzonych przez tę samą firmę lub inwestycji z działalnością kontynuowaną.
5. Model CAPM jest podstawą szacowania kosztu kapitału własnego wykorzystywanego do wyznaczenia stopy dyskontowej. Przyjęcie tego założenia powoduje ograniczenie uwzględnianego w obliczeniach ryzyka tylko do ryzyka systematycznego (niedywersyfikowalnego). Tymczasem zarówno przedsiębiorstwa, jak i projekty przez nie realizowane są narażone także na ryzyko specyficzne, które dla kompletności oceny powinno być uwzględnione w metodyce wyceny, np. poprzez zastosowanie metod analizy ryzyka. Dodatkowo, pomimo że ryzyko specyficzne może się zmieniać w czasie, zakłada się stałą poziom stopy dyskontowej (kosztu zaangażowanego kapitału) w całym okresie życia inwestycji i niezmienną strukturę kapitału.
6. Po podjęciu decyzji o rozpoczęciu inwestycji będzie ona realizowana i eksploatowana zgodnie z przyjętym pierwotnym scenariuszem, który był poddany ocenie efektywności²⁸⁸. W praktyce założenie to bardzo często jest uchylane *a priori* ze względu na konieczność

²⁸⁷ W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 257–261.

²⁸⁸ J. Mun, *Real Options Analysis, Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*, John Wiley & Sons, Hoboken 2002, s. 59.

optymalizacji efektów ekonomicznych związanych z projektem. Zamknięcie projektu inwestycyjnego występującego w określonych realiach gospodarczych w jednym bazowym, deterministycznym scenariuszu jest zbyt dużym uproszczeniem. Ocena ma charakter punktowy (dyskretny) i dopiero zastosowanie metod analizy ryzyka (np. analizy wrażliwości, scenariuszy, drzew decyzyjnych lub metod symulacyjnych) pozwala na szerszy zakres analizy. Metody dyskontowe w swoich założeniach wykluczają także wycenę zmian dokonywanych w projekcie w trakcie jego realizacji, np. odłożenia w czasie inwestycji, zwiększenia lub zmniejszenia skali działania itp. Możliwość podjęcia tych elastycznych działań, a więc aktywne zarządzanie w trakcie fazy inwestycyjnej i operacyjnej, pozwala na bieżąco optymalizować strategię. Wpływa to pozytywnie na efektywność i niesie ze sobą określoną wartość ekonomiczną, którą kwantyfikują opcje realne.

W przypadku symulacyjnej wyceny porównawczej opcji realnych pierwsze cztery założenia metod dyskontowych nie podlegają dyskusji i są spełnione. Piąte założenie dotyczące kosztu kapitału, sposobu jego szacowania, stałości w czasie i sposobu uwzględnienia ryzyka specyficznego wymaga komentarza. Trudności związane z szacowaniem²⁸⁹ i stałością w czasie kosztu kapitału są przedmiotem szerokiej dyskusji²⁹⁰. Autor nie podejmuje się rozstrzygnięcia, z jakich metod należy skorzystać przy określeniu wartości stopy dyskontowej dla projektu inwestycyjnego. Ze względu na zastosowane w SWP przepływy pieniężne przysługujące wszystkim stronom finansującym (FCFF), należy skorzystać ze średnioważonego kosztu kapitału (WACC). W zależności od kategorii wyznaczanej wartości możliwe jest jednak zastosowanie innego rodzaju zestawienia przepływów pieniężnych i adekwatnego im kosztu kapitału. Zaproponowana w rozdziale 3.2.3 metodyka wyceny opcji realnych dopuszcza w zależności od interpretacji wyceniającego podstawienie do modelu kosztu kapitału szacowanego różnymi metodami, zarówno stałego, jak i zmiennego w czasie. Włączenie do analizy ryzyka specyficznego (niezawartego w koszcie kapitału) w zaprezentowanym modelu wyceny opcji realnych odbywa się przez uwzględnienie zmienności parametrów wejściowych w czasie. Parametry symulacyjnego modelu są opisywane rozkładami stochastycznymi zawierającymi

²⁸⁹ Np. J. Jaworski, *Dylematy identyfikacji i pomiaru kosztu kapitału własnego w małym przedsiębiorstwie w warunkach współczesnych rynków finansowych*, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia* 2015, nr 73, s. 179–187 lub E. Lilford, B. Maybee, D. Packey, *Cost of Capital and Discount Rates in Cash Flow Valuations for Resources Projects*, *Resources Policy* 2018, Vol. 59, s. 525–531.

²⁹⁰ Np. w górnictwie P. Saługa, *Dobór stopy dyskontowej dla długoterminowych projektów sekwencyjnych z branży surowców mineralnych*, *Gospodarka Surowcami Mineralnymi – Mineral Resources Management* 2017, Vol. 33 (3), s. 49–70.

prawdopodobieństwa przyporządkowane do wszystkich mogących wystąpić wartości danej zmiennej. Wyniki przeprowadzonej symulacji pozwalają wyznaczyć zmienność projektu, w której zawarte jest ryzyko specyficzne inwestycji.

Szóste założenie dotyczące konieczności wyceny pojedynczego, deterministycznego scenariusza w modelu wyceny opcji realnych jest częściowo spełnione. Zmienne wejściowe są opisane rozkładami prawdopodobieństwa w finansowym modelu symulacyjnym. Pozwala to, w każdej iteracji, na wyznaczenie wartości projektu dla wylosowanego pojedynczego zestawu danych wejściowych. Ocena efektywności dokonywana jest więc dla określonych w losowaniu danych, jednak SWP w założeniu jest metodą wyceny opcji realnych, a więc dopuszcza aktywne zarządzanie projektem. Oparcie modelu wyceny na drzewach decyzyjnych pozwala uwzględnić wartość elastyczności. W każdej iteracji możliwe jest podjęcie decyzji o wykonaniu opcji (jedna z gałęzi drzewa) bądź kontynuowaniu projektu (druga z gałęzi drzewa). Kryterium decyzyjne to parametr wejściowy modelu – może to być np. wartość projektu w danym momencie, cena czy też wielkość sprzedaży. Wykorzystanie drzew decyzyjnych daje możliwość modelowania reakcji kadry zarządzającej i pozwala uzyskać w każdej iteracji końcową wartość projektu, zależną od decyzji dokonanej na podstawie zaprogramowanych kryteriów.

Metoda NPV, na której w szczególności opiera się proponowany aparat wyceny opcji realnych (SWP), bazuje na następujących założeniach teoretycznych²⁹¹:

1. Znana jest oczekiwana struktura, tzn. wielkość i rozkład w czasie przepływów pieniężnych netto w całym, określonym czasowo, ekonomicznym cyklu życia inwestycji.
2. Właściciele i zarząd mają taką samą wiedzę o czynnikach wpływających na poziom opłacalności ocenianej inwestycji.
3. Inwestycja charakteryzuje się typowym rozkładem w czasie przepływów pieniężnych netto.
4. Nakłady inwestycyjne są ponoszone nieodwracalnie (brak elastyczności).
5. Jediną alternatywą wobec realizacji inwestycji jest inwestycja na rynku kapitałowym. Metoda NPV pozwala uzyskać informację o tym, co jest bardziej opłacalne – inwestowanie w aktywa rzeczowe lub aktywa niematerialne czy bezpośrednia inwestycja kapitałowa, zakładając, że nakłady i cykl życia tych inwestycji są identyczne, a poziom ryzyka zbliżony.

²⁹¹ W. Rogowski, *Rachunek efektywności...*, s. 262–263.

6. Zakłada się płaski kształt krzywej rentowności w całym cyklu życia inwestycji. Oznacza to stałą stopę dyskontową w całym okresie życia inwestycji, wynikającą ze stałej relacji długu do wartości rynkowej inwestycji.
7. Przyjmuje się, że dodatnie przepływy pieniężne netto inwestycji są reinwestowane ze stopą reinwestycji równą stopie dyskontowej.
8. Zakłada się, że przepływy pieniężne netto inwestycji powstają z końcem roku. W rzeczywistości tworzone są stopniowo, w ciągu całego roku, co powoduje pewne niedoszacowanie wartości NPV (założenie to jest jednak bezpieczne, gdyż prowadzi do zaniżenia, nie zaś zawyżenia wartości NPV).
9. Miarą opłacalności wykorzystywanej w algorytmie metody jest kumulacja korzyści netto.

Zdecydowana większość założeń dotyczących NPV ma także zastosowanie w przypadku wyceny opcji realnych za pomocą SWP. Uchylony zostaje tylko czwarty punkt, który wyklucza istnienie i wykorzystanie elastyczności w projekcie. Metodę NPV uzupełnia zastosowanie symulacyjnego modelu finansowego połączonego z drzewami decyzyjnymi. Tak skonstruowany aparat wyceny, bazujący na NPV, umożliwi wycenę opcji realnych.

Biorąc pod uwagę założenia ogólne, dotyczące metod dyskontowych, oraz szczegółowe, związane z wyceną za pomocą NPV, można zbudować algorytm wyceny opcji realnych wykorzystujący symulację Monte Carlo oraz drzewa decyzyjne. Symulacja Monte Carlo poszerza możliwości analizy i interpretacji ryzyka. Wprowadza do wyceny możliwość ujęcia ryzyka specyficznego, związanego z wycenianą inwestycją. Drzewa decyzyjne są graficznym i logicznym zapisem sytuacji decyzyjnej umożliwiającej wykonywanie zmian w projekcie w trakcie jego realizacji. Są także narzędziem pozwalającym na wyznaczenie wartości projektu w każdej z iteracji w zależności od tego, czy opcja zostanie wykonana.

Metoda SWP opiera się założeniach związanych z metodami dyskontowymi oraz NPV, uzupełnionymi o następujące założenia:

1. Decyzja inwestycyjna jest nieodwracalna, lecz istnieje swoboda decyzyjna związana z ostatecznym kształtem przedsięwzięcia, którego decyzja dotyczy²⁹².

²⁹² W. Rudny, *Opcje rzeczowe jako obszar wartości przedsiębiorstwa*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 2008, nr 6, s. 121.

2. Występuje niepewność związana z realizacją inwestycji i połączonych z nią strategii elastyczności menedżerskiej. Poziom niepewności²⁹³ musi umożliwiać podejmowanie racjonalnych decyzji, opartych na prawdopodobieństwie i efektywności. Konieczne jest także, aby zaprojektowana elastyczność decyzyjna była oparta na wiarygodnych danych (stochastycznych lub deterministycznych) i była możliwa do zrealizowania. Możliwe jest określenie parametrów ryzyka i tym samym określenie parametrów zmiennych wejściowych do symulacyjnego modelu oceny efektywności.
3. Wycena opcji realnych odbywa się na niekompletnym rynku²⁹⁴. Wycena opcji realnych za pomocą modelu Blacka-Scholesa i pochodnych metod oraz drzew dwumianowych mocno nawiązuje do metod wyceny instrumentów finansowych opartych na założeniu o braku arbitrażu, założeniu o addytywności wartości i istnieniu rynku zupełnego²⁹⁵. W przypadku inwestycji kapitałowych, na których zbudowane są opcje realne, część założeń dotyczących instrumentów finansowych nie może być w pełni spełniona. Inwestycje kapitałowe dotyczą realnej sfery życia gospodarczego, mają unikalny, indywidualny charakter, są złożone, bo zależą od wielu zmiennych (rynkowych i nierynkowych) często obciążonych ryzykiem, są też narażone na wpływ konkurencji. Co więcej, aktywa, od których zależy wartość opcji rzeczywistych (najczęściej będzie to wartość projektów inwestycyjnych), nie są przedmiotem obrotu rynkowego. Przykładowo dla inwestycji polegającej na pozyskiwaniu gazu z odwiertu w nowym polu gazowym mamy do czynienia z dwiema głównymi niewiadomymi: wielkością złoża i ceną gazu. Pierwsza z nich jest określana wstępnie przez geofizyków i nie może być zabezpieczona przez żaden instrument finansowy występujący na regulowanych rynkach. Druga ze zmiennych – cena gazu – może być zabezpieczona pod warunkiem, że istnieje rozwinięty rynek instrumentów pochodnych zbudowany na kontraktach gazowych²⁹⁶. Istnienie w przestrzeni gospodarczej inwestycji kapitałowych i powiązanych z nimi opcji realnych nie spełnia wymogów rynku zupełnego, co skutkuje możliwością arbitrażu, a także niezachowaniem założenia o addytywności wartości. Brak możliwości replikowania

²⁹³ M. Pawlak, T. Wiśniewski, *Analiza możliwości wykorzystania teorii opcji realnych w formułowaniu strategii przedsiębiorstw*, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia* 2013, nr 60, s. 575–587.

²⁹⁴ J. Jiang, C. Mu, J. Peng, J. Yang, *Real Options Maximizing Survival Probability under Incomplete Markets*, *Quantitative Finance* 2019, Vol. 19,(11), s. 1921–1931.

²⁹⁵ Więcej na temat założeń wyceny opcji realnych w rozdziale 2.1.2.

²⁹⁶ L. Zhao, S. van Wijnbergen, *Decision-Making in Incomplete Markets with Ambiguity – A Case Study of a Gas Field Acquisition*, *Quantitative Finance* 2017, Vol. 17 (11), s. 1759–1782.

przepływów pieniężnych z inwestycji kapitałowych umożliwia wycenę opcji realnych bezpośrednio²⁹⁷ za pomocą metod stosowanych do szacowania wartości opcji finansowych. Konsekwencją niezupełności rynku jest oparcie SWP na hipotezie ryzyka, co odróżnia tę metodę wyceny od modelu Blacka-Scholesa i wycen opartych na drzewach dwumianowych. Niemożliwość utworzenia portfela replikacyjnego skutkuje koniecznością uwzględnienia indywidualnych preferencji i oczekiwań względem ryzyka. Przy ustalaniu wartości projektu inwestycyjnego i opcji realnej należy więc uwzględnić ich ryzyko poprzez adekwatną do jego poziomu przyszłą, oczekiwaną stopę zwrotu, zawierającą premię za ryzyko. W metodach dyskontowych wpływ ryzyka na wartość jest uwzględniony w koszcie kapitału (np. w modelach CAPM i WACC)²⁹⁸ i jest szeroko opisany w literaturze przedmiotu²⁹⁹.

4. Wartość opcji realnej można wyznaczyć na podstawie wartości NPV projektu, na którym jest ustanowiona. Zarówno naukowcy, jak i praktycy, wobec problemów związanych z identyfikacją aktywa bazowego i w związku z tym – z szacowaniem podstawowych parametrów wyceny opcji realnych, zakładają, że postulat istnienia instrumentu bazowego na ogół nie jest spełniony. Odwołują się wówczas do koncepcji wyceny opcji realnych, bazującej na założeniu, że najlepszym przybliżeniem wartości projektu jest jego wartość wyznaczona metodami dyskontowymi. Jest to zbieżne z podejściem MAD do wyceny opcji realnych. Zmiany wartości projektu wynikają ze złożenia stochastycznych parametrów wejściowych w symulacyjnym modelu oceny efektywności inwestycji.
5. Drzewa decyzyjne służą do opisu opcji realnej. Opcja realna jest opisana na drzewie. W jego węzłach zawarte są wyniki uzyskane za pomocą symulacji Monte Carlo, dokonanej na modelu oceny efektywności inwestycji z opcją i bez opcji. Porównanie wyników tych dwóch symulacji pozwala uzyskać wartość opcji realnej.

²⁹⁷ Teoretycy i praktycy obchodzą opisane powyżej założenia, argumentując, że wystarczy, iż na rynku istnieje instrument bliźniaczy – instrument finansowy (lub też portfel instrumentów), którego zmiany wartości są doskonale skorelowane ze zmianami wartości instrumentu bazowego opcji realnej lub gdy za aktywem bazowym uznawana jest sama wartość projektu (podejście MAD). Zob. np. M. Capiński, W. Patena, *Real Options – Realistic Valuation*, SSRN Electronic Journal 2003, June, <https://ssrn.com/abstract=476721>.

²⁹⁸ K. Kuziak, *Koncepcja arbitrażu w ustalaniu ceny instrumentów pochodnych*, Rynek Terminowy 2001, nr 13 (3), s. 122–128.

²⁹⁹ R. Merton, *An Intertemporal Capital Asset Pricing Model*, *Econometrica* 1973, Vol. 41, No. 5, s. 867–887; J. Geanakoplos, M. Shubik, *The Capital Asset Pricing Model as a General Equilibrium with Incomplete Markets*, *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory* 1990, Vol. 15, No. 1, s. 55–71 i późniejsze.

3.2.3. Idea symulacyjnej wyceny porównawczej

Symulacyjna wycena porównawcza (SWP) jest metodą wyceny opcji realnych polegającą na warunkowym porównaniu wartości oczekiwanej projektu, w którym opcja realna jest wykonana (NPV_{ROZ}), i wartości inwestycji, na której opcja jest zbudowana (NPV_{BAZ}) zgodnie z następującym wzorem:

$$ROV = E[\text{MAX}(NPV_{ROZ} - NPV_{BAZ}; 0)]$$

gdzie:

$$NPV_{BAZ} = f(FCF_{BAZ}, t, r)$$

$$FCF_{BAZ} = f \left(\begin{matrix} & p_1 & p_2 & \dots & p_n \\ p_1 & 1 & \dots & \dots & \dots \\ p_2 & \dots & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \dots \\ p_n & \dots & \dots & \dots & 1 \end{matrix} \right)$$

$$NPV_{ROZ} = f(FCF_{ROZ}, t, r)$$

$$FCF_{ROZ} = f(FCF_{BAZ}, t, r, N, K)$$

$$FCF_{ROZ} = f \left(\begin{matrix} & p_1 & p_2 & \dots & p_n & N & K \\ p_1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_2 & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots \\ p_n & \dots & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots \\ N & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & \dots \\ K & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \end{matrix} \right)$$

t – okres trwania projektu,

r – koszt kapitału,

FCF – przepływy pieniężne,

K – korzyści wynikające z realizacji opcji realnej,

N – nakłady niezbędne do wykonania opcji.

W metodzie SWP kluczowym dla wyznaczenia wartości opcji realnej jest stworzenie symulacyjnego modelu³⁰⁰ NPV inwestycji bazowej (NPV_{BAZ}). Inwestycja bazowa definiowana jest jako projekt inwestycyjny, w którym nie uwzględnia się wpływu wykonania opcji realnej. W skrajnym wypadku, gdy inwestycja bazowa nie generuje przepływów pieniężnych, jej wartość jest równa 0. Model finansowy charakteryzuje planowane przedsięwzięcie inwestycyjne poprzez opis towarzyszących mu założeń (np. horyzontu czasowego (t), kosztu kapitału (r) i podstawowych danych dotyczących przychodów i kosztów działalności opisanych parametrami (p_1, p_2, \dots , itp.). Uwzględnienie tych zmiennych, ich wzajemnych powiązań (w postaci korelacji i autokorelacji) i mechanizmów wpływających na wartości (np. zestawienia sprzedaży, kosztów, zapotrzebowania na kapitał pracujący itp.) pozwala uzyskać sprawozdania finansowe i/lub dokonać rachunku oceny efektywności inwestycji. Wyodrębnienie najistotniejszych dla wartości projektu, obciążonych ryzykiem zmiennych, takich jak np. wielkości popytu, produkcji, sprzedaży, poziomu cen i kosztów, poziomu nakładów inwestycyjnych i ich stochastyczny opis umożliwia dokonanie symulacji na modelu. Opisana wyżej procedura pozwala na złożenie wielu wzajemnie na siebie oddziałujących czynników ryzyka w jeden, prosty do interpretacji rozkład, który ułatwia ocenę wartości i ryzyka projektu³⁰¹. Podsumowując, wartość projektu bazowego (NPV_{BAZ}) jest funkcją przepływów pieniężnych (FCF_{BAZ}) wyznaczonych na podstawie parametrów wejściowych (p_1, p_2, \dots , itp.) i ich wzajemnych powiązań, długości trwania projektu (t) i kosztu kapitału (r).

Wartość projektu rozszerzonego (NPV_{ROZ}), w odróżnieniu od tej uzyskanej z inwestycji bazowej (NPV_{BAZ}), uwzględnia wszelkie nakłady niezbędne do utrzymania i wykonania opcji realnej, a także towarzyszące jej oczekiwane korzyści. Rozszerzony model finansowy umożliwia łatwą kalkulację przepływów pieniężnych związanych z wykonaniem opcji. Uwzględnia więc wszelkie bezpośrednie efekty (np. zwiększenie wpływów ze sprzedaży, redukcję kosztów wytworzenia itp.) jak i pośrednie, np. korzyści podatkowe i synergiczne.

Dzięki wykorzystaniu modelowania finansowego można bardzo precyzyjnie określić różnicę pomiędzy projektem bazowym i rozszerzonym, w którym jest zawarta opcja. Wyznaczona wartość może być w pojedynczej iteracji dodatnia lub ujemna. Kłóci się to z definicją opcji

³⁰⁰ Model finansowy inwestycji budowany jest zgodnie z powszechnie znanymi i opisanymi w literaturze zasadami planowania finansowego, np. K.S. Proctor, *Building Financial Models with Microsoft Excel. A Guide for Business Professionals*, John Wiley & Sons, Hoboken 2010 lub P. Pignataro, *Financial Modeling and Valuation: A Practical Guide to Investment Banking and Private Equity*, John Wiley & Sons, Hoboken 2013.

³⁰¹ Zob. T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: A Practitioner's Guide...*, s. 244–251.

realnej, zgodnie z którą opcja realna może mieć tylko wartość dodatnią lub zero³⁰². Z tego względu w metodzie SWP został dodany warunek wykluczający ujemną wartość opcji. Gdy różnica między wartością projektu rozszerzonego i bazowego w pojedynczej iteracji jest ujemna, zostaje jej przyporządkowana wartość zero. Podsumowując, wyznaczenie wartości opcji realnej w metodzie SWP polega na obliczeniu wartości oczekiwanej ze zbioru różnic pomiędzy wartością projektu rozszerzonego i bazowego, zachowując warunek, że wartość opcji w każdej z iteracji musi być większa lub równa zero.

Po zidentyfikowaniu opcji realnej w projekcie inwestycyjnym, zrozumieniu warunków i mechanizmów umożliwiających jej wykorzystanie następuje etap budowy modelu wyceny. Algorytm wyceny opcji realnych za pomocą SWP ma następujące etapy:

- 1) Budowa symulacyjnego modelu oceny efektywności inwestycji bazowej, niezawierającej opcji realnej:
 - a) oszacowanie parametrów stochastycznych i deterministycznych zmiennych wejściowych;
 - b) stworzenie opartego na metodach dyskontowych modelu oceny efektywności inwestycji (NPV) oddającego charakterystykę projektu;
 - c) wykonanie symulacji na modelu; złożenie parametrów modelu zgodnie z teorią konsolidacji czynników ryzyka Copelanda i Antikarova pozwala wnioskować o ryzyku inwestycji, a wykorzystanie symulacji Monte Carlo umożliwia wyliczenie wartości oczekiwanej projektu (NPV_{BAZ}).
- 2) Budowa symulacyjnego modelu oceny efektywności inwestycji zawierającego opcję realną:
 - a) rozszerzony model finansowy, podobnie jak bazowy, powinien być oparty na tych samych zmiennych stochastycznych, co model bez opcji;
 - b) uwzględnienie w modelu finansowym korzyści i nakładów związanych z opcją realną; zmiana wartości stochastycznych parametrów wejściowych modelu (np. wzrost cen, produkcji i uwzględnienie większego lub mniejszego ryzyka) lub/i ich powiązań;
 - c) dodanie do modelu nakładów na pozyskanie, utrzymanie i wykonanie opcji;
 - d) jeśli to konieczne, dodanie do modelu rozszerzonego formuł umożliwiających warunkowe wykonanie opcji w zależności od wybranego parametru decyzyjnego. Przykładowo rozszerzenie działalności w postaci zakupu nowej maszyny produkcyjnej

³⁰² Po raz pierwszy warunki brzegowe dla wartości opcji analizował Robert Merton w 1973 r. zob. R. Merton, *Theory of Rational Options Pricing...*

może zależeć od przekroczenia progowej wartości cen produktu lub granicznej wartości popytu. Jeśli krytyczne wartości zostaną przekroczone, następuje wykonanie opcji, a w przeciwnym razie realizowany jest pierwotny scenariusz. Zmienna decyzyjna, jak i progowa wartość, po której wykonywana jest opcja realna, powinna być ustalana przez zarządzających;

- e) po wykonaniu opcji możliwa jest zmiana konstrukcji modelu na wielowariantową. Przykładem może być sytuacja, w której w przypadku realizacji opcji następuje zmiana zakresu działalności – np. hala dotychczasowej fabryki produkcyjnej zmienia się w powierzchnię magazynową; konieczne jest wtedy stworzenie odrębnego alternatywnego scenariusza opisującego podjętą zmianę;
 - f) wykonanie symulacji na rozszerzonym modelu, co pozwala wnioskować o ryzyku inwestycji z opcją i umożliwia wyliczenie wartości oczekiwanej rozszerzonego projektu (NPV_{ROZ}). Wartość średnia z otrzymanego rozkładu stanowi ekonomiczny wynik (wartość elastyczności) projektu wraz z zawartą w nim wykonywaną warunkowo opcją.
- 3) Stworzenie rozkładu wynikowego opcji realnej:
- a) zastosowanie w każdej iteracji warunku $ROV = E(\text{MAX}(NPV_{ROZ} - NPV_{BAZ}; 0))$ spowoduje wygenerowanie rozkładu wyjściowego – funkcję gęstości ROV. Podobnie jak każdy stochastyczny rozkład wynikowy, umożliwi on wnioskowanie o ryzyku i wartości opcji;
 - b) średnia z tego rozkładu jest wartością opcji realnej wyznaczoną za pomocą symulacyjnej wyceny porównawczej (SWP).
- 4) Interpretacja otrzymanych wyników:
- a) wartość opcji realnej według metody SWP stanowi średnia z rozkładu uzyskanego przy dokonywanym w każdej iteracji warunkowym porównaniu wartości projektu z opcją i bez opcji. Jeśli różnica jest dodatnia, to staje się automatycznie częścią funkcji gęstości ROV, jeśli jest ujemna – przyjmuje wartość zero i także stanowi część rozkładu wynikowego, z którego wyznaczana jest wartość średnia stanowiąca wartość opcji realnej (SWP);
 - b) interpretacja wyników NPV_{ROZ} , NPV_{BAZ} i ROV (SWP) bazuje na podstawowych parametrach statystyki opisowej;
 - c) możliwe jest pozyskanie dodatkowych informacji z modelu bazowego i rozszerzonego, dotyczących np. warunków, prawdopodobieństwa i momentu wykonania opcji.

Należy podkreślić, że zaprezentowana powyżej metodyka każdorazowo wymaga w procesie wyceny indywidualizacji – należy od podstaw zbudować modele bazowy i rozszerzony,

dopasowując ich strukturę i funkcje do charakterystyki inwestycji i zbudowanej na niej opcji. Algorytm SWP jest na tyle uniwersalny, że za jego pomocą można wyznaczyć wartość dowolnej opcji realnej, a także opcji złożonych. Z wykorzystaniem technik modelowania finansowego można odtworzyć charakterystykę każdej inwestycji, a także zaprogramować wiążące się z nią możliwości. Pozwala to na wyznaczenie wartości opcji realnych, w prostszy i bardziej intuicyjny sposób niż przy zastosowaniu modelu Blacka-Scholesa lub innych metod (wady poszczególnych metod wyceny opcji realnych zostały opisane w podrozdziale 2.3).

Zaprezentowane w rozdziale 1.2.2 klasyfikacje opisują charakterystyki poszczególnych rodzajów opcji realnych. Przyporządkowują im także specyficzną dla każdego z rodzajów opcji realnych metodykę wyceny w postaci chociażby warunków brzegowych. W metodzie SWP nie jest konieczne rozróżnienie typów opcji i klasyfikowanie ich. Każdy rodzaj opcji realnych można indywidualnie i szczegółowo odwzorować w symulacyjnym modelu oceny efektywności inwestycji (NPV). W modelu rozszerzonym zapisana jest więc charakterystyka wycenianej opcji, natomiast ogólny algorytm metody SWP pozostaje niezmienny. Wyznaczenie wartości opcji realnej odbywa się przez warunkowe porównanie (ROV większe lub równe zero) wartości uzyskanej z modeli poszczególnych rodzajów opcji realnych z sytuacją, w której opcja nie występuje. Ze względu na uniwersalność algorytmu SWP w podrozdziałach 4.1 i 4.3 zaprezentowano analizę zaproponowanej metodyki na przykładzie dwóch głównych grup opcji – opcji kupna (opcja wzrostu) i sprzedaży (opcja wyjścia z inwestycji).

Rozdział 4. Wycena prostych opcji realnych za pomocą SWP

W poprzednim rozdziale zaprezentowano metodykę wyceny opcji realnych opartą na dwukrotnej symulacji Monte Carlo – symulacyjna wycena porównawcza (SWP). Aby lepiej zobrazować przedstawioną metodę, przytoczono dwa przykłady inwestycji zawierających elastyczność decyzyjną. Ze względu na podział opcji na dwa główne rodzaje – opcje kupna (m.in. rozszerzenia, zwiększenia skali lub odłożenia w czasie) i sprzedaży (np. zmniejszenia skali, wyjścia) – w następnych dwóch podrozdziałach zostaną zaprezentowane modele ich wyceny. W podrozdziale 4.2 zostanie zaprezentowana wycena opcji wzrostu, a w podrozdziale 4.3 wycena opcji zakończenia działalności. Kolejnym istotnym zadaniem tego rozdziału, realizującym jeden z głównych celów niniejszej monografii, jest weryfikacja i walidacja zaprezentowanych modeli wyceny. Służyć temu będzie zaprezentowana w podrozdziale 4.1 metodyka – jest ona adaptacją powszechnie stosowanych metod weryfikacji i walidacji stosowanych w modelach symulacyjnych (zob. podrozdział 3.1.2).

4.1. Metodyka weryfikacji i walidacji wyceny opcji realnych dokonanych za pomocą SWP

4.1.1. Zastosowane metody weryfikacji

Weryfikacja polega na sprawdzeniu, czy model symulacyjny jest poprawny metodycznie. Odpowiada na pytania, czy model został stworzony zgodnie z zamierzeniami, czy zaprogramowane procesy mają prawidłowy przebieg (kontrola danych wejściowych oraz sposobu ich powiązania i przeliczania), a wyniki są racjonalne i odpowiednio dokładne. W przypadku SWP w procesie weryfikacji sprawdzeniu podlegać będzie:

1. Kompletność i spójność modelu, na którą składa się:
 - a. poprawność danych wejściowych (deterministycznych i stochastycznych), zgodność typów i struktur danych wejściowych i wyjściowych modelu;
 - b. poprawność użytych w modelu funkcji i algorytmów (w tym m.in. powiązania między zmiennymi).
2. Poprawność i stabilność procedury numerycznej, na którą składają się:

- a. generowanie iteracji zgodnie z przyjętymi założeniami;
 - b. badania zachowania się modelu w przypadku wystąpienia wartości ekstremalnych zmiennych;
 - c. analiza statystyczna przebiegów modelu, ewentualnych błędów i ich przyczyn.
3. Poprawność generowanych wyników, na którą składają się:
- a. racjonalność i jednoznaczność rozwiązań;
 - b. analiza nonsensownych wyników;
 - c. analiza statystyczna i ocena wygenerowanych iteracji w porównaniu z rzeczywistymi danymi.

W podrozdziałach 4.2.5 i 4.3.5, w poszczególnych etapach weryfikacji zostaną wykorzystane następujące metody:

Ad. 1. Kompletność i spójność modelu

- Sprawdzenie, czy stochastyczne i deterministyczne dane wejściowe i wyjściowe spełniają podstawowe założenia modelu finansowego. Na podstawie wiedzy ekonomicznej arbitralnie weryfikowana będzie racjonalność ekonomiczna, dobór odpowiednich jednostek, wykorzystanie danych w strukturze modelu.
- Weryfikacja zmiennych. Zmienne deterministyczne i stochastyczne muszą zawierać się w pewnych określonych, racjonalnych ekonomicznie przedziałach. Przykładowo wartości nakładów inwestycyjnych, popytu, cen są nieujemne. Dane stochastyczne powinny odzwierciedlać realne rynkowe parametry.
- Weryfikacja powiązań danych wejściowych i ich powiązań (korelacji) oraz danych wyjściowych zgodnie z praktykami i logiką konstrukcji modeli finansowych. Weryfikacja założeń modelu i jego ekonomicznej racjonalności poprzez interpretację otrzymanych wyników adekwatnych do stawianych celów modelowania. Sprawdzenie poprzez dezagregację modelu, przekształcenie bardziej złożonych formuł w prostsze, sprawdzenie poprawności wyników modelu za pomocą alternatywnych funkcji.
- Weryfikacja zachowania modelu dla wartości ekstremalne lub charakterystyczne dla danego przypadku (np. duże wartości dodatnie i ujemne, zero itp.).

Ad. 2. Poprawność i stabilność procedury numerycznej

- Weryfikacja statystyczna wygenerowanych przebiegów symulacyjnych dla każdej zmiennej losowej i dla zmiennych wyników. Sprawdzenie, czy otrzymane w losowaniu wyniki są zgodne z przyjętymi założeniami i są racjonalne pod względem ekonomicznym;
- Weryfikacja zachowania się modelu w przypadku ekstremalnych wartości zmiennych stochastycznych, tzn. wykraczających poza założone, racjonalne zakresy. Analiza występowania błędów modelu i przyczyn ich występowania.

Ad. 3. Analiza poprawności generowanych wyników

- Analiza statystyczna rozkładów wyjściowych otrzymanych z przeprowadzonych symulacji – badanie racjonalności danych wyjściowych i kontrola błędów i odchyień.
- Analiza wrażliwości modelu na parametry wejściowe. Badany będzie kierunek i wartość zmian wyniku w reakcji na zmianę jednego z czterech parametrów, którymi są: cena, popyt/wielkość produkcji, jednostkowe koszty zmienne i nakłady inwestycyjne. Racjonalne ekonomicznie wyniki będą świadczyły o poprawności modelu. Przykładowo – im większa wartość nakładów inwestycyjnych na wykonanie opcji, tym mniejsza wartość opcji wzrostu.
- Analiza statystyczna i ocena wygenerowanych iteracji w porównaniu z rzeczywistymi danymi. Ten etap weryfikacji jest bardzo zbliżony swoją charakterystyką do walidacji modeli symulacyjnych, toteż zostanie mu poświęcony osobny podrozdział – zob. podrozdział 4.1.2.

4.1.2. Zastosowane metody walidacji

Walidacja odpowiada na pytanie, na ile dokładnie zaimplementowany model odzwierciedla rzeczywistość. Jest to szczególnie trudne zadanie w przypadku modeli takich jak SWP, charakteryzujących się brakiem możliwości bezpośredniej konfrontacji wyników otrzymanych z symulacji. Skuteczna, wiarygodna walidacja zdarzeniowa (*event validity*) modelu SWP z rzeczywistością jest niemożliwa, głównie ze względu na brak wystarczającej ilości jednorodnych inwestycji zawierających zbliżone do siebie opcje realne. Aby dokonać walidacji SWP z rzeczywistością, należałoby najpierw wyznaczyć rzeczywistą wartość opcji realnej. Do tego celu potrzeba od co najmniej kilku do kilkunastu przykładów identycznych opcji realnych ustanowionych na tych samych aktywach bazowych (inwestycjach) w podobnym czasie.

Zakładając, że na identyczne opcje oddziałuje to samo ryzyko, można ustalić, że parametry ich wyceny, a zwłaszcza zmienność, jest dla każdej z nich taka sama. Wartość każdej z tych opcji, wyznaczona dowolną metodą na moment wyceny, powinna więc być taka sama. Pytanie, jakie należałoby sobie zadać, brzmi: ile ta wartość powinna wynosić? Odpowiedzią może być badanie wartości *ex post* tych opcji za pomocą metod dyskontowych (NPV). Każda z opcji realnych, mimo narażenia na te same czynniki ryzyka, może realizować odmienny scenariusz, skutkujący odmienną wartością wynikową. Zbiór wartości opcji realnych (*ex post*) realizujących różne scenariusze rozwoju sytuacji pozwalałby stworzyć rozkład ich wartości w zależności od ich reakcji na ryzyko. Średnia z takiego rozkładu stanowiłaby rzeczywistą wartość opcji realnych, umożliwiającą porównania i walidację metod ich wyceny. Tego typu próby były podejmowane na rynku nieruchomości³⁰³, lecz ze względu na brak dostępności odpowiednich danych opisana metodyka nie będzie zastosowana.

Walidacja modelu SWP zostanie dokonana w sposób pośredni, poprzez odwołanie się do modelu Blacka-Scholesa. Tego typu podejście polega na przyjęciu alternatywnego, powszechnie akceptowanego modelu, którego zadaniem jest odwzorowanie rzeczywistości, a następnie wykorzystanie go w procesie walidacji jako model referencyjny. Jest to powszechnie stosowany sposób sprawdzania modeli symulacyjnych w procesie walidacji³⁰⁴, zwłaszcza w sytuacjach, gdy niemożliwa jest bezpośrednia obserwacja stanu rzeczywistego. Model Blacka-Scholesa, pomimo wykazanych mankamentów (zob. podrozdziały 2.2.1 i 2.3), został uznany za model referencyjny. Ze względu na analityczną postać formuły dla europejskiej opcji kupna i sprzedaży pozwala na uzyskanie jednoznacznych wartości opcji, co umożliwia porównanie do wyników wycen uzyskanych metodą SWP.

Walidacja przeprowadzona poprzez porównanie wyników modelu Blacka-Scholesa nie jest pozbawiona wad i jest w znaczącym stopniu uproszczona. Przykładowo, można do walidacji SWP zastosować analityczny model opcji z czasem ciągłym autorstwa A. Dixita i R. Pindycka³⁰⁵, jednakże znacząco skomplikowałoby to proces walidacji metody. Są dwa główne powody, które

³⁰³ Zob. S.R. Grenadier, *The Strategic Exercise of Options: Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets*, *Journal of Finance* 1996, Vol 51 (5), s. 1653–1679; J.M. Clapp, K.S. Bardos, S.K. Wong, *Empirical Estimation of the Option Premium for Residential Redevelopment*, *Regional Science and Urban Economics* 2012, Vol. 42, s. 240–256; L. Bulan, Ch. Mayer, C.T. Somerville, *Irreversible Investment, Real Options, and Competition: Evidence from Real Estate Development*, *Journal of Urban Economics* 2009, Vol. 65, s. 237–251.

³⁰⁴ M.S. Martis, *Validation of Simulation...* Walidacji swojego modelu wyceny opcji realnych poprzez porównanie do drzew dwumianowych dokonują także Datar i Matthews np. w: V. Datar, S. Mathews, *European Real Options...*

³⁰⁵ R. Pindyck, *Investments of Uncertain Cost...*, poz. cyt. s. 147-152

wpłynęły na wybór metody referencyjnej. Pierwszym z nich jest konieczność stworzenia adekwatnych, porównywalnych warunków wyceny dla SWP i metody referencyjnej. Powoduje to konieczność przyjęcia uproszczeń w modelu finansowym opisującym inwestycję i wycenianą opcję. Te uproszczenia dotyczą podstawowych założeń ale zwłaszcza warunku wykonania opcji. Przyjęcie do walidacji metody SWP opcji o charakterze europejskim sprawia, że jej wykonanie może nastąpić tylko w jednym, ustalonym momencie. Ułatwia to konstrukcję modelu finansowego pozwalającego zastosować metodę SWP co znacząco wpływa na niższy poziom skomplikowania i skrócenie czasu wykonywania procesów symulacyjnych. Prosty charakter europejskich opcji kupna i sprzedaży pozwala także na łatwiejsze szacowanie parametrów wyceny w modelu referencyjnym. W ten sposób możliwe staje się zastosowanie analitycznej formuły wyceny opcji, co ułatwia interpretację otrzymanych wyników i jest drugim powodem zastosowania modelu Blacka-Scholesa w procesie walidacji.

Konieczność zastosowania modelu Blacka-Scholesa wpływa na dobór opcji, za pomocą których będzie dokonywana walidacja modelu. Przykłady prostych, europejskich opcji realnych kupna i sprzedaży posłużą do porównań wyników wycen modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa. Są one dobrze poznane i opisane w literaturze przedmiotu, a wyniki uzyskiwane za pomocą modelu Blacka-Scholesa nie są dyskusyjne. Proces walidacji wymaga, aby na podstawie modelu SWP, a konkretnie na podstawie średniego NPV modelu bazowego, szacować parametry modelu Blacka-Scholesa, tj. wartości aktywa bazowego i zmienności. Pozostałe zmienne modelu Blacka-Scholesa wynikają z założeń analizowanej inwestycji. Tego typu przejście z modelu symulacyjnego do modelu Blacka-Scholesa jest niezwykle istotne i musi się charakteryzować jak najwyższą precyzją oszacowania parametrów. Aby zachować jak najwyższą dokładność, Odrzucono możliwość skorzystania z przekształceń oryginalnego modelu dla opcji amerykańskich³⁰⁶. Rozszerzone modele Blacka-Scholesa charakteryzują się wyższym stopniem złożoności formuł i wymagałyby szacowania dodatkowych parametrów, co obniżyłoby dokładność i tym samym zaburzyło proces walidacji. Dodatkowo stworzenie struktury modelu wyceny (zarówno SWP, jak i przekształconego modelu Blacka-Scholesa), umożliwiającej przeprowadzenie symulacji (kilku, kilkunastu tysięcy iteracji) w akceptowalnie długim okresie czasu byłoby problematyczne.

³⁰⁶ Np. G. Barone-Adesi, R.E. Whaley, *Efficient Analytic Approximation...*, s. 301–320.

Jak udowodniono, brak lub niewystarczająca ilość odpowiednich danych, na których można by się oprzeć, aby dowieść, że zaproponowany model SWP jest zgodny z rzeczywistością, zmusza autora do weryfikacji w sposób pośredni. Będzie ona dokonywana za pomocą dwóch metod: analizy wrażliwości i porównania wyników z innymi modelami.

- Analiza wrażliwości (*parameter variability-sensitivity analysis*) to jedna z najczęściej stosowanych metod walidacyjnych. Zakłada, że zależności (kierunek i siła wpływu na wyniki) obserwowane w modelu symulacyjnym powinny być takie same, jak w systemie rzeczywistym. W przypadku modelu SWP analizie zostaną poddane cztery podstawowe parametry, a więc: cena, popyt/wielkość produkcji, jednostkowe koszty zmienne i nakłady inwestycyjne. Oprócz klasycznej, jednoparametrowej analizy wrażliwości zostanie także dokonana analiza dwuwymiarowa, np. uwzględniająca jednoczesną zmianę cen i popytu.
- Porównanie wyników z innymi modelami (*comparison to other models*). Ze względu na brak rzeczywistych danych porównawczych wyniki uzyskane za pomocą SWP mogą być porównywane jedynie z alternatywnymi metodami wyceny opcji realnych. Nawiązując do wcześniejszej argumentacji z niniejszego podrozdziału, wyniki otrzymywane z modelu SWP będą porównywane do tych z modelu Blacka-Scholesa. Porównanie będzie dotyczyło zarówno pojedynczych symulacji, jak i analizy wrażliwości jedno- oraz dwuwymiarowej. Do tego celu będą wykorzystywane techniki:
 - analizy statystycznej wyników wycen – podstawowe parametry statystyki opisowej,
 - analizy graficznej, a więc przede wszystkim wykresy 2D i 3D,
 - analizy regresji, zastosowanie współczynnika determinacji w celu ustalenia zbieżności modeli SWP i Blacka-Scholesa.

Interpretacja otrzymanych wyników w wypadku ich zgodności będzie świadczyła o tym, że porównywane modele są równoważne. Jeśli wyniki są różne, należy zbadać skalę i przyczyny rozbieżności.

Aby wykonać opisane badania, niezbędne jest wygenerowanie dwóch serii danych – wyników uzyskanych za pomocą modeli Blacka-Scholesa i SWP. Dla zachowania porównywalności wyniki z jednego i drugiego modelu muszą być wyznaczone na podstawie tego samego zestawu parametrów wejściowych. Ze względu na iteracyjny charakter metody SWP generowana będzie

duża liczba danych, które będą podlegały porównaniom. Na potrzeby tego badania została sformułowana następująca procedura, umożliwiająca zautomatyzowane generowanie wyników wycen:

- 1) Budowa modelu SWP do celów wyceny opcji realnych. Model SWP zawiera zmienne wejściowe deterministyczne i stochastyczne umożliwiające budowę modelu bazowego i rozszerzonego (z opcją), a także wyznaczenie wartości opcji realnej przez warunkowe porównanie w każdej z iteracji wyników tych dwóch modeli. Szczegółowy opis tej metody znajduje się w podrozdziale 3.2.2.
- 2) Wyznaczanie parametrów wejściowych modelu Blacka-Scholesa dla europejskich opcji kupna i sprzedaży na podstawie symulacyjnego modelu rozszerzonego będącego częścią SWP. Według koncepcji MAD najlepszym przybliżeniem wartości aktywa bazowego jest wartość projektu inwestycyjnego wyznaczona metodami dyskontowymi. Na tej podstawie, oraz wszystkich opisanych przez stochastyczne zmienne wejściowe czynników ryzyka, można za pomocą symulacji wyznaczyć jeden wynikowy rozkład wartości projektu, opisujący zmiany wartości aktywa bazowego i ryzyko z nim związane³⁰⁷. Umożliwia to oszacowanie:
 - a) ryzyka projektu wyrażonego odchyleniem standardowym – $S(X)$. Wyznacza się je na podstawie symulacji wartości bieżącej netto projektu, która pozwala uzyskać hipotetyczny rozkład stopy zwrotu dla danego, pojedynczego okresu. W każdym przebiegu symulacyjnym szacowana jest wartość przepływów pieniężnych dla dwóch okresów – pierwszego (FCF_1 i PV_1) i bieżącego (PV_0), a następnie wartości te są dyskontowane. Odchylenie standardowe jest definiowane jako odchylenie standardowe zlogarytmowanej stopy zwrotu z , gdzie $z = \ln\left(\frac{PV_1 + FCF_1}{PV_0}\right)$;
 - b) wartości bieżącej strumieni pieniężnych z rozszerzenia (S_0). Temu parametrowi odpowiada średnia wartość projektu rozszerzonego, uzyskana na podstawie symulacji;
 - c) ceny wykonania opcji (X) w momencie T (o ile jest zmienną), która może zostać wyznaczona jako średnia wartość z symulacji;
 - d) pozostałych parametrów – czas do wygaśnięcia opcji T oraz stopa wolna od ryzyka (r) zostały określone w założeniach przeprowadzanych wycen.

³⁰⁷ Jest to zgodne z zaproponowaną przez Copelanda i Antikarova teorią konsolidacji czynników ryzyka – T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: A Practitioner's Guide...*, s. 244–253.

Ze względu na odmienny charakter badanych opcji realnych, w każdym z podrozdziałów (zob. podrozdziały 4.2.6 i 4.3.6) przedstawiono szczegółowo sposób szacowania parametrów wejściowych do modelu Blacka-Scholesa.

- 3) Wykonanie symulacji na modelu SWP powoduje uzyskanie parametrów modelu Blacka-Scholesa dla konkretnych zestawów zmiennych wejściowych (stochastycznych i deterministycznych). Podstawienie do odpowiedniego wzoru umożliwia uzyskanie średniej wartości opcji realnej wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa, na podstawie parametrów uzyskanych z symulacji Monte-Carlo. Uzyskany wynik jest modelem referencyjnym, bazą do walidacji metody SWP.

Najistotniejsze i najbardziej problematyczne dla autora było szacowanie zmienności. Ze względu na wahania tego parametru w czasie, korelacje i autokorelacje parametrów obciążonych ryzykiem i inne założenia dotyczące np. logarytmiczno-normalnego rozkładu stóp zwrotu z projektu sprawiają, że naukowcy do dziś dyskutują nad sposobem szacowania zmienności. Powstało wiele modeli służących wyznaczaniu zmienności³⁰⁸, w tym opartych na symulacji przepływów pieniężnych³⁰⁹. Są to m.in. bazujący na logarytmicznej stopie zwrotu z wartości bieżącej, prezentowany już model Copelanda Anticarova, podobnie jak bliźniaczy model Heratha i Parka³¹⁰; model Brandão, Dyera i Hahna³¹¹, opierający się na warunkowym logarytmicznym podejściu do wartości bieżącej. Istnieje także dwupoziomowy symulacyjny model i metoda najmniejszych kwadratów opracowana przez Godinho³¹², a także model Hulla³¹³, bazujący na uogólnionym, neutralnym wobec ryzyka podejściu do szacowania zmienności w kolejnych okresach. Powstałe wcześniej metody są kwestionowane³¹⁴, pojawiają się coraz nowsze modele³¹⁵, ale nie ma jednoznacznego rozwiązania problemu szacowania zmienności. Wpływ

³⁰⁸ Część z nich, np. metodę odpowiednika rynkowego i logarytmowania stóp zwrotu, metodę symulacji i logarytmicznych stop zwrotu na wartości bieżącej i metodę ekspercką opisano w podrozdziale 2.3.2.

³⁰⁹ T. Haahtela, *Estimating Changing Volatility in Cash Flow Simulation Based Real Option Valuation with Regression Sum of Squares Error Method*, Journal Of Real Options 2011, Vol. 1, No. 1, s. 33–52.

³¹⁰ H. Herath, C. Park, *Multi-Stage Capital Investment Opportunities as Compound Real Options*, The Engineering Economist 2002, Vol. 47, No.1, s. 1–27.

³¹¹ L. Brandão, J. Dyer, W. Hahn, *Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems*, Decision Analysis 2005, Vol. 2, No. 2, s. 69–88 i L. Brandão, J. Dyer, W. Hahn, *Response to Comments on Brandão et al.*, Decision Analysis 2005, Vol. 2, No. 2, s. 103–109.

³¹² P. Godinho, *Monte Carlo Estimation of Project Volatility for Real Options Analysis*, Journal of Applied Finance 2006, Vol. 16, No. 1.

³¹³ J. Hull, *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice-Hall 2006.

³¹⁴ L. Brandão, J. Dyer, W. Hahn, *Volatility Estimation for Stochastic Project Value Models*, European Journal of Operational Research 2012, Vol. 220 (3), s. 642–648.

³¹⁵ P. Godinho, *Simulation-Based Estimation of State-Dependent Project Volatility*, The Engineering Economist 2018, Vol. 63, No. 3, 188–216.

metod wyznaczania zmienności na wartość opcji pozostaje ciągle jednym z ciekawszych zagadnień metodycznych w teorii opcji realnych³¹⁶.

W niniejszej monografii została zastosowana metoda Copelanda-Anticarova. Z przeprowadzonych prób szacowania zmienności analityczną metodą Brandão, Dyera i Hahna oraz metodą Copelanda-Anticarova wynikało, że występują stosunkowo niewielkie różnice pomiędzy otrzymanymi wartościami parametru zmienności. W zależności od badanej inwestycji wyniki różniły się od 0 do około 5 punktów procentowych. Potwierdzeniem tych obserwacji była analiza literatury przedmiotu, która mimo wskazywanych różnic między wynikami uzyskiwanymi różnymi metodami wskazywała, że wraz ze wzrostem długości realizacji projektu wybór metody szacowania zmienności traci na znaczeniu³¹⁷. Metodę Copelanda-Anticarova na tle innych metod wyróżnia, także prostota podejścia, co nie było bez znaczenia ze względu na konieczność wielokrotnego przeliczania modeli finansowych, często nawet po kilkaset tysięcy w jednej symulacji. Pomimo wszelkich starań nie można wykluczyć, że oszacowany za pomocą metody Copelanda-Anticarova parametr zmienności nie miał wpływu na wartość opcji uzyskaną z modelu Blacka-Scholesa. Niedokładności wynikające z przejścia z symulacyjnego modelu finansowego do analitycznego równania Blacka-Scholesa, przez zastosowanie wybranej metodyki szacowania zmienności, są jednak na tyle marginalne, że nie wpływają na proces walidacji metody.

Po wyznaczeniu wartości poszczególnych opcji za pomocą modeli Blacka-Scholesa i SWP należy uwzględnić błąd modelu. Wynikiem symulacyjnego modelu wyceny opcji realnych (SWP) jest wartość oczekiwana, czyli średnia z losowych prób, należy więc wziąć pod uwagę błąd standardowy średniej. Jest to odchylenie średniej z symulacji od średnich wyników uzyskanych w następnych symulacjach na tym samym modelu. Określa on, na ile dana wartość może się różnić w różnych pomiarach tego samego zjawiska, czyli wskazuje, jak średnia z próby estymuje średnią z populacji, przy czym za próbę w symulacji przyjmuje się określony liczbą iteracji zbiór wyników symulacji, a za populację wszystkie możliwe przebiegi symulacyjne, na które pozwala opis parametrów wejściowych symulacji. Używany jest również do określania przedziałów ufności dla średniej. Im błąd standardowy średniej jest mniejszy, tym uzyskana z próby średnia

³¹⁶ Zestawienie różnych metod wyznaczania zmienności znajduje się m.in. w H.J. Han, *Estimating Project Volatility and Developing Decision Support System in Real Options Analysis*, rozprawa doktorska, Auburn University, Alabama 2007, <https://pdfs.semanticscholar.org>.

³¹⁷ L. Brandão, J. Dyer, W. Hahn, *Volatility Estimation...*, s. 642–648.

lepiej estymuje średnią z całej populacji³¹⁸. Błąd standardowy średniej będzie z całą pewnością wpływał na dokładność szacunków dokonywanych za pomocą SWP. Jego uwzględnienie będzie polegało na wyznaczeniu obszaru oddalonego *in plus* i *in minus* o wartość błędu standardowego średniej od uzyskanego z symulacji wyniku. Model Blacka-Scholesa jest metodą referencyjną dla SWP, umożliwia porównanie wyników wycen opcji realnych i dzięki temu pozwala na pełną weryfikację i walidację metody SWP. Parametry modelu Blacka-Scholesa (zmiennosc i wartość aktywa bazowego) są wyznaczane na podstawie modelu bazowego wykorzystywanego w metodzie SWP (zob. opis powyżej) i także mogą być obarczone błędem standardowym średniej. Potencjalne błędy wpływają na wartość opcji w modelu Blacka-Scholesa zgodnie z ich kierunkiem, tzn. jeżeli wartość aktywa bazowego i zmienności będzie zawyżona, to wartość opcji także się zwiększy. Błędy w szacowaniu wartości aktywa bazowego i zmienności wynikają bezpośrednio z błędu standardowego średniej modelu bazowego wykorzystywanego w metodzie SWP. Podobnie jak w modelu Blacka-Scholesa, dodatnie błędy będą powodowały zwiększenie wartości opcji wyznaczonej za pomocą SWP. Wpływ błędów na porównywane modele wyceny wartości opcji realnych jest więc kierunkowo zgodny. Oznacza to, że błędy przełożone na wartość opcji, szacowane za pomocą porównywanych modeli, w dużej części się znoszą. Pozostałe niedokładności wynikają z różnic w metodach i są stosunkowo niewielkie. Wobec powyższego uznano, że model Blacka-Scholesa nie powinien być dodatkowo obciążany błędem standardowym średniej szacowanych parametrów. Tego rodzaju błąd modelu jest uwzględniony w metodyce szacowania wartości opcji realnych metodą SWP.

³¹⁸ E. Babbie, *Badania społeczne w praktyce*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 218, 496 i 624.

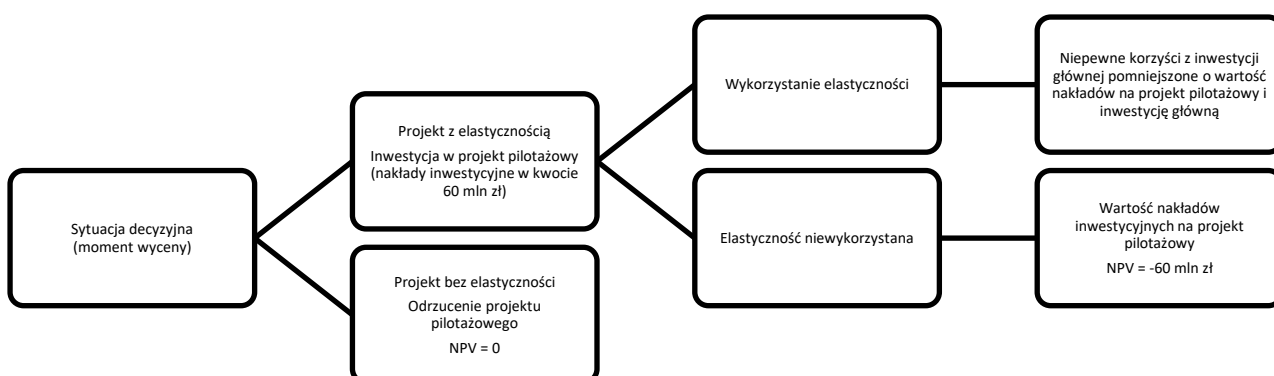
4.2. Wycena opcji wzrostu za pomocą SWP

4.2.1. Charakterystyka założeń projektu i zawartej w nim opcji wzrostu

W niniejszym podrozdziale przedstawiono, na opisanym poniżej przypadku inwestycji w projekt badawczy, wycenę opcji wzrostu za pomocą metody SWP. Symulacyjny model wyceny poddany został kompleksowej weryfikacji i walidacji za pomocą modelu Blacka-Scholesa.

Zarządzający przedsiębiorstwem produkcyjnym stoją przed wyborem: czy wdrożyć roczny projekt badawczy (pilotażowy), który umożliwia rozszerzenie produkcji o nowy produkt poprzez uruchomienie inwestycji głównej, czy nie podejmować jakichkolwiek dodatkowych działań. Zmienność otoczenia (w tym zmiany cen, popytu, kosztów jednostkowych i wartości nakładów inwestycyjnych) może wykreować dodatkowe przepływy pieniężne, wynikające z budowy i eksploatacji dodatkowej linii produkcyjnej, której warunkiem powstania jest wdrożenie projektu pilotażowego. Wydatki inwestycyjne w kwocie 60 mln zł będą poniesione na koniec zerowego okresu. Można je traktować jako koszt zakupu opcji wzrostu, czyli budowy i eksploatacji linii produkcyjnej nowego produktu przez dziewięć kolejnych rocznych okresów. Dzięki przeprowadzonym we wstępnym projekcie badaniom, zostaną pozyskane podstawowe informacje, umożliwiające rozszerzenie działalności o realizację inwestycji głównej i wejście na rynek – sytuacja decyzyjna została zobrazowana na rysunku (zob. rysunek 4.1).

Rysunek 4.1 Opcja wzrostu – sytuacja decyzyjna na moment wyceny



Źródło: opracowanie własne.

Aby podjąć racjonalną i uzasadnioną ekonomicznie decyzję, zarządzający powinni dokonać oceny efektywności każdej z ewentualności przedstawionej na drzewie decyzyjnym. Zostanie ona przeprowadzona na podstawie metody NPV przy następujących założeniach:

1. Przepływy pieniężne będące podstawą modelu oceny efektywności będą zestawiane w wariacie FCFE.
2. Roczny projekt badawczy nie generuje żadnych przepływów pieniężnych poza kwotą nakładów inwestycyjnych, która wynosi 60 mln zł.
3. Opcja wzrostu ma roczny czas życia.
4. Na koniec pierwszego roku (po przeprowadzeniu badań) istnieje możliwość rozpoczęcia inwestycji głównej przez zakup linii produkcyjnej – instalacja na koniec okresu.
5. Amortyzacja linii produkcyjnej jest liniowa i jej roczna stawka wynosi 11,1%.
6. Wpływ netto ze sprzedaży linii produkcyjnej na koniec 10. okresu wynosi 20% jego wartości początkowej.
7. Produkcja odzwierciedla zapotrzebowanie rynku na produkt, wobec czego nie występują zapasy.
8. Koszty stałe wynoszą 20 mln zł i są ponoszone od pierwszego okresu.
9. Kapitał pracujący to 30% z różnicy pomiędzy przychodami ze sprzedaży a sumą kosztów stałych i zmiennych. Jest w całości odzyskiwany na koniec projektu.
10. Wpływ działalności konkurencji nie jest uwzględniony w przepływach pieniężnych.
11. Inwestycja będzie finansowana kapitałem własnym i obcym, którego średnioważony koszt (WACC) jest równy 15%.
12. Stopa wolna od ryzyka wynosi 5%.
13. Stawka podatku dochodowego wynosi 19%.

Korzyści i nakłady związane z realizacją głównej inwestycji są obarczone niepewnością wynikającą z otoczenia bliższego i dalszego. Dla głównej inwestycji, po zakończeniu programu badawczego, zostały wyodrębnione cztery najistotniejsze czynniki ryzyka: poziom cen produktu, wielkość popytu/sprzedaży, jednostkowe koszty zmienne i wartość nakładów inwestycyjnych na realizację nowego projektu. Prognozy zmiennych zostały przedstawione w tabeli (zob. tabela 4.1).

Tabela 4.1 Zmienne w modelu NPV inwestycji głównej – wartości średnie

Wyszczególnienie	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cena (zł/szt.)	10,0	10,0	10,1	10,3	10,6	10,9	10,9	10,9	10,7	10,5	10,2
Popyt/wielkość produkcji (mln szt.)	20,0	20,0	20,0	22,0	24,0	25,0	23,0	22,0	22,0	20,0	18,0
Jednostkowe koszty zmienne (zł/szt.)	6,8	6,8	6,5	6,5	6,3	6,3	6,3	6,3	6,5	6,5	6,5
Wartość nakładów inwestycyjnych (mln zł)		210									

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie powyżej przedstawionych średnich danych³¹⁹ został zbudowany statyczny model finansowy NPV inwestycji głównej (zob. tabela 4.2). Jego struktura wynika z profilu inwestycji, a zależności między poszczególnymi zmiennymi odwzorowują rzeczywiste związki wartości opisujących inwestycję. Model umożliwia wyznaczenie wartości strumieni pieniężnych niezbędnych do wyceny.

Tabela 4.2 NPV inwestycji głównej (realizacja projektu badawczego, a następnie inwestycji głównej) – wartości średnie

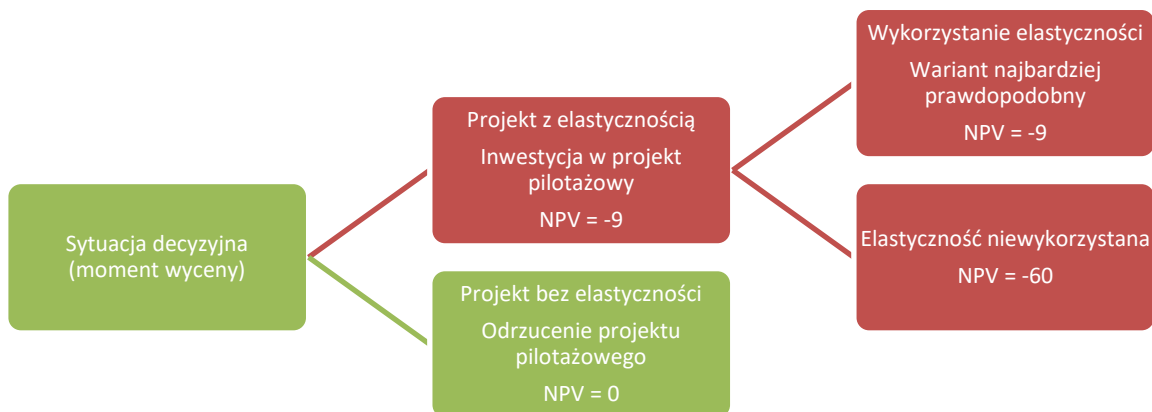
Okres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cena (zł/szt.)	10	10	10,1	10,3	10,6	10,9	10,9	10,9	10,7	10,5	10,2
Ilość (mln szt.)	20	20	20	22	24	25	23	22	22	20	18
Przychody			202	227	254	273	251	240	235	210	184
Koszty zmienne (zł/ szt.)	6,8	6,8	6,5	6,5	6,3	6,3	6,3	6,3	6,5	6,5	6,5
– koszty zmienne			-130	-143	-150	-156	-144	-138	-143	-130	-117
– koszty stałe (mln zł)	0	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20
– amortyzacja (mln zł)	0	0	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21
EBIT (mln zł)	0	-20	31	43	63	75	66	61	51	39	26
EBIAT (mln zł)	0	-20	25	35	51	61	53	50	42	32	21
+ amortyzacja (mln zł)			21	21	21	21	21	21	21	21	21
+ wpływ ze sprzedaży środka trwałego (mln zł)											42
– nakłady inwestycyjne (mln zł)	-60	-210									
kapitał pracujący (mln zł)	0	0	22	25	31	35	32	31	28	24	20
– wzrost kapitału pracującego (mln zł)	0	-22	-3	-6	-4	3	1	3	4	4	20
Wolne przepływy pieniężne (FCFF)	-60	-252	43	49	69	85	76	74	66	57	104
Zdyskontowane wolne przepływy pieniężne (mln zł)	-60	-219	32	32	39	42	33	28	22	16	26
NPV projektu – wariant bazowy (mln zł)	-9										

Źródło: opracowanie własne.

³¹⁹ Uzasadnienie wykorzystania średnich wartości można znaleźć w: T. Wiśniewski, *Ocena efektywności...*, s. 180.

Zakładając wykorzystanie w rachunku efektywności inwestycji wartości średnich, NPV inwestycji głównej, czyli realizacji projektu badawczego, a następnie zakupu i eksploatacji linii produkcyjnej wynosi -9 mln zł, co wskazuje na jej nieopłacalność. Przekłada się to bezpośrednio na decyzję zarządu o odrzuceniu projektu pilotażowego, co uniemożliwia realizację głównej inwestycji. Opisana sytuacja została zilustrowana drzewem decyzyjnym (zob. rysunek 4.2).

Rysunek 4.2 NPV projektu pilotażowego i głównej inwestycji – sytuacja decyzyjna na moment wyceny



Źródło: opracowanie własne.

Czerwonym kolorem oznaczono gałęzie drzewa decyzyjnego reprezentujące negatywne wyniki związane z realizacją projektu pilotażowego i inwestycji głównej. Gdy projekt badawczy zostanie wykonany, możliwe są dwa scenariusze. Pierwszy z nich oznacza rezygnację z zakupu linii produkcyjnej i wejścia na rynek, co wiąże się z NPV równym -60 mln zł (wydatki na badania). Drugą opcją jest realizacja inwestycji głównej. NPV tego wariantu wynosi -9 mln zł i oprócz efektów finansowych związanych z inwestycją główną uwzględnia wcześniejsze wydatki na projekt pilotażowy. Racjonalnie działający zarząd, opierając swoją decyzję na NPV, powinien obie możliwości odrzucić. Zielonym kolorem oznaczono rekomendowaną ścieżkę z największą wartością NPV – w analizowanym wypadku jest to odrzucenie projektu pilotażowego.

4.2.2. Modelowanie stochastycznych zmiennych wejściowych

Podstawą, a zarazem największą trudnością w zastosowaniu symulacyjnych metod wyceny jest prawidłowe ukształtowanie modelu symulacyjnego oraz ustalenie rozkładów i powiązań parametrów wejściowych. To od ich jakości zależeć będzie precyzja wyniku symulacji, a w konsekwencji decyzje zarządzających.

Parametry wejściowe do symulacyjnego modelu wyceny opcji realnych (SWP) dzielą się na deterministyczne oraz stochastyczne. Ze względu na zmienność, która jest parametrem „tworzącym” wartość opcji realnych, najistotniejszymi zmiennymi definiującymi wartość projektu i opcji są zmienne stochastyczne. Zmienne deterministyczne są zazwyczaj określone i stałe w czasie lub charakter tych zmian jest znany i łatwy do opisu matematycznego.

Analizowany projekt inwestycyjny obarczony jest ryzykiem. Zidentyfikowano cztery główne czynniki wpływające na wartość NPV projektu i jej zmienność. Wahania związane są z ceną produktu, wielkością popytu (przekładającego się bezpośrednio na wielkość produkcji), jednostkowymi kosztami zmiennymi oraz wartością nakładów inwestycyjnych. Aby poznać poziom ryzyka inwestycji, konieczna jest szczegółowa analiza każdego z wymienionych parametrów. Do tego celu najczęściej zaangażowani są eksperci, którzy prognozują dla każdej istotnej zmiennej najbardziej prawdopodobny (lub średni) scenariusz, potencjalne odchylenia i prawdopodobieństwa im towarzyszące. Od dokładności tych analiz uzależniona jest trafność oceny inwestycji pod kątem ryzyka, ale także efektywności. **Prognozowanie wartości finansowych nie jest przedmiotem szczegółowych rozważań w niniejszej monografii. To zagadnienie jest bogato opisane w literaturze polskiej³²⁰ i zagranicznej³²¹. Na potrzeby rozważań dotyczących metodyki wyceny opcji realnych, w tym metodami symulacyjnymi, przyjmuje się wartości prognoz wyznaczanych w sposób uproszczony lub podany jako dane wejściowe.** Prognozy wykorzystywane przy tworzeniu modeli wyceny opcji realnych powinny charakteryzować się adekwatnym dla danego parametru poziomem dokładności. Wartości prognoz zmiennych wejściowych powinny mieścić się w racjonalnych dla danego parametru granicach. Przykładowo – cena kilograma jabłek w danym okresie nie może przyjmować wartości ujemnych i nieracjonalnie wysokich, powinna natomiast uwzględniać sezonowość i panujące na rynku trendy. Przy praktycznym wykorzystaniu SWP do wyceny opcji realnych zaleca się w stosunku do danych wejściowych zastosowanie jak najdokładniejszych metod prognostycznych w celu maksymalizacji precyzji uzyskanego wyniku.

³²⁰ Np. D. Witkowska, *Podstawy ekonometrii i teorii prognozowania*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2005; P. Dittman, *Prognozowanie w przedsiębiorstwie*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2004.

³²¹ J.S. Armstrong, *Evaluating Forecasting Methods*, w: J.S. Armstrong (red.) *Principles of Forecasting. A Handbook for Researchers and Practitioners*, Springer, Boston 2001; R.J. Hyndman, G. Athanasopoulos, *Forecasting: Principles and Practice*, OText, Melbourne 2018, <https://otexts.com/fpp2/>.

Na potrzeby realizacji niniejszego przykładu wyceny opcji realnych posłużono się powszechnie stosowanymi rozkładami stochastycznymi, dla których parametry były szacowane w uproszczony sposób. Nie wpływa to negatywnie na wnioskowanie dotyczące metodyki, gdyż przyjęte prognozy i rozkłady stochastyczne mają wartości zbliżone do realnych i mieszczą się w założonych, racjonalnych granicach. Najważniejsze zmienne w projekcie zostały opisane rozkładami prawdopodobieństwa ujętymi w tabeli zob. tabela 4.3).

Tabela 4.3 Analiza kluczowych dla inwestycji głównych czynników ryzyka

Cena (zł/szt.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Wariant optymistyczny	–	10,2	10,6	10,8	11,2	11,5	11,5	11,5	11,2	11,0	10,8
Wariant najbardziej prawdopodobny	10,0	10,0	10,0	10,5	10,7	11,0	11,0	10,9	10,7	10,4	10,2
Wariant pesymistyczny	–	9,8	9,6	9,7	10,0	10,2	10,3	10,3	10,1	10,0	9,7
Rozkład prawdopodobieństwa	trójkątny										

Popyt/wielkość produkcji (mln szt.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Średnia	20,0	20,0	20,0	22,0	24,0	25,0	23,0	22,0	22,0	20,0	18,0
Odchylenie standardowe	–	8,0	8,0	8,8	9,6	10,0	9,2	8,8	8,8	8,0	7,2
Rozkład prawdopodobieństwa	normalny										

Koszty zmienne (zł/szt.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Wariant optymistyczny	6,5	6,5	6,0	6,0	5,5	5,5	5,5	5,5	6,0	6,0	6,0
Wariant pesymistyczny	7,5	7,5	7,0	6,5	6,0	6,0	6,0	6,0	6,5	7,0	7,0
Rozkład prawdopodobieństwa	jednostajny										

Wartość inwestycji (mln zł)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Wartość maksymalna		–250									
Wartość minimalna		–150									
Prawdopodobieństwo – wartość maksymalna		60%									
Prawdopodobieństwo – wartość minimalna		40%									
Rozkład prawdopodobieństwa	dwumianowy										

Źródło: opracowanie własne.

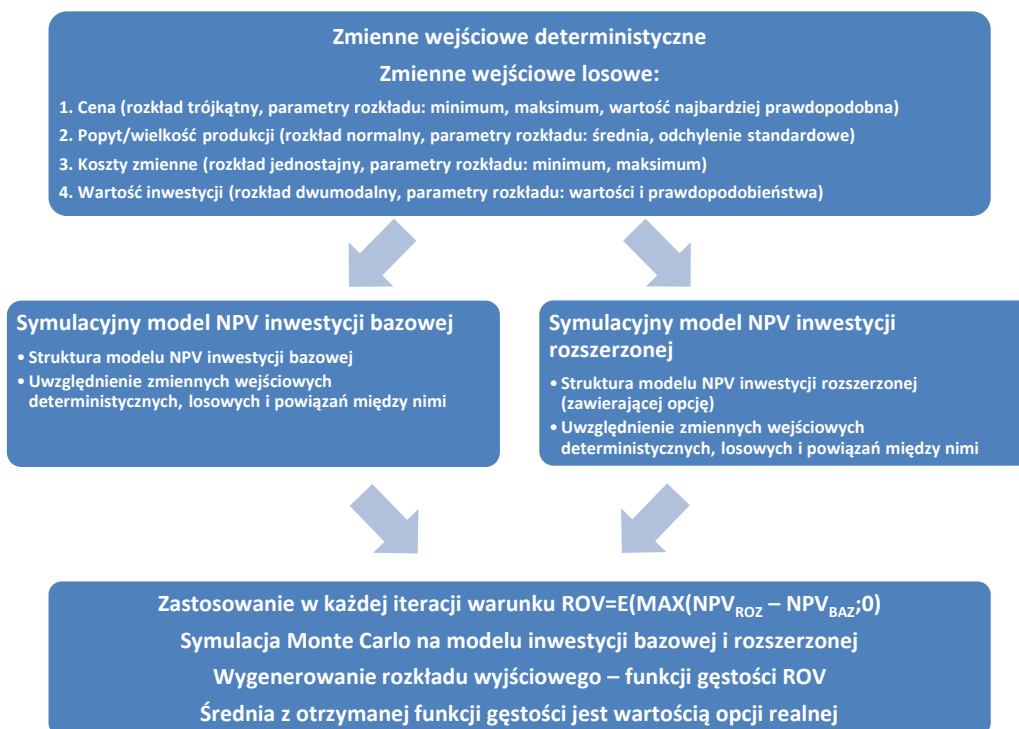
Zakłada się, że parametry rozkładów w przykładowym modelu wyceny opcji realnych zostały ustalone na podstawie prognoz wynikających z danych historycznych i wiedzy ekspertów. W przypadku ceny produktu kadra zarządzająca zazwyczaj jest w stanie określić podstawowe dane statystyczne dotyczące spodziewanego poziomu cen. Ustalono wartość maksymalną i minimalną, co w połączeniu z wartością najbardziej prawdopodobną umożliwiło przyjęcie trójkątnego rozkładu prawdopodobieństwa. Warto zauważyć, że w każdym z okresów definiowany rozkład może być inny, a średnia wartość może się zmieniać. Aby dokładniej opisać

trendy rynkowe, założono autokorelację na poziomie 0,8. Dla popytu, który dla uproszczenia przykładu jest zrównany z ilością sprzedanych produktów, przyjęto, że wartość najbardziej prawdopodobna będzie odpowiadała prognozowanej wartości średniej, od której przyjęto eksperycko 40-procentowe odchylenie standardowe i rozkład normalny. Podobnie jak w przypadku cen, założono autokorelację na poziomie 0,8. Jednostkowe koszty zmienne zostały ustalone w rozkładzie jednostajnym, w przedziale od minimum do maksimum. Nakłady inwestycyjne będą zaś wynosiły 250 mln zł z prawdopodobieństwem 60% lub 150 mln zł z prawdopodobieństwem 40% (rozkład dwumodalny).

4.2.3. Konstrukcja symulacyjnego modelu wyceny opcji wzrostu

Wyznaczone w poprzednim podrozdziale rozkłady stochastyczne powinny zostać wkomponowane w model wyceny opcji wzrostu. Budowa modelu wyceny opcji wzrostu będzie wykorzystywała opisane w podrozdziale 4.1 założenia dotyczące inwestycji pilotażowej i inwestycji głównej. Model będzie zgodny z algorytmem wyceny SWP opisanym w podrozdziale 3.2.3 i przedstawionym na rysunku (zob. rysunek 4.3).

Rysunek 4.3 Symulacyjny model wyceny opcji realnych (SWP) – algorytm wyceny opcji wzrostu



Źródło: opracowanie własne.

Sytuacja decyzyjna polega na wyborze pomiędzy inwestycją w projekt pilotażowy, który umożliwia uruchomienie inwestycji w linię produkcyjną, lub niepodejmowaniem żadnych działań. Zgodnie z przedstawionym algorytmem wyceny pierwszym krokiem jest konstrukcja tzw. modelu bazowego. Jest to symulacyjny model NPV opisujący sytuację, w której opcja nie jest pozyskana i wykonana – projekt pilotażowy nie jest uruchomiony. W analizowanym przykładzie model ten będzie miał NPV równe zeru, bo nie generuje żadnych przepływów pieniężnych, nawet mimo zmienności otoczenia w badanym okresie (zob. tabela 4.4). Jest to alternatywa dla wykonania opcji (realizacji projektu badawczego i potem inwestycji głównej).

Tabela 4.4 Symulacyjny model NPV inwestycji bazowej

Okres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cena (zł/szt.)	10,0	10,0	10,1	10,3	10,6	10,9	10,9	10,9	10,7	10,5	10,2
Ilość (szt.)	20,0	20,0	20,0	22,0	24,0	25,0	23,0	22,0	22,0	20,0	18,0
Przychody	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Koszty zmienne (zł/ szt.)	6,8	6,8	6,5	6,5	6,3	6,3	6,3	6,3	6,5	6,5	6,5
– koszty zmienne											
– koszty stałe											
– amortyzacja											
EBIT	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EBIAT	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ amortyzacja											
+ wpływ ze sprzedaży środka trwałego											0
– nakłady inwestycyjne											
– wzrost kapitału pracującego											
Wolne przepływy pieniężne (FCFF)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Zdyskontowane wolne przepływy pieniężne (DFCFF)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NPV projektu bazowego	0										

Źródło: opracowanie własne.

Wprowadzone do modelu zmienne losowe (oznaczone kolorem szarym) sprawiają, że dzięki powiązaniom między wyszczególnionymi wielkościami ekonomicznymi opisanymi związkami funkcyjnymi można symulować zachowanie się i zmiany wartości inwestycji bazowej. Prowadzi to także do wniosków o jej oczekiwanej (średniej) wartości NPV. W analizowanym przypadku nie występuje projekt, na którym byłaby zbudowana opcja. Brak rozpoczęcia projektu badawczego skutkuje zerową wartością przepływów pieniężnych w analizowanym okresie (NPV = 0), więc model jest bardzo prosty. Nie zawsze jednak musi tak być. Przykładem może być działalność polegająca na produkcji silników, która jest uzależniona od zmiennych (np. popytu lub regulacji prawnych). W tym wypadku alternatywą dla opcji realnej, umożliwiającej rozwój technologii,

wprowadzenie nowego typu silnika i korzyści z tym związanych będzie kontynuacja dotychczasowej produkcji. Wobec tego symulacyjny model NPV inwestycji bazowej będzie bardziej złożony, gdyż będzie opisywał kontynuację produkcji i sprzedaży standardowych silników w zmiennym otoczeniu.

Kolejnym krokiem jest budowa modelu z opcją. Dzięki określeniu rozkładów stochastycznych zmiennych wejściowych, tj. poziomu cen produktu, wielkości popytu (przekładającego się bezpośrednio na wielkość produkcji), jednostkowych kosztów zmiennych oraz wartości nakładów inwestycyjnych istnieje możliwość stworzenia symulacyjnego modelu NPV inwestycji głównej. Konstrukcja polega na wprowadzeniu zdefiniowanych zmiennych losowych do statycznego modelu NPV opisującego realizację projektu badawczego, a następnie inwestycji głównej (zob. tabela 4.5).

Tabela 4.5 Symulacyjny model NPV inwestycji pilotażowej i głównej

Okres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cena (zł/szt.)	10	10	10,1	10,3	10,6	10,9	10,9	10,9	10,7	10,5	10,2
Ilość (mln szt.)	20	20	20	22	24	25	23	22	22	20	18
Przychody			202	227	254	273	251	240	235	210	184
Koszty zmienne (zł/ szt.)	6,8	6,8	6,5	6,5	6,3	6,3	6,3	6,3	6,5	6,5	6,5
– koszty zmienne			-130	-143	-150	-156	-144	-138	-143	-130	-117
– koszty stałe (mln zł)	0	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20
– amortyzacja (mln zł)	0	0	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21
EBIT (mln zł)	0	-20	31	43	63	75	66	61	51	39	26
EBIAT (mln zł)	0	-20	25	35	51	61	53	50	42	32	21
+ amortyzacja (mln zł)			21	21	21	21	21	21	21	21	21
+ wpływ ze sprzedaży środka trwałego (mln zł)											42
– nakłady inwestycyjne (mln zł)	-60	-210									
kapitał pracujący (mln zł)	0	0	22	25	31	35	32	31	28	24	20
– wzrost kapitału pracującego (mln zł)	0	-22	-3	-6	-4	3	1	3	4	4	20
Wolne przepływy pieniężne (FCFF)	-60	-252	43	49	69	85	76	74	66	57	104
Zdyskontowane wolne przepływy pieniężne (mln zł)	-60	-219	32	32	39	42	33	28	22	16	26
NPV projektu – wariant bazowy (mln zł)	-9										

Źródło: opracowanie własne.

Model będzie odzwierciedlał stan, w którym projekt pilotażowy został zapoczątkowany i skutkował realizacją inwestycji głównej. Będzie się to przekładało na przepływy finansowe związane z realizacją opcji. W analizowanym przypadku będą to m.in. dodatkowe przychody ze sprzedaży i związane z nimi koszty operacyjne w okresie po rozpoczęciu inwestycji głównej oraz

roczne odpisy amortyzacyjne zależne od wartości inwestycji głównej. Wszelkie następstwa wykonania opcji (takie jak np. zwiększenie kapitału pracującego netto lub dodatkowe korzyści wynikające ze wzrostu produkcji i sprzedaży) muszą być odzwierciedlone w modelu. W dalszej części monografii symulacyjny model NPV opisujący stan, w którym występuje opcja realna, będzie nazywany modelem rozszerzonym lub modelem z opcją.

Zmienne losowe zostały oznaczone kolorem szarym. W modelu widnieją nadal wartości średnie ze statycznego modelu NPV, które stanowią jeden z dopuszczalnych scenariuszy. Podczas procesu losowania zmienne losowe oznaczone kolorem szarym będą przybierały wartości zgodnie z parametrami określonymi w tabeli (zob. tabela 4.3) przedstawionej w podrozdziale 4.2.2.

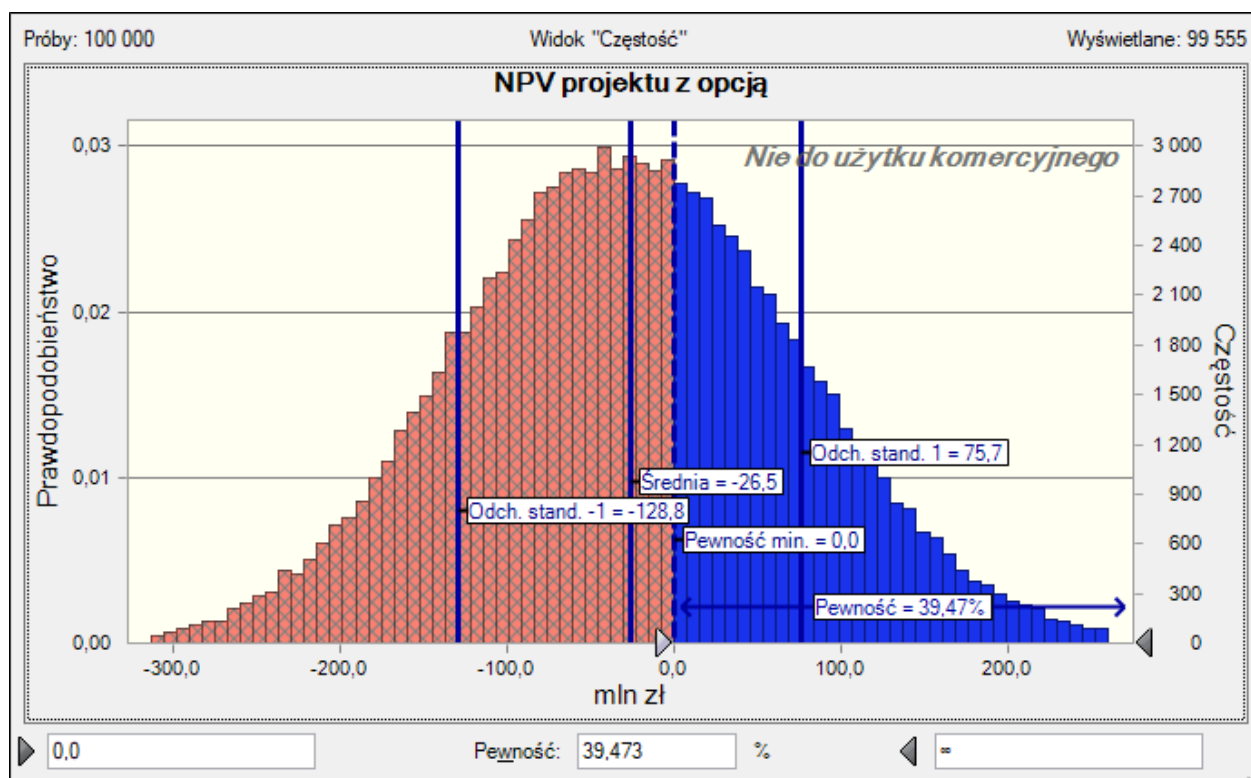
Model rozszerzony zawiera w sobie cenę zakupu opcji, która wpływa ujemnie na wartość projektu, ale daje możliwość elastycznego reagowania w przypadku wystąpienia dużych odchyłeń kluczowych dla wartości inwestycji parametrów. Ponadto ważną różnicą pomiędzy modelem bazowym a tym z opcją jest konieczność uwzględnienia mechanizmów i formuł umożliwiających wykonanie opcji w zależności od wartości losowanych parametrów lub określonej zmiennej decyzyjnej. W analizowanym przypadku, ze względu na brak dodatkowych warunków wpływających na działania zarządzających inwestycją, zakłada się, że opcja jest zawsze wykonywana przy korzystnych ku temu warunkach. Inaczej może być w wypadku, gdyby istniała możliwość rozpoczęcia inwestycji głównej, np. po pierwszym lub drugim okresie w zależności od wielkości popytu. Konieczne byłoby wówczas zaprogramowanie modelu w taki sposób, że gdy zostaną przekroczone graniczne wartości zmiennej decyzyjnej, opcja zostanie wykonana. W modelu muszą być zaimplementowane formuły i warunki, dzięki którym program symulacyjny w każdej pojedynczej iteracji będzie mógł rozstrzygnąć o wykonaniu opcji. Jeśli wartość zmiennej decyzyjnej nie przekroczy krytycznych wartości, opcja nie zostanie wykonana. Należy przy tym podkreślić, że wartość opcji realnej oszacowana metodą SWP, pomimo warunkowego jej wykonania, zależnego od zmiennej decyzyjnej lub innych parametrów, będzie wyznaczana w inny sposób niż w przypadku 2MC. Metoda SWP bazuje na średniej z dodatnich wartości korzyści uzyskanych przy wykonaniu opcji i zer, w przypadku gdy opcja będzie bezwartościowa (zgodnie z metodyką przedstawioną w podrozdziale 3.2.3).

4.2.4. Symulacja modelu i interpretacja wyników

Do generowania liczb losowych wykorzystano oprogramowanie firmy Oracle o nazwie Crystal Ball³²². Jest ono nakładką na powszechnie używany arkusz kalkulacyjny Excel firmy Microsoft. Do przeprowadzenia symulacji z powodzeniem, przy użyciu odpowiednich formuł, może być wykorzystany dowolny arkusz kalkulacyjny lub inne specjalistyczne programy, np. @RISK³²³ lub inne darmowe programy³²⁴.

Na podstawie zaprezentowanych w tabelach (zob. tabela 4.1 i tabela 4.3) rozkładów prawdopodobieństwa dokonano symulacji Monte Carlo na zaprezentowanym powyżej modelu NPV projektu rozszerzonego (zob. tabela 4.5). Po ustaleniu akceptowalnego poziomu błędu standardowego średniej na poziomie 0,5 przyjęto wykorzystanie 100 tys. przebiegów modelu symulacyjnego.

Rysunek 4.4 Rozkład wyników symulacyjnego modelu NPV projektu rozszerzonego



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

³²² Program dostępny na stronie: <https://www.oracle.com/pl/applications/crystalball/> (dostęp 18.09.2019 r.).

³²³ Program dostępny jest na stronie <https://www.palisade.com/risk/default.asp> (dostęp 18.09.2019 r.)

³²⁴ Wikipedia zestawia całą listę programów symulacyjnych, zob. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_simulation_software (dostęp 18.09.2019 r.).

Tabela 4.6 Statystyki opisowe rozkładu wynikowego symulacyjnego modelu NPV projektu rozszerzonego

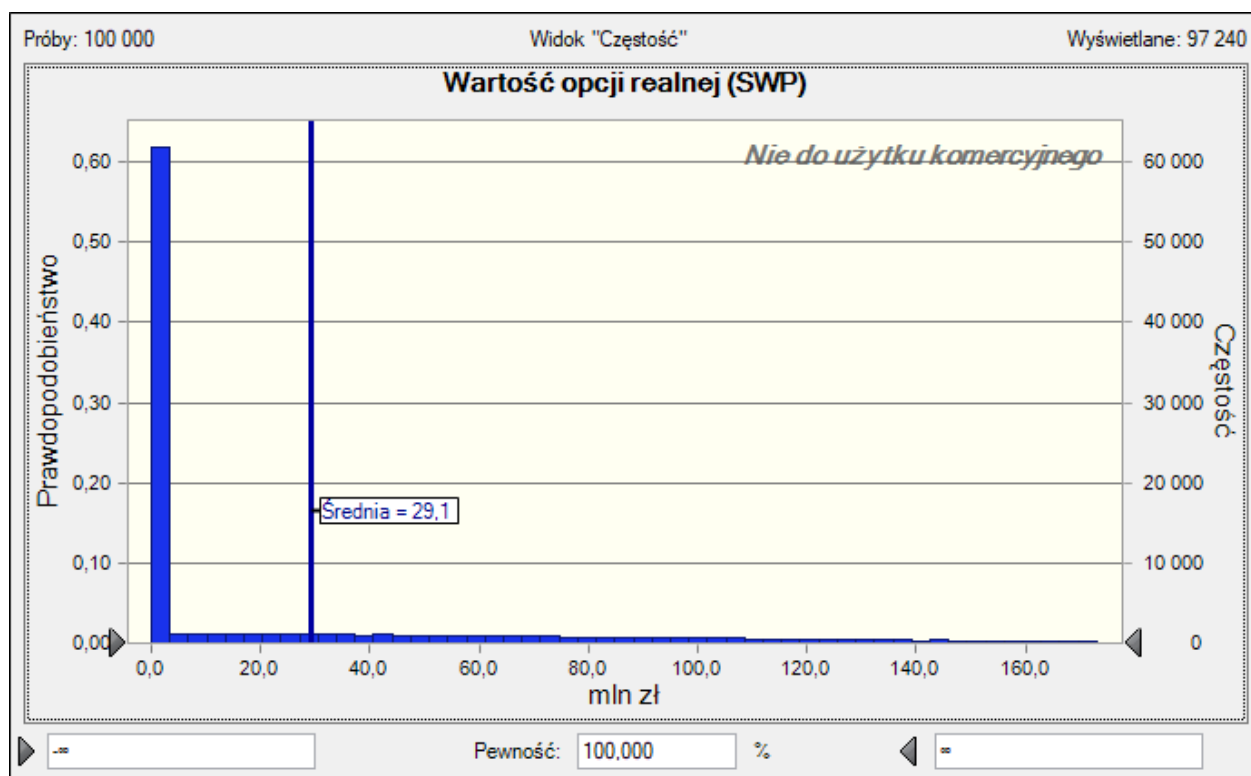
Statystyka	Wartości	Statystyka	Wartości
Próby	100 000	skośność	0,072
Średnia	-26,5	kurtoza	2,94
Mediana	-27,6	wsp. zmienności	-3,86
Moda	-	minimum	-384
Odchylenie standardowe	102,3	maksimum	554
Wariancja	10 458,1	błąd stand. średniej	0,3

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Na podstawie 100 tys. iteracji (zob. tabela 4.6) symulacyjnego modelu NPV inwestycji rozszerzonej otrzymano rozkład wartości zbliżony do normalnego (zob. rysunek 4.4), charakteryzujący się średnią wartością NPV na poziomie -26,5 mln zł, w którym wartości dodatnie (niebieskie słupki na wykresie) stanowiły 39,47%. Wartość maksymalna wyniosła 554 mln zł, a minimalna -384 mln zł. Odchylenie standardowe wyniosło 102,3 mln zł. Przedstawiony na rysunku (zob. rysunek 4.4) rozkład jest – zgodnie z metodyką przedstawioną w poprzednim rozdziale (zob. podrozdział 3.2.3) – rozkładem wartości projektu z opcją. Średnia z tego rozkładu stanowi wartość NPV uzyskaną na podstawie założenia wszystkich parametrów, w tym obarczonych ryzykiem.

Aby obliczyć wartość opcji realnej, należy w każdej, pojedynczej iteracji porównać wartość NPV projektu z opcją z NPV projektu bazowego. Projektem bazowym w analizowanym przypadku będzie sytuacja, w której zarząd rezygnuje z projektu pilotażowego. Wartość NPV projektu bazowego nie jest obciążona żadnym ryzykiem i w każdej iteracji będzie wynosiła 0. Stąd też wartość opcji realnej będzie uzależniona jedynie od wartości NPV inwestycji głównej. Po zastosowaniu warunku $ROV = E(\text{MAX}(\text{NPV}_{\text{ROZ}} - \text{NPV}_{\text{BAZ}}; 0))$, konwertującego wszystkie ujemne wartości NPV_{ROZ} do zera, uzyskano rozkład wynikowy wartości opcji realnej (zob. rysunek 4.5).

Rysunek 4.5 Rozkład wynikowy wartości opcji realnej uzyskany za pomocą metody SWP



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

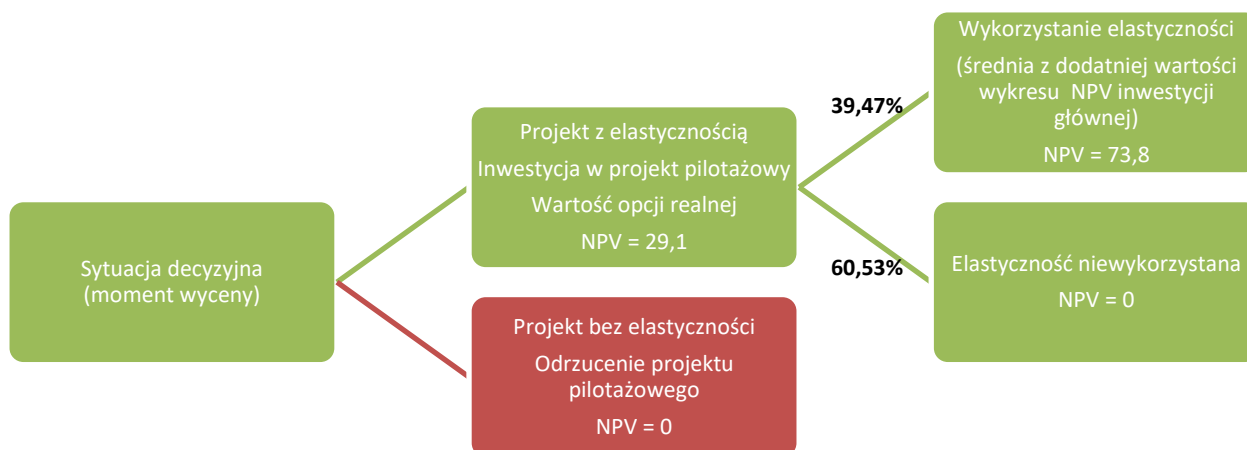
Tabela 4.7 Statystyki opisowe rozkład wynikowy wartości opcji realnej uzyskanego za pomocą metody SWP

Statystyka	Wartości	Statystyka	Wartości
Próby	100 000	skośność	2,1
Średnia	29,1	kurtoza	7,45
Mediana	0	wsp. zmienności	1,76
Moda	0	minimum	0
Odchylenie standardowe	51,3	maksimum	554,1
Wariancja	2633,2	błąd stand. średniej	0,2

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Średnia uzyskana na podstawie uzyskanego w wyniku symulacji rozkładu wynosi 29,1 mln zł i jest ona wartością opcji realnej. Niebieska, wyróżniająca się na rysunku kolumna (zob. rysunek 4.5) oznaczająca wartości NPV równe 0 stanowi 60,53% z 100 tys. iteracji. Odpowiada ona przypadkom, w których różnica pomiędzy NPV_{ROZ} – NPV_{BAZ} była ujemna lub równa zero (zob. czerwona część na wykresie wartości NPV inwestycji głównej – rysunek 4.4). Dodatnia wartość opcji realnej wpływa także na decyzje zarządcze – zob. rysunek 4.6.

Rysunek 4.6 Wartość opcji realnej a decyzje zarządcze na moment wyceny



Źródło: opracowanie własne.

Zaprezentowany rysunek odpowiada na pytanie, jaka powinna być decyzja zarządzających w analizowanej sytuacji. Wartość opcji wynosząca 29,1 mln zł oznacza wartość szansy na uzyskanie nadwyżek z realizacji projektu głównego, jaką zarząd kreuje, inwestując w projekt pilotażowy. Średnia wartość z dodatniej (niebieskiej) części wykresu przedstawiającego rozkład wyników symulacyjnego modelu NPV projektu rozszerzonego wynosi 73,8. Mimo że tylko 39,47% przypadków osiąga wartość dodatnią (zob. niebieska część na rysunek 4.6), wartość opcji realnej, uwzględniając wszystkie przypadki realizacji projektu, jest dodatnia. Według algorytmu NPV dodatnie wartości oznaczają efektywność inwestycji, a więc rekomendują realizację projektu – w tym wypadku opcji. Należy więc zainwestować w projekt pilotażowy, by następnie mieć prawo do uruchomienia bądź odrzucenia inwestycji głównej (zielona część wykresu), gdyż statystycznie wartość oczekiwana będzie dodatnia.

4.2.5. Weryfikacja modelu wyceny opcji wzrostu

W nawiązaniu do metod i układu zaprezentowanego w podrozdziale 4.1.1 zostanie dokonana weryfikacja modelu wyceny opcji wzrostu za pomocą SWP. Zostanie zbadana kompletność i spójność modelu, poprawność i stabilność procedur numerycznych oraz wyniki generowane przez model.

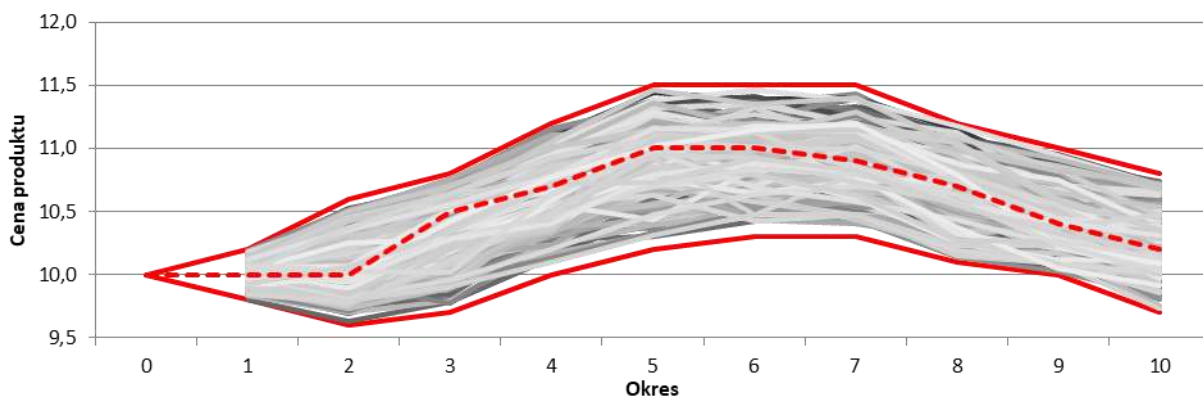
Kompletność i spójność modelu została zweryfikowana dwukrotnie – wstępnie na etapie tworzenia modelu i definiowania zmiennych wejściowych, a następnie na etapie generowania przebiegów symulacyjnych. Dane deterministyczne, np. koszty stałe, wartość nakładów

koniecznych do realizacji projektu badawczego w modelu są typowymi danymi finansowymi i wynikają z założeń modelu finansowego. Weryfikacja stochastycznych i deterministycznych danych wejściowych oceniała ich racjonalność ekonomiczną. Zmienne muszą zawierać się w pewnych określonych przedziałach, przykładowo wartości nakładów inwestycyjnych, popytu, cen są nieujemne. Dane stochastyczne bazują na założonych prognozach. Parametry rozkładu zachowują logiczny i ekonomiczny sens – np. rozkład stochastyczny cen sprzedaży jest zaprojektowany tak, aby niemożliwe było osiągnięcie wartości mniejszej niż zero. Zakresy zmiennych losowych odzwierciedlają ich realne zachowania rynkowe. Zgodność typów i struktur danych wejściowych i wyjściowych analizowanego modelu wyceny opcji realnych (SWP) jest zachowana. Dane wejściowe i wyjściowe (ich typ i struktura) wynikają ze stworzonego modelu NPV inwestycji. Weryfikacja wykazała poprawność strukturalną i logiczną tych wprowadzonych danych i struktur.

Funkcje i algorytmy zastosowane w tworzeniu modelu bazowego i rozszerzonego są powszechnie znane i stosowane w praktyce. Ich wykorzystanie w modelu symulacyjnym jest metodycznie proste, pomimo to podlegały one dwufazowemu sprawdzeniu. Wstępne sprawdzenie odbywało się na etapie tworzenia założeń modelu. Należało tak połączyć funkcjami i korelacjami dane wejściowe, aby zachowana była ekonomiczna racjonalność. W analizowanym modelu wyceny opcji realnych każda z czterech zmiennych losowych (cena, jednostkowe koszty zmienne, wartość popytu/sprzedaży czy wartość nakładów inwestycyjnych niezbędnych do uruchomienia inwestycji głównej) jest generowana nienależnie. Na podstawie prognoz i przyjętych założeń dokonywany jest opis statystyczny, osobno dla każdej ze zmiennych. Powiązania występują tylko pomiędzy zmiennymi losowymi opisującymi ten sam parametr, np. cenę. Są one wyrażone w postaci korelacji, która występuje „z okresu na okres”. Drugi etap weryfikacji polegał na sprawdzeniu, czy dane wejściowe połączone funkcjami i algorytmami generują adekwatne do celów modelowania wartości. Podstawową formą badania było sprawdzenie trudniejszych, kilkietapowych wyliczeń za pomocą prostszych formuł pośrednich. Bardziej skomplikowane algorytmy były dezagregowane na mniej złożone funkcje lub formuły o innym zapisie. Powtórne ich złożenie powinno umożliwiać otrzymanie takiego samego wyniku. Poza tym dokonano kilku próbnych symulacji, podczas których pod zmienne podstawiano wartości ekstremalne lub charakterystyczne dla danego przypadku (np. duże wartości dodatnie i ujemne, zero itp.). Wyniki tych symulacji wskazywały na to, że zastosowane funkcje i algorytmy działają prawidłowo.

Na potrzeby sprawdzenia **poprawności i stabilności procedur numerycznych** przeprowadzono badanie wygenerowanych przebiegów symulacyjnych dla każdej zmiennej losowej i dla zmiennych wynikowych. Na bazie analizy statystycznej stwierdzono, że wyniki losowań są zgodne z przyjętymi założeniami – wygenerowane wartości mieszczą się w zadanych przedziałach i są racjonalne pod względem ekonomicznym. Przykładem może być cena produktu – zob. rysunek 4.7.

Rysunek 4.7 Cena produktu – zmienna losowa w modelu – opis stochastyczny i wylosowane wartości



Źródło: opracowanie własne przy użyciu programu Crystal Ball.

Kolorem czerwonym oznaczono założony rozkład stochastyczny ceny produktu w kolejnych okresach. Parametrami wykorzystanego trójkątnego rozkładu są wartość optymistyczna, pesymistyczna i oznaczona przerywaną linią najbardziej prawdopodobna wartość. Pomędzy nimi znajdują się wygenerowane za pomocą Crystal Ball przebiegi cen w czasie. Ze względów technicznych na rysunku przedstawiono zaledwie 250 przebiegów, ale analizie poddano całą populację 100 tys. iteracji. Wykazano, że ceny nie osiągają wartości ujemnych, czyli mają ekonomiczny sens, a także mieszczą się w zadanych przedziałach. Dokonano także szczegółowej analizy statystycznej pod względem generowanych rozkładów tej zmiennej. Podobnie postąpiono w przypadku pozostałych zmiennych losowych – jednostkowych kosztów zmiennych, wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (realizacji inwestycji głównej), a także wartości popytu (równej z wartością sprzedaży produktu). Rozkłady stochastyczne wymienionych zmiennych zawarto w tabeli (zob. tabela 4.3), zaś szczegółowe dane dotyczące przebiegów iteracyjnych i ich analiza znajduje się w załącznikach – zob. tabela 0.1 i tabela 0.2.

Wartości wynikowe, tj. wartość opcji realnej, wartość projektu z opcją i inne są następstwem wygenerowanych na podstawie rozkładów stochastycznych zmiennych losowych wartości liczbowych. One także zostały zweryfikowane (szczegółowa analiza znajduje się w załączonych tabelach – zob. tabela 0.1 i tabela 0.2). Ich wartości (nawet ekstremalne) zawierają się w racjonalnych przedziałach mających ekonomiczny sens. Interpretacja statystyczna będzie przeprowadzona w dalszej części tego podrozdziału poświęconej walidacji. Dodatkowo przeprowadzono analizę zachowania się modelu w przypadku ekstremalnych wartości zmiennych stochastycznych – tzn. wykraczających poza założone, racjonalne zakresy. Wyniki tych badań zostały zaprezentowane w tabeli (tabela 4.8).

Tabela 4.8 Analiza zachowania SWP w przypadku wystąpienia ekstremalnych wartości zmiennych stochastycznych

Zmienna stochastyczna	Wartości ekstremalnie ujemne	Wartości ujemne	Zero	Wartości dodatnie	Wartości ekstremalnie dodatnie
Cena	Błąd modelu – model się nie przelicza ze względu na zaprojektowane ograniczenia – cena nie może przyjmować wartości ujemnych	Błąd modelu – model się nie przelicza ze względu na zaprojektowane ograniczenia – cena nie może przyjmować wartości ujemnych	Model przelicza się, generując ujemną wartość wynikową	Model przelicza się, generując standardowe, racjonalne wartości wynikowe	Model przelicza się, generując ponadnormatywne, dodatnie wartości wynikowe
Popyt (sprzedaż produktu)	Błąd modelu – model się nie przelicza – popyt/sprzedaż nie może przyjmować wartości ujemnych.	Błąd modelu – model się nie przelicza – popyt/sprzedaż nie może przyjmować wartości ujemnych.	Model przelicza się, generując ujemną wartość wynikową.	Model przelicza się, generując standardowe, racjonalne wartości wynikowe.	Model przelicza się, generując ponadnormatywne, dodatnie wartości wynikowe.
Jednostkowe koszty zmienne	Błąd modelu – model się nie przelicza – jednostkowe koszty zmienne nie mogą przyjmować wartości ujemnych	Błąd modelu – model się nie przelicza – jednostkowe koszty zmienne nie mogą przyjmować wartości ujemnych	Model przelicza się, generując ponadnormatywne, dodatnie wartości wynikowe	Model przelicza się, generując standardowe, racjonalne wartości wynikowe	Model przelicza się, generując ujemne wartości NPV inwestycji z opcją, wartość opcji równa jest wtedy zero.
Nakłady inwestycyjne – inwestycja główna	Model nie przelicza się. Wartość nakładów inwestycyjnych z ujemnym znakiem ma odmienny sens ekonomiczny od zamierzonego – może oznaczać sprzedaż inwestycji (środka trwałego)	Model nie przelicza się. Wartość nakładów inwestycyjnych z ujemnym znakiem ma odmienny sens ekonomiczny od zamierzonego – może oznaczać sprzedaż inwestycji (środka trwałego)	Model przelicza się, generując ponadnormatywne wartości wynikowe. Niski koszt głównej inwestycji – nakłady na wykonanie opcji przekładają się na zwiększenie wartości wynikowych	Model przelicza się, generując standardowe, racjonalne wartości wynikowe	Model przelicza się, generując ujemną wartość NPV inwestycji i wartość opcji realnej równą zero

Źródło: opracowanie własne przy użyciu programu Crystal Ball.

Błędy modelu zatrzymujące jego działanie wynikają z ograniczeń dla zmiennych wejściowych wprowadzonych przy jego tworzeniu. Są to w większości granice lub przedziały racjonalności ekonomicznej – przykładowo jednostkowe koszty zmienne nie mogą przyjmować ujemnych wartości. W badaniu 100 tys. przebiegów iteracyjnych nie znaleziono przypadków, w których

występują innego rodzaju błędy (formalne, logiczne itp.). Podsumowując, należy stwierdzić, że model wyceny opcji realnych skonstruowany do wyznaczenia wartości opcji wzrostu działa poprawnie. Iteracje generowane są bezproblemowo przy danych założeniach. Wartości ekstremalne, które powodują błędy lub uniemożliwiają przeliczanie się modelu, są spoza obszaru ekonomicznej racjonalności i są generowane przez system symulacyjny.

Analiza poprawności generowanych wyników to przede wszystkim badanie racjonalności danych wyjściowych i kontrola wszelkich błędów i odchyłeń. Podstawowym badaniem przeprowadzonym w tym zakresie jest analiza statystyczna rozkładów wynikowych otrzymanych z przeprowadzonych symulacji – szczegółowo została ona zaprezentowana w tabelach w załączniku (zob. tabela 0.1 i tabela 0.2) oraz w tabeli powyżej (zob. tabela 4.7). Otrzymane wyniki nie wykazują błędów w spodziewanych zakresach zmiennych wejściowych. Przy wartościach ekstremalnych, poza przyjętymi założeniami, model nie przelicza się, co jest zgodne z oczekiwaniami. Natomiast w przypadku racjonalnych ekonomicznie wartości wejściowych – zgodnych z założeniami zmiennych stochastycznych – model funkcjonuje prawidłowo. Wartości wynikowe są jednoznaczne – mają logiczny i ekonomiczny sens, mieszczą się w oczekiwanych przedziałach wartości, charakterystycznych dla opcji realnych (wykazują wartości dodatnie lub zero). Dodatkowo zostały przeprowadzone analizy wrażliwości modelu SWP na parametry wejściowe. Model generował racjonalne wartości, zgodne z oczekiwaniami wynikającymi ze specyfiki opcji realnych. Przykładowo – im większa wartość nakładów inwestycyjnych, tym mniejsza wartość opcji wzrostu. Szczegółowa analiza wrażliwości SWP w porównaniu z modelem Blacka-Scholesa zostanie zaprezentowana w podrozdziale 4.2.6.

Ostatni punkt weryfikacji modelu, polegający na analizie statystycznej i ocenie wygenerowanych iteracji w porównaniu z rzeczywistymi danymi, nie mógł zostać przeprowadzony. Powodem tego jest brak lub niewystarczająca ilość odpowiednich danych, na których można by się oprzeć, aby w praktyce dowieść, że zaproponowany model jest zgodny z rzeczywistością. Do weryfikacji SWP, podobnie zresztą jak modelu Blacka-Scholesa lub innych metod wyceny opcji realnych, niezbędna jest duża liczba (powyżej 30) zbliżonych do siebie charakterystyką i parametrami wejściowymi inwestycji. Każda z nich powinna zawierać w sobie taką samą opcję. Poza tym, ze względu na porównywalność, te inwestycje i opcje na nich zbudowane powinny występować w zbliżonym oknie czasowym. Wartości opcji realnych bazujące na w miarę jednorodnych inwestycjach w podobnym okresie czasu umożliwiałyby porównania. Niestety takie dane nie występują, a powszechnie stosowany model Blacka-Scholesa został udowodniony tylko w

stosunku do rynków finansowych³²⁵. W związku z tym w kolejnym podrozdziale zostanie dokonana walidacja SWP głównie na podstawie modelu Blacka-Scholesa.

4.2.6. Walidacja modelu wyceny opcji wzrostu

W nawiązaniu do metod zaprezentowanych w podrozdziale 4.1.2 zostanie dokonana walidacja modelu wyceny opcji wzrostu na projekcie za pomocą SWP.

Na rysunkach (zob. rysunek 4.8, rysunek 4.8, rysunek 4.9, rysunek 4.10, rysunek 4.11) oraz w tabelach (zob. tabela 4.9, tabela 4.10, tabela 4.11 i tabela 4.12) zaprezentowano wyniki analizy wrażliwości wartości opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu SWP (kolor czerwony) oraz modelu Blacka-Scholesa (kolor niebieski). Analiza wrażliwości zarówno dla SWP, jak i modelu Blacka-Scholesa została dokonana dla racjonalnych ekonomicznie przedziałów wartości poszczególnych parametrów. Dla ceny produktu, wartości popytu (sprzedaży), jednostkowych kosztów zmiennych oraz nakładów niezbędnych do uruchomienia głównej inwestycji przyjęto, że minimalnymi wartościami, dla których zostanie wyznaczona wartość opcji, będzie 10% ze średniej wartości prognozy, a maksymalnymi 200% (zob. tabela 4.3). Ekstremalne wartości cen i reakcja na nie modelu zostały sprawdzone w poprzednim podrozdziale (zob. tabela 4.8) i nie były przedmiotem analizy wrażliwości. Analiza wrażliwości była dokonywana przez zmniejszenie lub zwiększenie w symulacyjnym modelu wartości zmiennych w każdym z okresów procentowo o tę samą wartość (o 10%). Analizowano wpływ jednego czynnika na wartość opcji przy zachowaniu rozkładów pozostałych trzech stochastycznych parametrów na średnim poziomie (oznaczonych jako 100%). Przykładowo – wartość opcji wzrostu wyznaczona dla 90% wartości cen produktu (zob. rysunek 4.8) była generowana z parametrów rozkładów stochastycznych (zob. tabela 4.3) obniżonych w każdym okresie do 90% przy zachowaniu pozostałych zmiennych stochastycznych na poziomie 100%.

Wartość opcji realnych była wyznaczana za pomocą modelu SWP, zgodnie z opisem przedstawionym w podrozdziale 3.2 i 4.2.3. Zastosowana w analizie wrażliwości symulacja, ze względu na czasochłonność związaną z dużą ilością danych poddawanych przetworzeniu,

³²⁵ Np. A. Krouglov *Intuitive, Proof of Black-Scholes Formula Based on Arbitrage and Properties of Lognormal Distribution*, 2007, <https://arxiv.org/ftp/physics/papers/0612/0612022.pdf> lub też D. Chappell, *On the Derivation and Solution of the Black-Scholes Option Pricing Model: A Step-By-Step Guide*, Spoudai 1992, Vol. 42, No. 3–4, s. 193–207.

dokonywana była na 10 tys. iteracji. Powodowało to stosunkowo niewielki, akceptowalny błąd standardowy średniej w wysokości 0,5 mln zł przy wartości opcji równej 29,1 mln zł.

Zastosowanie modelu Blacka-Scholesa do wyznaczenia wartości opcji wzrostu było trudnym zadaniem. Przy każdej zmianie parametrów wejściowych modelu bazowego i rozszerzonego należało na nowo oszacować dane wejściowe do modelu Blacka-Scholesa. Aby parametry te były zgodne z ogólnie przyjętą metodyką, posłużono się koncepcją MAD, która stanowi, że najlepszym przybliżeniem wartości aktywa bazowego jest wartość projektu inwestycyjnego wyznaczona metodami dyskontowymi. Stochastyczne zmienne wejściowe wymuszały zastosowanie symulacji i złożenie czynników ryzyka w jeden wynikowy rozkład wartości projektu, opisujący zmiany wartości aktywa bazowego i ryzyko z nim związane. Tak więc każdorazowo przy zmianie parametrów w analizie wrażliwości za pomocą symulacji Monte Carlo dokonywano szacowania parametrów wejściowych do modelu Blacka-Scholesa. Poniżej znajduje się opis sposobu szacowania wartości tych parametrów:

- 1) S_0 – wartość bieżąca strumieni pieniężnych z rozszerzenia. Została wyznaczona jako średnia wartość bieżąca netto modelu rozszerzonego (bez wykonanej opcji) uzyskana z symulacji przy zadanym poziomie badanego parametru stochastycznego.
- 2) X – cena wykonania opcji w momencie T . Przyjęto średnią wartość nakładów inwestycyjnych na moment wykonania opcji, uzyskaną na podstawie symulacji przy zadanym poziomie badanego parametru stochastycznego.
- 3) $S(X)$ – zmienność wartości instrumentu bazowego (wartości projektu). Została obliczona na podstawie metodyki zaproponowanej przez Copelanda i Antikarova³²⁶. Wyznacza się ją na podstawie symulacji wartości bieżącej netto projektu, która pozwala uzyskać hipotetyczny rozkład stopy zwrotu dla danego, pojedynczego okresu. W każdym przebiegu symulacyjnym szacowana jest wartość przepływów pieniężnych dla dwóch okresów – pierwszego (FCF_1 i PV_1) i bieżącego (PV_0), a następnie wartości te są dyskontowane. Odchylenie standardowe jest definiowane jako odchylenie standardowe zlogarytmowanej stopy zwrotu z , gdzie $z = \ln\left(\frac{PV_1 + FCF_1}{PV_0}\right)$.
- 4) T – czas do wygaśnięcia opcji – został określony w założeniach jako jeden rok (koniec pierwszego okresu).

³²⁶ T. Copeland, V. Antikarov, *Real Options: A Practitioner's Guide...*, s. 244–253.

- 5) r – stopa wolna od ryzyka. Została przyjęta na poziomie 5%. Jest to racjonalny poziom w stosunku do WACC wynoszącego 15%.

Podobnie jak w przypadku analizy wrażliwości wartości opcji według modelu SWP, tak samo dla modelu Blacka-Scholesa parametry szacowane są za pomocą 10 000 iteracji. Skutkuje to, podobnie jak w przypadku SWP, błędem standardowym szacowania średniej w wysokości 0,5. Otrzymane parametry są następnie podstawiane do wzoru na europejską opcję kupna, która ma postać:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}; \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

C – europejska opcja kupna na instrumencie nie wypłacającym dywidendy,

S – cena instrumentu bazowego w chwili obecnej,

X – cena instrumentu bazowego w momencie T ,

T – czas do wygaśnięcia opcji,

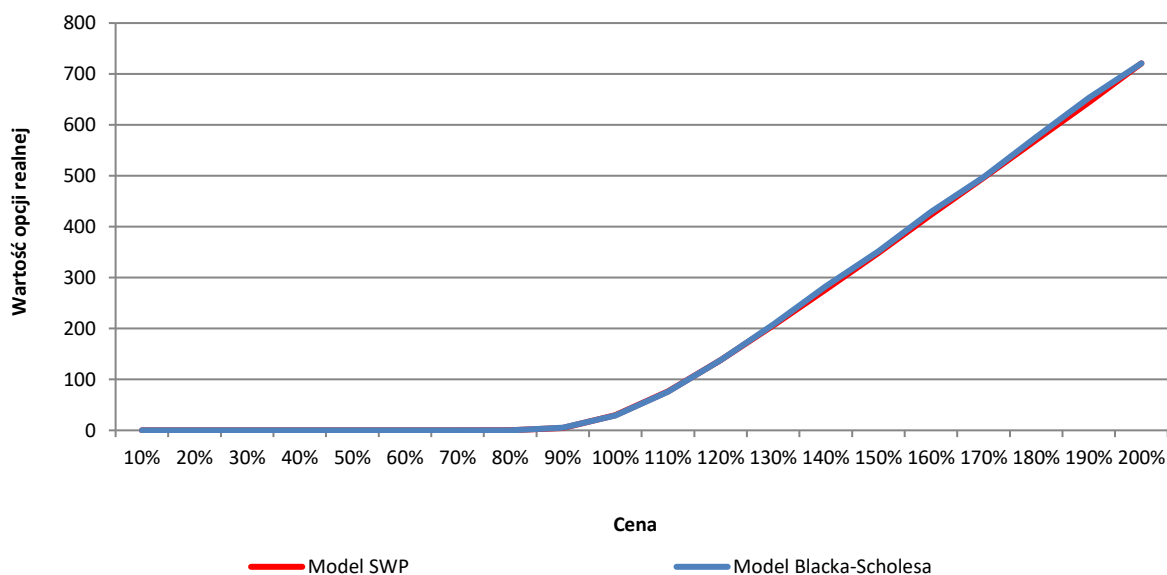
σ^2 – wariancja wartości instrumentu bazowego,

r – stopa wolna od ryzyka,

$N(x)$ – dystrybuanta standaryzowanego rozkładu normalnego dla x .

W pierwszej kolejności zaprezentowano wartości opcji realnych według modeli SWP i Blacka-Scholesa dla zmian wartości cen produktu (zob. rysunek 4.8) i w tabeli (zob. tabela 4.9).

Rysunek 4.8 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

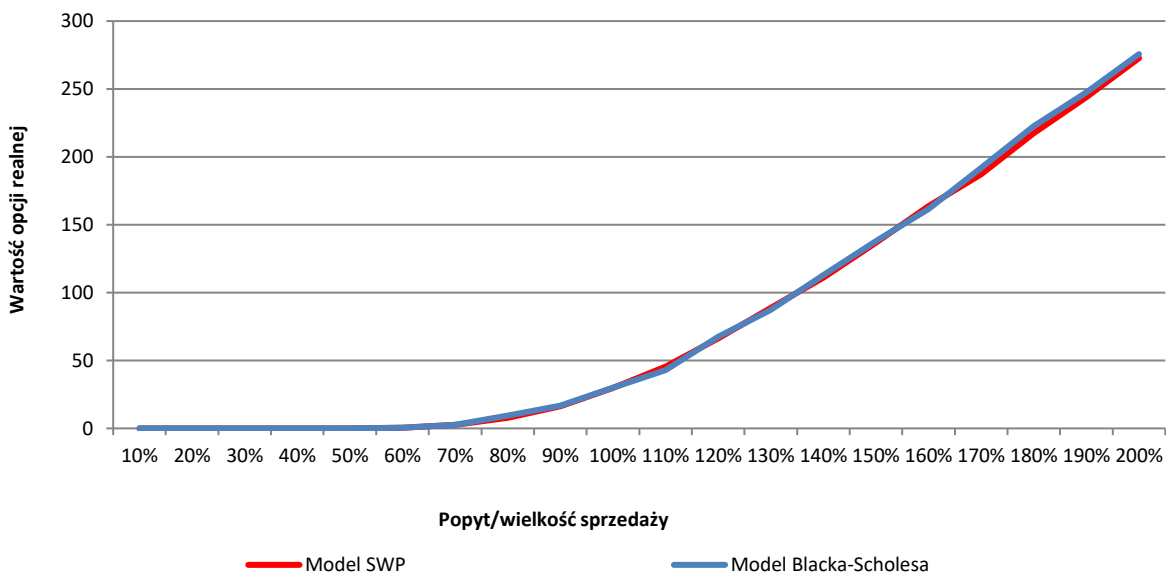
Tabela 4.9 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu

Cena	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
Model SWP	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	4,8	29,6	76,3	138,2	206,1	277,1	348,8	423,3	496,5	570,7	644,2	720,8
Model BS	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	5,2	29,3	75,4	138,1	207,9	283,2	351,8	428,8	497,3	576,3	652,6	720,9
Różnica (SWP – BS)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	-0,4	0,3	1,0	0,2	-1,9	-6,1	-3,0	-5,5	-0,8	-5,6	-8,4	-0,1
Różnica (SWP – BS) w %	-	-	-	-	-	-	-	-	-8	1	1	0	-1	-2	-1	-1	0	-1	-1	0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Na podstawie zaprezentowanego wykresu, jak i tabeli, można stwierdzić, że wartość opcji realnych wyznaczona za pomocą dwóch badanych modeli zachowuje się niemal identycznie. Współczynnik determinacji z modelu regresji liniowej o wartości 0,999 wskazuje na niemal idealną zbieżność między modelami Blacka-Scholesa i SWP. Analiza wrażliwości zgodnie z oczekiwaniami wykazała, że wraz ze wzrostem cen rosną też korzyści wynikające z wykonania opcji, związane z zakupem i eksploatacją dodatkowej linii produkcyjnej. Różnice między wynikami otrzymanymi z obu modeli mogą wynikać z błędu standardowego średniej modelu SWP oraz z niedokładności szacunków wartości parametrów wejściowych do modelu Blacka-Scholesa.

Rysunek 4.9 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od wartości popytu



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

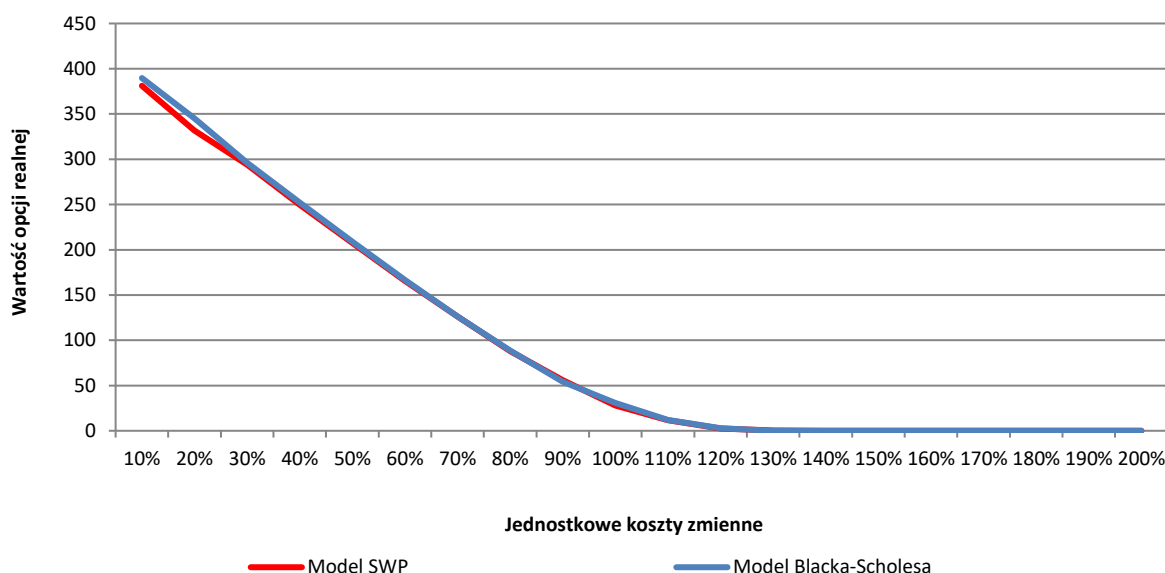
Tabela 4.10 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od wartości popytu

Popyt	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
Model SWP	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	2,6	7,7	16,2	29,7	45,6	66,2	88,8	111,2	136,8	163,7	187,2	217,5	244,1	272,7
Model BS	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	2,7	9,4	16,8	29,9	42,9	67,4	87,1	113,1	138,0	161,5	191,8	222,6	247,7	275,7
Różnica (SWP – BS)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	-0,1	-1,7	-0,6	-0,2	2,7	-1,2	1,6	-1,9	-1,2	2,3	-4,7	-5,0	-3,6	-3,0
Różnica (SWP – BS) w %	-	-	-	-	-	25	-4	-18	-4	-1	6	-2	2	-2	-1	1	-2	-2	-1	-1

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Analizę wrażliwości wartości opcji wzrostu na poziom popytu przedstawiają tabela 4.10 i rysunek 4.9. Na podstawie zaprezentowanych danych można wyciągnąć podobne wnioski co dla wcześniej analizowanego parametru. Wykresy są niemal identyczne, różnice są minimalne, a współczynnik determinacji utrzymuje się na bardzo wysokim poziomie, przyjmując wartość 0,9996. Dodatkowo można stwierdzić, że wyznaczone wartości opcji realnych zachowują się zgodnie z racjonalnością ekonomiczną – wraz ze wzrostem popytu (wartości sprzedaży) rośnie opłacalność rozbudowy mocy produkcyjnych. Opcja wzrostu wraz ze wzrostem sprzedaży będzie miała coraz większą wartość.

Rysunek 4.10 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

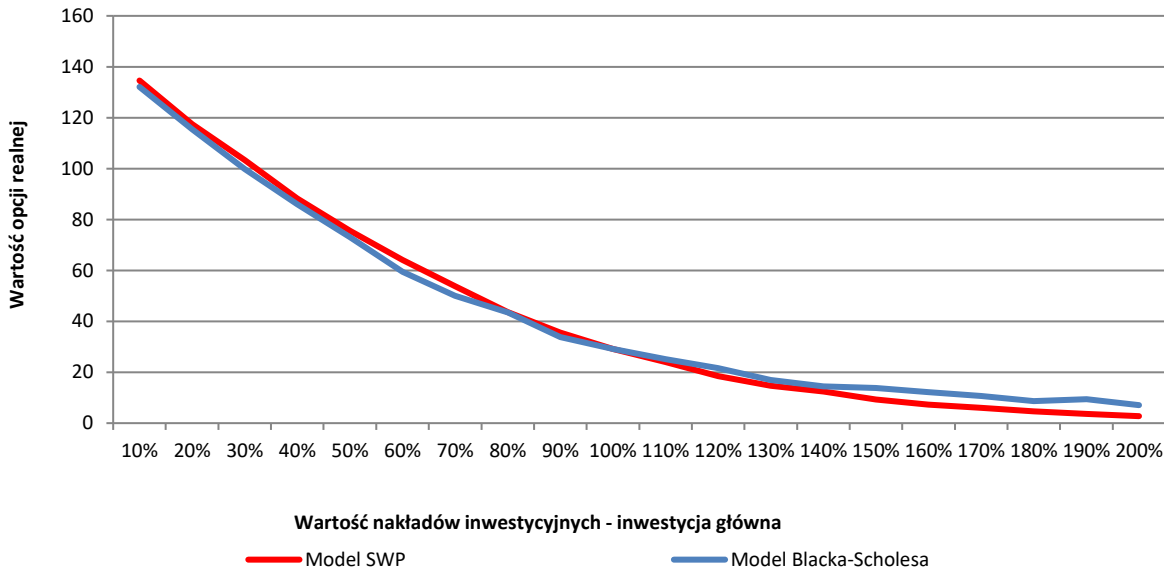
Tabela 4.11 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych

Jednostkowe koszty zmienne	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%	
Model SWP	381,2	331,8	293,7	249,7	207,4	165,5	126,2	88,0	55,8	28,0	11,6	2,6	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Model BS	389,7	345,0	296,0	252,1	208,9	166,4	126,4	88,7	54,1	30,8	12,1	2,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Różnica (SWP – BS)	-8,5	-13,3	-2,3	-2,4	-1,5	-0,9	-0,1	-0,7	1,8	-2,8	-0,5	-0,2	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Różnica (SWP – BS) w %	-2,2	-3,8	-0,8	-1	-0,7	-0,5	-0,1	0,8	3,1	-9,1	-4,1	-7,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.10 i tabela 4.11 zawierają wyniki wyceny opcji wzrostu uzyskane za pomocą modeli Blacka-Scholesa i SWP w zależności od zmieniających się jednostkowych kosztów zmiennych. Warto zauważyć, że wzrost wartości jednostkowych kosztów zmiennych powoduje spadek wartości opcji, przeciwnie do wpływu cen i popytu. Modele generują więc poprawne co do kierunku wartości, które w dodatku są niemal identyczne. Współczynnik determinacji wynosi 0,9997.

Rysunek 4.11 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (rozpoczęcia inwestycji głównej)



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 4.12 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (rozpoczęcia inwestycji głównej)

Wartość inwestycji głównej	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
Model SWP	134,6	117,5	103,3	88,3	75,6	64,2	53,8	43,6	35,6	29,2	24,0	18,5	14,7	12,4	9,3	7,3	6,1	4,7	3,6	2,7
Model BS	132,1	115,4	99,9	86,0	73,0	59,5	50,0	43,4	33,8	29,2	25,1	21,6	16,9	14,5	13,8	12,2	10,6	8,7	9,4	7,1
Różnica (SWP – BS)	2,5	2,1	3,5	2,3	2,5	4,7	3,8	0,2	1,7	-0,1	-1,1	-3,1	-2,2	-2,1	-4,5	-4,9	-4,5	-4,0	-5,8	-4,3
Różnica (SWP – BS) w %	1,9	1,8	3,4	2,7	3,6	7,9	7,6	0,5	5,3	0,0	-4,4	-14,4	-13,0	-14,5	-32,6	-40,2	-42,5	-46,0	-61,7	-62,0

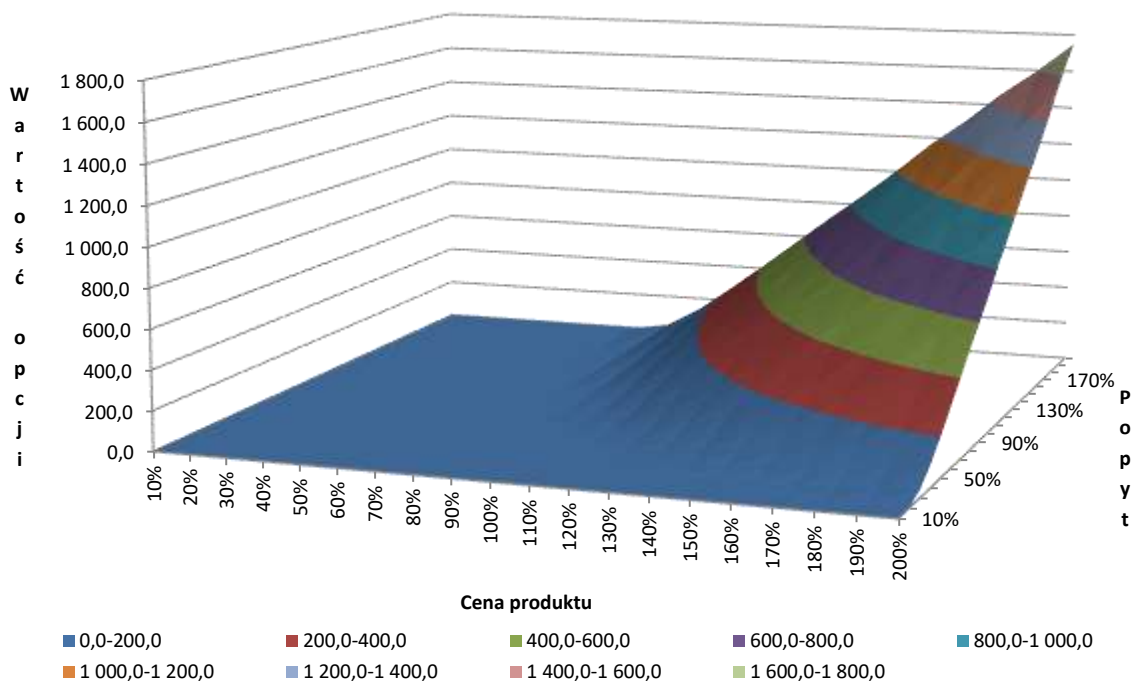
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rosnące nakłady inwestycyjne niezbędne do wykonania opcji – w badanym przypadku polegającym na zakupie i eksploatacji linii produkcyjnej – powinny negatywnie wpływać na wartość opcji realnej. Zgodnie z wynikami zaprezentowanymi w tabeli i na wykresie powyżej (zob. tabela 4.12 i rysunek 4.11) tak się właśnie dzieje. Wartość opcji wzrostu w modelu Blacka-Scholesa, jak i SWP systematycznie, stopniowo maleje. Podobnie jak w przypadku poprzednich analiz wrażliwości, należy podkreślić bardzo duże podobieństwo wyników pochodzących z obu modeli. Współczynnik determinacji wynosi 0,9974, a różnice między wartościami opcji są stosunkowo niewielkie – mieszczą się w odległości dwóch błędów standardowych średniej³²⁷.

Dodatkowo, aby uzupełnić analizę wrażliwości i porównanie wyników wycen opcji wzrostu dokonanych za pomocą modeli Blacka-Scholesa i SWP, przedstawiono dwuwymiarową analizę wrażliwości. Ze względu na kierunek oddziaływania parametrów zestawiono ze sobą cenę produktu i popyt (wielkość sprzedaży), których wzrost ma pozytywny wpływ na wartość opcji wzrostu. Analiza została zaprezentowana na rysunkach poniżej (zob. rysunek 4.12, rysunek 4.13, rysunek 4.14) i w tabelach w załączniku (zob. tabela 0.3, tabela 0.4 i tabela 0.5). Osobno przeprowadzono analizę wpływu wartości nakładów inwestycyjnych i jednostkowych kosztów zmiennych, których wzrost powinien zmniejszać wartość opcji wzrostu. Została ona przedstawiona na rysunkach (zob. rysunek 4.15, rysunek 4.16 i rysunek 4.17) i w tabelach w załączniku (zob. tabela 0.6, tabela 0.7 i tabela 0.8).

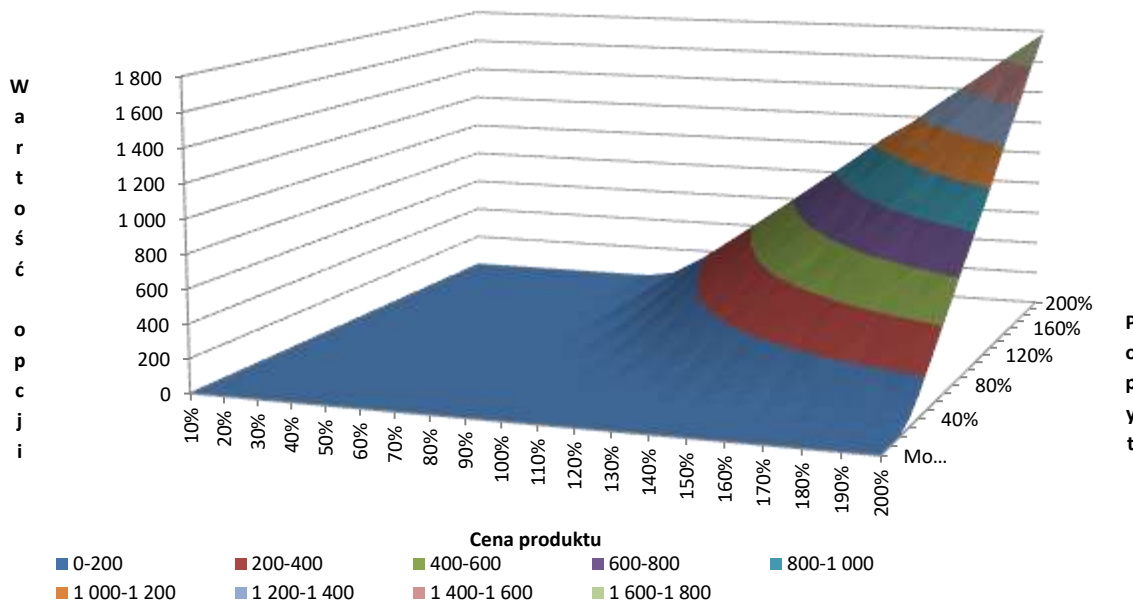
³²⁷ Błąd standardowy jest związany z niedokładnościami symulacji modelu SWP i w tym konkretnym przypadku przy 10 tys. iteracji wynosi 0,5 mln zł. Jest więc w stanie wytłumaczyć, ze względu na niedokładności procedury numerycznej, błąd w przedziale 0,5 mln zł *in plus* i *in minus* od wyznaczonej średniej.

Rysunek 4.12 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny produktu i popytu



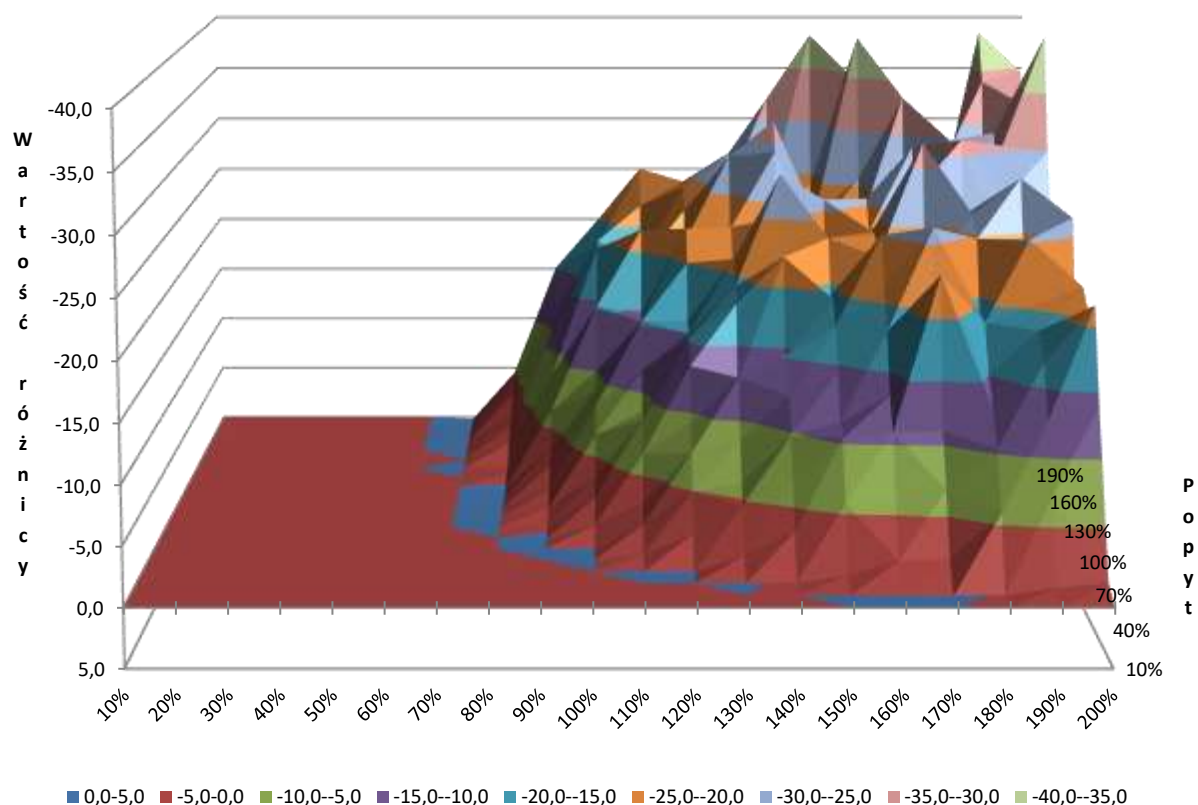
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.13 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu i popytu



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

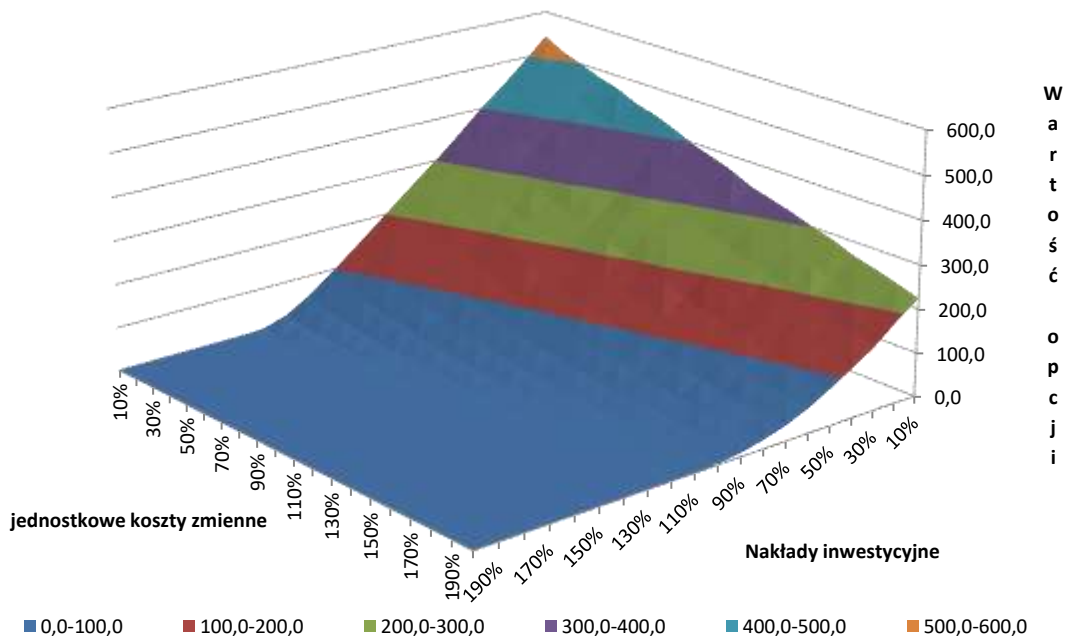
Rysunek 4.14 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonymi za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa (SWP-BS) w zależności od ceny produktu i popytu



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

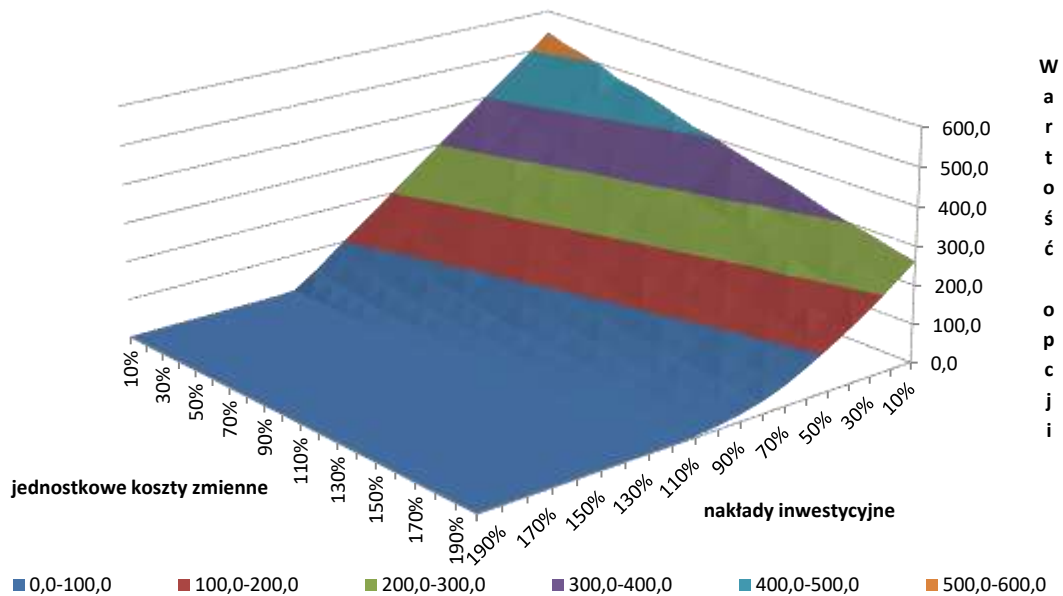
Zaprezentowane analizy wskazują na bardzo zbliżone wartości opcji wzrostu wyznaczone za pomocą modeli Blacka-Scholesa i SWP w zależności od ceny produktu i wielkości popytu. Potwierdza to współczynnik determinacji, który wynosi 0,9997. Warto zauważyć, że różnice między modelami rosną w przypadku wysokich wartości opcji. Przy wartościach minimalnych zgodność jest większa. Należy również zauważyć, że maksymalna różnica między modelami wynosi 38,5 mln zł na korzyść modelu Blacka-Scholesa. Stanowi ona odchylenie o niecałe 2% od wartości opcji wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa, równej 1783,2 mln zł. Występujące różnice są nieznaczne. Błąd standardowy średniej w procedurze symulacyjnej modelu SWP może przy 10 tys. iteracji tłumaczyć maksymalnie 1,0 mln z występujących różnic. Pozostała część niedokładności między modelami może pochodzić z niedokładności szacowania parametrów wejściowych do modelu Blacka-Scholesa –związanych zwłaszcza z ustaleniem wartości bieżącej aktywa bazowego i sposobem szacowania zmienności. Szczegółowe dane z dwuwymiarowej analizy wrażliwości znajdują się w załączniku (zob. tabela 0.3, tabela 0.4 i tabela 0.5).

Rysunek 4.15 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych



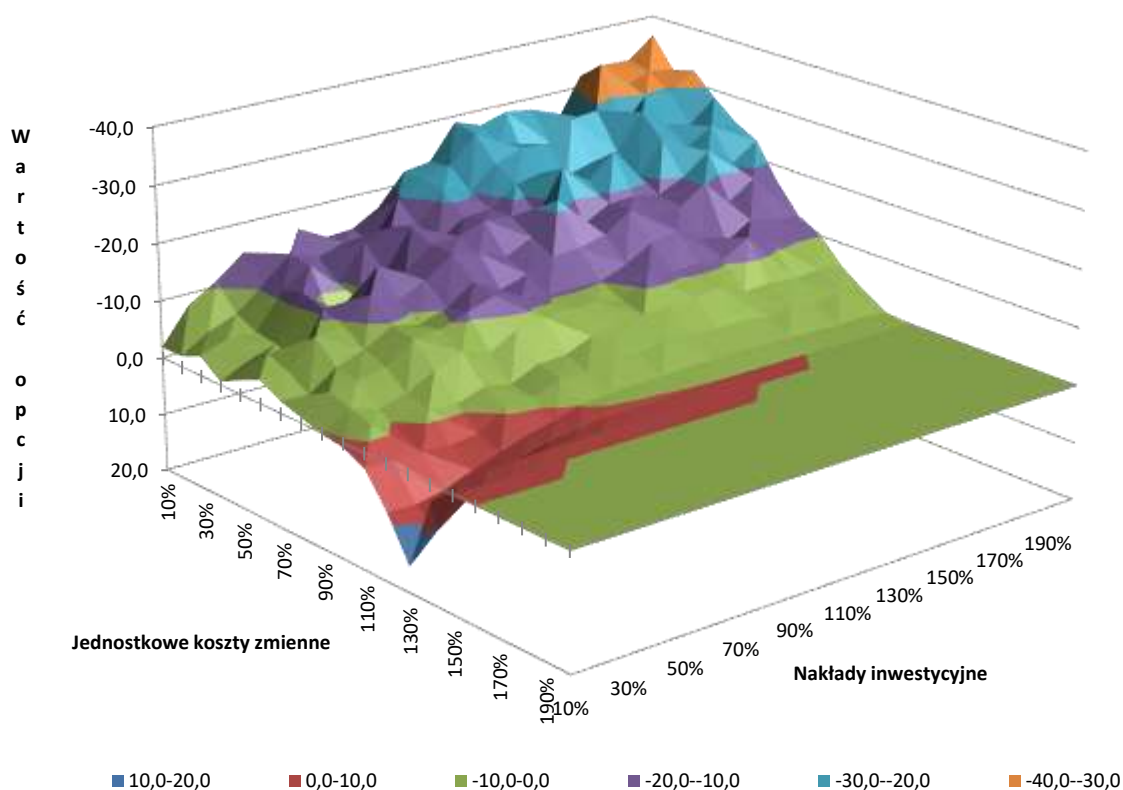
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.16 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.17 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonymi za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Przedstawione na rysunkach analizy (zob. rysunek 4.15, rysunek 4.16, rysunek 4.17) wskazują na stosunkowo niewielkie, ale zróżnicowane wahania między wynikami otrzymanymi z dwóch modeli wyceny opcji realnych. Duże wartości nakładów inwestycyjnych i jednocześnie niskie jednostkowe koszty zmienne powodują, że różnice są największe i sięgają nawet 36,5 mln na korzyść modelu Blacka-Scholesa. Z kolei, pomimo ciągłości funkcji wyznaczających wartości opcji, w obu modelach pojawia się przy wartości inwestycji równej 10–20% i jednostkowych kosztach zmiennych z zakresu 120–140% dodatnia różnica (SWP > BS). Pomimo większych różnic niż w przypadku badania wrażliwości wartości opcji na ceny i popyt, współczynnik determinacji utrzymuje się na wysokim poziomie równym 0,9966.

Dodatkowym badaniem sprawdzającym dopasowanie wyników uzyskanych za pomocą metody SWP do tych wynikających z modelu Blacka-Scholesa było przeanalizowanie wszelkich możliwych dwuwymiarowych konfiguracji stochastycznych zmiennych wejściowych. Cztery zmienne wejściowe tego typu (cena, popyt, jednostkowe koszty zmienne i wartość nakładów

inwestycyjnych) przełożyło się na sześć możliwych konfiguracji do sprawdzenia w dwuwymiarowej analizie wrażliwości (zob. tabela 4.13).

Tabela 4.13 Warianty dwuwymiarowej analizy wrażliwości SWP i modelu Blacka-Scholesa.

Wariant/Zmienne stochastyczne	Cena	Popyt/wielkość sprzedaży	Jednostkowe koszty zmienne	Nakłady inwestycyjne
Cena – popyt	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)	Wartość prognozowana (100%) – constans	Wartość prognozowana (100%) – constans
Cena – jednostkowe koszty zmienne	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)	Wartość prognozowana (100%) – constans	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)	Wartość prognozowana (100%) – constans
Cena – nakłady inwestycyjne	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)	Wartość prognozowana (100%) – constans	Wartość prognozowana (100%) – constans	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)
Popyt – jednostkowe koszty zmienne	Wartość prognozowana (100%) – constans	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)	Wartość prognozowana (100%) – constans
Popyt - wartość nakładów inwestycyjnych	Wartość prognozowana (100%) – constans	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)	Wartość prognozowana (100%) – constans	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)
Jednostkowe koszty zmienne – nakłady inwestycyjne	Wartość prognozowana (100%) – constans	Wartość prognozowana (100%) – constans	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)	Badana zmienna (zakres od 10% do 200% prognozowanej wartości)

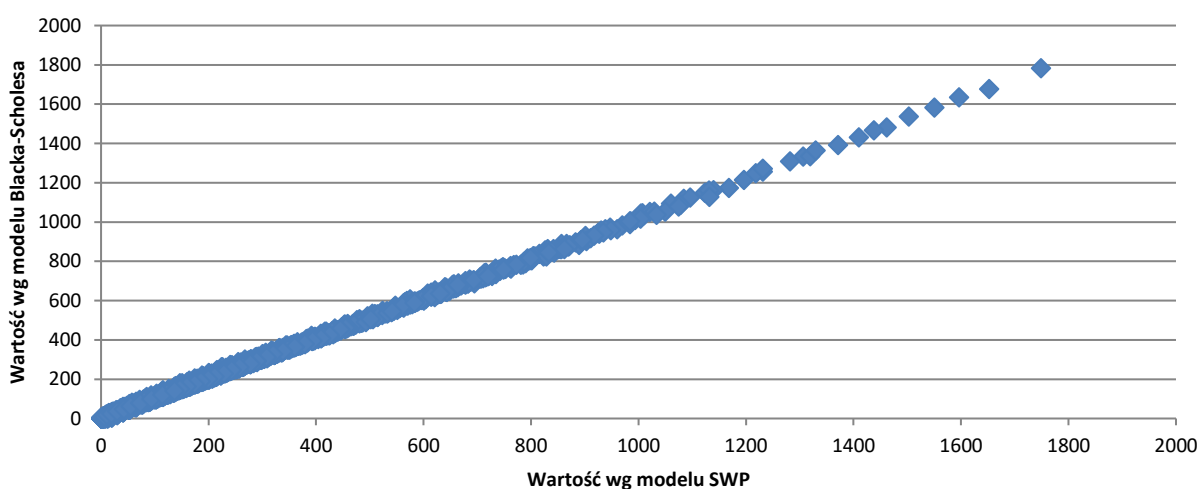
Źródło: opracowanie własne.

Dla każdego z wymienionych sześciu wariantów dokonano dwuwymiarowej analizy wrażliwości, począwszy od 10% wartości bazowej w każdym z okresów, a skończywszy na 200%. Przykładowo parametr ceny na poziomie 90% oznacza, że w każdym z lat, w których realizowana jest inwestycja, ceny będą średnio o 10% mniejsze od prognozowanych. W tym samym stosunku zmienią się też inne parametry rozkładu, takie jak np. odchylenie standardowe.

W każdej z analiz badano macierz składającą się z 20 wartości jednej zmiennej losowej, np. ceny, i 20 wartości drugiej zmiennej losowej, np. popytu. Zestawienie dwóch zmiennych losowych tworzy macierz o 400 różnych kombinacjach przykładowych cen i popytu. Dla każdego z tych punktów za pomocą symulacji (o 10 tys. iteracji) wyznaczono wartość opcji dwiema metodami – SWP i modelem Blacka-Scholesa. Utworzono w ten sposób dwie płaszczyzny (po jednej dla

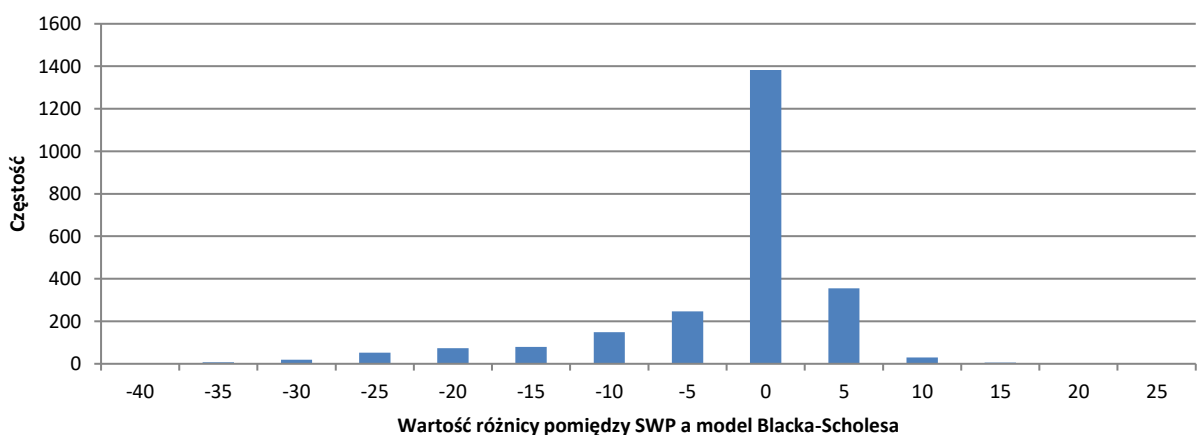
każdego modelu) o 400 punktach. Jest to widoczne na każdym z wykresów, na którym dokonuje się analizy wrażliwości na dwóch parametrach jednocześnie (zob. rysunek 4.18). Dokonując takich przeliczeń dla sześciu wymienionych powyżej kombinacji uzyskamy 2400 punktów w każdej dwuczynnikowej płaszczyźnie. Daje to pełen obraz, jak zachowują się oba modele i jakie są różnice między nimi. Wyniki tych prac widoczne są na rysunkach poniżej (zob. rysunek 4.18 i rysunek 4.19), a szczegółowe i pełne analizy wszystkich kombinacji zmiennych stochastycznych zostały zamieszczone w aneksie (zob. tabela 0.3–tabela 0.20).

Rysunek 4.18 Wartości opcji wzrostu wyznaczonych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa – zbieżność modeli



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.19 Wartość różnicy w wynikach wycen opcji wzrostu dokonanych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Przedstawione na powyższych rysunkach zależności wskazują na niemal idealne dopasowanie wyników generowanych przez oba badane modele. Należy zwrócić uwagę na przeważnie większą wartość opcji wzrostu wyznaczanej za pomocą modelu Blacka-Scholesa.

Walidacja modelu wyceny opcji wzrostu wykazała, że zastosowana metoda SWP jest zbieżna z modelem Blacka-Scholesa. Różnice w wynikach wycen opcji wzrostu, przeprowadzonej obiema metodami są na tyle małe, że nie dają podstaw do odrzucenia postawionej hipotezy.

4.3. Wycena opcji zakończenia działalności za pomocą SWP

4.3.1. Charakterystyka założeń projektu i zawartej w nim opcji zakończenia działalności

Przed rozpoczęciem inwestycji polegającej na produkcji i sprzedaży wyrobu zarządzający mogą zawrzeć umowę, która gwarantuje im możliwość wycofania się z inwestycji na koniec szóstego okresu. Opcja zakończenia działalności jest warta rozważenia ze względu na zmienność otoczenia, którą definiują zmienne w postaci cen, popytu, kosztów jednostkowych i wartości nakładów inwestycyjnych. Dwunastoletni okres, w którym będzie realizowana inwestycja, charakteryzuje się średnimi prognozami, które zostały zaprezentowane w tabeli (zob. tabela 4.14).

Tabela 4.14 Prognozowane średnie wartości parametrów w okresie realizacji inwestycji

Prognozowane średnie wartości parametrów	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cena	12,0	15,0	16,0	18,0	20,0	20,0	18,0	16,0	14,0	12,0	11,0	11,0	11,0
Popyt/wielkość produkcji	26,0	28,0	33,0	36,0	37,0	38,0	37,0	35,0	33,0	28,0	26,0	26,0	24,0
Jednostkowe koszty zmienne	5,5	5,5	5,2	5,0	4,7	4,4	4,2	4,8	4,8	5,1	5,4	5,7	5,7
Wartość nakładów inwestycyjnych	-880												

Źródło: opracowanie własne.

Biorąc pod uwagę, że prognozy wskazują na pogorszenie się warunków prowadzenia działalności, zarządzający stoją przed trudnym wyborem. Mogą zawrzeć umowę z inwestorem, który odkupi ten biznes, zapewniając zwrot początkowych nakładów inwestycyjnych. Warunkiem jest zakup na początku realizacji inwestycji specyficznej linii produkcyjnej, którą przyszły inwestor będzie zainteresowany. Jest ona o 20% droższa niż standardowo przewidziana inwestycja (ten wydatek można traktować jako koszt zakupu opcji), ale zapewnia większy poziom bezpieczeństwa niż standardowy 12-letni biznes. Aby podjąć racjonalną i uzasadnioną ekonomicznie decyzję, zarządzający powinni dokonać oceny efektywności każdej z ewentualności. Zostanie ona przeprowadzona na podstawie metody NPV przy następujących założeniach:

1. Inwestycja rozpoczyna się na koniec roku zerowego, w którym są ponoszone nakłady inwestycyjne na zakup linii produkcyjnej. Instalacja odbywa się na koniec okresu.
2. Amortyzacja linii produkcyjnej jest liniowa i trwa przez cały okres realizacji projektu.
3. Wpływ netto ze sprzedaży linii produkcyjnej na koniec 12 okresu wynosi 20% jego wartości początkowej.

4. Produkcja odzwierciedla zapotrzebowanie rynku na produkt, wobec czego nie występują zapasy.
5. Koszty stałe wynoszą 20 mln zł i są ponoszone od pierwszego okresu.
6. Kapitał pracujący to 30% z różnicy między przychodami ze sprzedaży a sumą kosztów stałych i zmiennych. Jest w całości odzyskiwany na koniec projektu.
7. Wpływ działalności konkurencji nie jest uwzględniony w przepływach pieniężnych.
8. Przepływy pieniężne będące podstawą modelu oceny efektywności będą zestawiane w wariantcie FCFE.
9. Inwestycja będzie finansowana kapitałem własnym i obcym, którego średnioważony koszt (WACC) jest równy 15%.
10. Stopa wolna od ryzyka wynosi 5%, a stawka podatku dochodowego wynosi 19%.

Na podstawie powyższych założeń został zbudowany model NPV inwestycji, bazujący na średnich prognozach – zob. tabela 4.15.

Tabela 4.15 Model finansowy 12-letniej inwestycji – prognozowane wartości średnie

Okres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cena (zł/szt.)	12,0	15,0	16,0	18,0	20,0	20,0	18,0	16,0	14,0	12,0	11,0	11,0	11,0
Ilość (szt.)	26,0	28,0	33,0	36,0	37,0	38,0	37,0	35,0	33,0	28,0	26,0	26,0	24,0
Przychody		420	528	648	740	760	666	560	462	336	286	286	264
Koszty zmienne (zł/ szt.)	5,5	5,5	5,2	5,0	4,7	4,4	4,2	4,8	4,8	5,1	5,4	5,7	5,7
– koszty zmienne		-154	-172	-178	-173	-168	-154	-169	-159	-143	-140	-147	-136
– koszty stałe	0	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20
– amortyzacja		-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73
EBIT	0	173	263	376	473	499	419	298	209	100	53	46	35
EBIAT	0	147	223	320	402	424	356	253	178	85	45	39	30
+ amortyzacja		73	73	73	73	73	73	73	73	73	73	73	73
+ wpływ ze sprzedaży środka trwałego													176
– nakłady inwestycyjne	-880	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
kapitał pracujący	0	80	107	141	170	178	154	117	91	58	44	42	38
– wzrost kapitału pracującego	-80	-27	-34	-29	-8	24	36	27	33	14	44	-80	80
Wolne przepływy pieniężne (FCFE)	-960	194	262	364	468	521	466	353	284	172	162	32	359
Zdyskontowane wolne przepływy pieniężne (DFCFE)	-960	168	198	240	268	259	201	133	93	49	40	7	67
NPV projektu – wariant bazowy	763												

Źródło: opracowanie własne.

Struktura modelu wynika z profilu inwestycji, a zależności między poszczególnymi zmiennymi odwzorowują rzeczywiste związki wartości opisujących inwestycję. Model umożliwia wyznaczenie wartości strumieni pieniężnych niezbędnych do wyceny.

4.3.2. Modelowanie stochastycznych zmiennych wejściowych

Korzyści i nakłady związane z realizacją głównej inwestycji są obarczone niepewnością wynikającą z otoczenia bliższego i dalszego. Dla głównej inwestycji zostały wyodrębnione cztery najistotniejsze czynniki ryzyka: poziom cen produktu, wielkość popytu/sprzedaży, jednostkowe koszty zmienne i wartość nakładów inwestycyjnych na realizację nowego projektu. Zmienne te zostały prognozowane i przedstawione w tabeli (zob. tabela 4.16).

Tabela 4.16 Zmienne stochastyczne i ich rozkłady

Cena	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Średnia	12,0	15,0	16,0	18,0	20,0	20,0	18,0	16,0	14,0	12,0	11,0	11,0	11,0
Odchylenie standardowe		3,0	4,0	5,4	7,0	8,0	7,2	6,4	5,6	4,8	4,4	4,4	4,4
Wartość minimalna	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Rozkład prawdopodobieństwa	logarytmiczno-normalny												
Popyt/wielkość produkcji	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Średnia	26,0	28,0	33,0	36,0	37,0	38,0	37,0	35,0	33,0	28,0	26,0	26,0	24,0
Wartość minimalna	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Wartość maksymalna – ograniczenie produkcji	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0
Odchylenie standardowe		5,6	6,6	7,2	11,1	11,4	11,1	12,3	11,6	9,8	10,4	10,4	9,6
Rozkład prawdopodobieństwa	normalny												
Jednostkowe koszty zmienne	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Średnia	5,5	5,5	5,2	5,0	4,7	4,4	4,2	4,8	4,8	5,1	5,4	5,7	5,7
Scenariusz optymistyczny		4,6	4,4	4,2	4,0	3,7	3,5	4,0	4,0	4,2	4,4	4,6	4,6
Scenariusz pesymistyczny		6,7	6,4	6,0	5,7	5,4	5,1	6,2	6,2	6,5	6,9	7,2	7,2
Scenariusz najbardziej prawdopodobny		5,1	4,9	4,6	4,4	4,1	3,9	4,4	4,4	4,6	4,9	5,1	5,1
Rozkład prawdopodobieństwa	trójkątny												
Wartość nakładów inwestycyjnych	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Średnia	-880												
Wartość maksymalna	-1000												
Wartość minimalna	-800												
Prawdopodobieństwo – wartość maksymalna	40%												
Prawdopodobieństwo – wartość minimalna	60%												
Rozkład prawdopodobieństwa	dwumianowy												

Źródło: opracowanie własne.

Cena produktu losowana jest na podstawie rozkładu logarytmiczno-normalnego, który jest ograniczony z dołu – wygenerowane liczby nigdy nie mogą osiągnąć wartości ujemnych. Cechą charakterystyczną popytu, który w tym wypadku jest zrównany ze sprzedażą produktu, jest maksymalna i minimalna wielkość produkcji. Ograniczenie produkcji od dołu ma sprawić, aby nie losowały się wartości ujemne, a górna granica wynika z ograniczeń mocy produkcyjnych. Należy

podkreślić, że ryzyko związane z dwoma pierwszymi parametrami rośnie z czasem, co odzwierciedla zwiększające się odchylenie standardowe. Jednostkowe koszty zmienne zostały scharakteryzowane przez rozkład trójkątny, niesymetryczny na ogół, którego parametrami są wartość minimalna, maksymalna i najbardziej oczekiwana. Nakłady inwestycyjne związane z podstawowym, 12-letnim projektem mają rozkład dwumianowy. Istnieją dwie możliwości – nakłady inwestycyjne osiągną wartość większą (inwestycja będzie droższa) z prawdopodobieństwem 40% lub mniejszą (tańsza inwestycja) z prawdopodobieństwem 60%. W przypadku zakupu opcji dodatkowo doliczane będzie 20% z uwagi na zakup droższej maszyny produkcyjnej.

4.3.3. Konstrukcja symulacyjnego modelu wyceny opcji zakończenia działalności

Na bazie stochastycznych zmiennych wejściowych i ich rozkładów zgodnie z algorytmem SWP można stworzyć symulacyjny model bazowy inwestycji. Będzie on niemal identyczny jak model finansowy NPV inwestycji uwzględniający wartości średnie (zob. tabela 4.15). Różnicą będzie wprowadzenie do modelu zmiennych stochastycznych – oznaczonych kolorem szarym. Zadaniem modelu, wraz ze zmiennymi stochastycznymi, będzie umożliwienie odtworzenia hipotetycznego zachowania się zmiennych wejściowych w przyszłości i zbadanie ich wpływu na wynik. Należy podkreślić, że NPV uzyskane na podstawie wartości średnich może się znacząco różnić od tego wynikającego z symulacyjnego modelu. Dodatkową zaletą tego modelu jest możliwość oszacowania wartości aktywa bazowego i jego zmienności, które będą przydatne do wyceny opcji zakończenia działalności. Symulacyjny model efektywności inwestycji został zaprezentowany w tabeli (zob. tabela 4.17).

Tabela 4.17 Symulacyjny model efektywności inwestycji – model bazowy

Okres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cena (zł/szt.)	12,0	15,0	16,0	18,0	20,0	20,0	18,0	16,0	14,0	12,0	11,0	11,0	11,0
Ilość (szt.)	26,0	28,0	33,0	36,0	37,0	38,0	37,0	35,0	33,0	28,0	26,0	26,0	24,0
Przychody		420	528	648	740	760	666	560	462	336	286	286	264
Koszty zmienne (zł/ szt.)	5,5	5,5	5,2	5,0	4,7	4,4	4,2	4,8	4,8	5,1	5,4	5,7	5,7
– koszty zmienne		-154	-172	-178	-173	-168	-154	-169	-159	-143	-140	-147	-136
– koszty stałe	0	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20
– amortyzacja		-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73	-73
EBIT	0	173	263	376	473	499	419	298	209	100	53	46	35
EBIAT	0	147	223	320	402	424	356	253	178	85	45	39	30
+ amortyzacja		73	73	73	73	73	73	73	73	73	73	73	73
+ wpływ ze sprzedaży środka trwałego													176
– nakłady inwestycyjne	-880	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>kapitał pracujący</i>	0	80	107	141	170	178	154	117	91	58	44	42	38
– wzrost kapitału pracującego	-80	-27	-34	-29	-8	24	36	27	33	14	44	-80	80
Wolne przepływy pieniężne (FCFF)	-960	194	262	364	468	521	466	353	284	172	162	32	359
Zdyskontowane wolne przepływy pieniężne (DFCF)	-960	168	198	240	268	259	201	133	93	49	40	7	67
NPV projektu – wariant bazowy	763												

Źródło: opracowanie własne.

Następnym krokiem jest stworzenie modelu rozszerzonego – zawierającego opcję zakończenia działalności. W analizowanym przypadku opcja ta polega na odkupieniu na koniec szóstego roku przez podmiot zewnętrzny linii produkcyjnej za kwotę zainwestowaną w nią na początku. Z tego względu konieczne jest zwiększenie nakładów inwestycyjnych o 20% w stosunku do określonych w planie podstawowym. Nakłady te będą spożytkowane na bardziej zaawansowaną technologicznie linię produkcyjną, którą można dłużej użytkować, co przekłada się na możliwość jej późniejszej odsprzedaży. Decyzję o zakupie droższych bądź standardowych aktywów produkcyjnych należy podjąć na początku działalności. Jeżeli zarządzający będą chcieli mieć w przyszłości możliwość wycofania się z biznesu, zakupią droższą maszynę i podpiszą stosowną umowę z podmiotem zewnętrznym (pozyskają opcję). W przeciwnym razie będą realizowali dwunastoletnią inwestycję, korzystając ze standardowej linii produkcyjnej. Jeżeli opcja zostanie pozyskana, zarządzający będą mogli, w zależności od koniunktury rynkowej, sprzedać biznes bądź kontynuować działalność. Zgodnie z prognozami zarządzający ustalili, że wykonanie opcji zostanie przeprowadzone jedynie w przypadku, gdy ceny w szóstym roku spadną poniżej 18 zł.

Opcja ma europejski charakter – może zostać wykonana jedynie na koniec szóstego okresu. tabela 4.18 zawiera symulacyjny model NPV, w którym istnieje możliwość wykonania opcji, ale z niej nie skorzystano.

Tabela 4.18 Symulacyjny model efektywności projektu z opcją

Okres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cena (zł/szt.)	12,0	15,0	16,0	18,0	20,0	20,0	18,0	16,0	14,0	12,0	11,0	11,0	11,0
Ilość (szt.)	26,0	28,0	33,0	36,0	37,0	38,0	37,0	35,0	33,0	28,0	26,0	26,0	24,0
Przychody		420	528	648	740	760	666	560	462	336	286	286	264
Koszty zmienne (zł/ szt.)	5,5	5,5	5,2	5,0	4,7	4,4	4,2	4,8	4,8	5,1	5,4	5,7	5,7
– koszty zmienne		-154	172	178	-173	-168	-154	-169	-159	-143	-140	-147	136
– koszty stałe	0	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20
– amortyzacja		-88	-88	-88	-88	-88	-88	-88	-88	-88	-88	-88	-88
EBIT	0	158	248	362	459	484	404	283	195	85	38	31	20
EBIAT	0	128	201	293	372	392	328	229	158	69	31	25	16
+ amortyzacja		88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
+ wpływ ze sprzedaży środka trwałego													211
– nakłady inwestycyjne	-1 056												
<i>kapitał pracujący</i>	0	80	107	141	170	178	154	117	91	58	44	42	38
– wzrost kapitału pracującego	-80	-27	-34	-29	-8	24	36	27	33	14	2	3	38
Wolne przepływy pieniężne (FCFF)	-1 136	190	255	352	452	504	452	344	279	171	121	116	354
Zdyskontowane wolne przepływy pieniężne (DFCF)	-1136	165	192	231	258	251	195	129	91	49	30	25	66
NPV projektu z niewykonaną opcją	547												

Źródło: opracowanie własne.

Zaprezentowany model oparto na wartościach średnich. Szare komórki wskazują stochastyczne parametry modelu, w których będą generowane wartości według zadanych rozkładów.

Aby wykonać opcję, niezbędne jest spełnienie warunku ustalonego przez zarządzających, a więc ceny produktu muszą spaść poniżej poziomu 18 zł za sztukę. Cena produktu w szóstym roku na poziomie 18 zł staje się wartością graniczną, po przekroczeniu której nastąpi sprzedaż biznesu. Należy podkreślić, że wartość graniczna ceny jest jedynie okolicznością, w której opcja może zostać wykonana. Wyznaczenie jej wartości będzie odbywało się według metodyki SWP i będzie polegało na wyznaczeniu średniej z dodatnich wartości generowanych przez wykonanie opcji i zer w przypadku jej niewykonania lub ujemnej ekonomicznej wartości.

Aby określić, czy opcja ma zostać wykonana, do zaprezentowanego powyżej modelu należy dołączyć warunek. Można się w tym wypadku posłużyć funkcją „jeżeli”. Jeżeli cena będzie większa od 18, to wartość NPV projektu będzie wyliczana na podstawie powyższego, dwunastoletniego modelu. Jeżeli natomiast opcja zostanie wykonana, to należy wyznaczyć wartość NPV na zakończenie sześcioletniego okresu działalności – tę sytuację przedstawiono w tabeli (zob. tabela 4.19).

Tabela 4.19 Symulacyjny model efektywności projektu z opcją – wartość NPV w przypadku wykonania opcji zakończenia działalności

Okres	0	1	2	3	4	5	6
Cena (zł/szt.)	12,0	15,0	16,0	18,0	20,0	20,0	17,5
Ilość (szt.)	26,0	28,0	33,0	36,0	37,0	38,0	37,0
Przychody		420	528	648	740	760	648
Koszty zmienne (zł/ szt.)	5,5	5,5	5,2	5,0	4,7	4,4	4,2
– koszty zmienne		-154	-172	-178	-173	-168	-154
– koszty stałe	0	-20	-20	-20	-20	-20	-20
– amortyzacja		-88	-88	-88	-88	-88	-88
EBIT	0	158	248	362	459	484	386
EBIAT	0	128	201	293	372	392	313
+ amortyzacja		88	88	88	88	88	88
+ wpływ ze sprzedaży środka trwałego							1 056
– nakłady inwestycyjne	-1 056						
<i>kapitał pracujący</i>	0	80	107	141	170	178	148
– wzrost kapitału pracującego	-80	-27	-34	-29	-8	29	148
Wolne przepływy pieniężne (FCFF)	-1 136	190	255	352	452	510	1 605
Zdyskontowane wolne przepływy pieniężne (DFCFF)	-1136	165	192	231	258	253	694
NPV projektu z niewykonaną opcją	658						

Źródło: opracowanie własne.

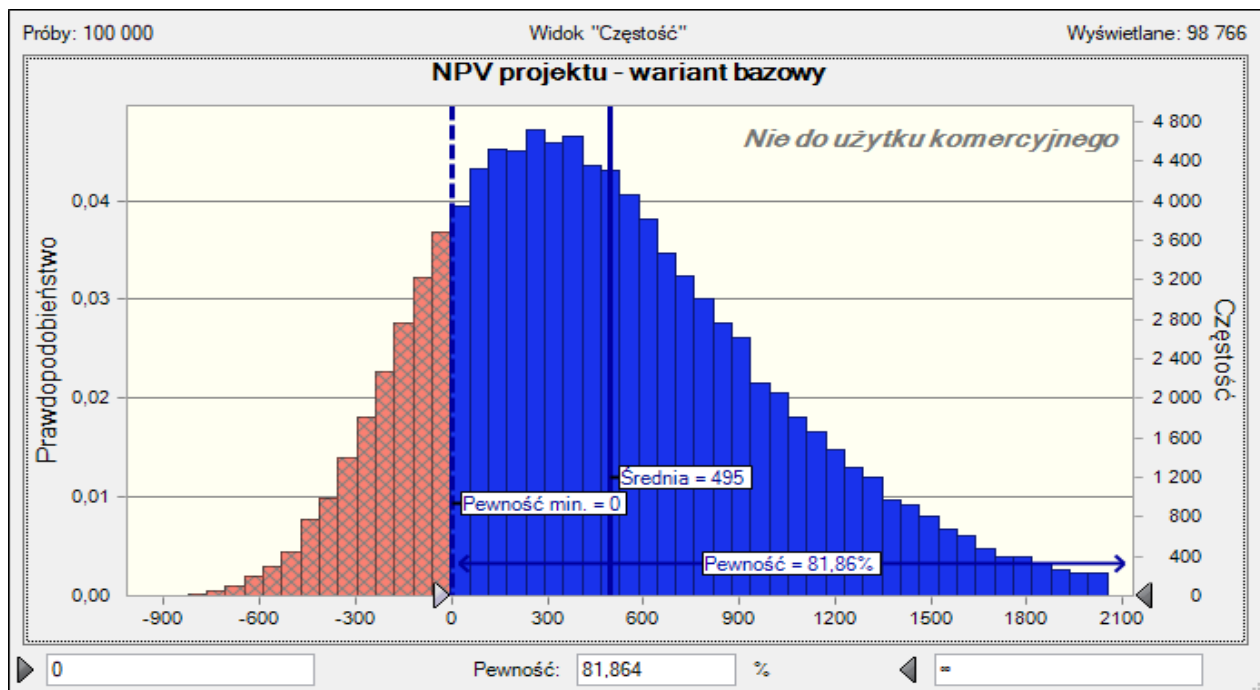
W powyższym modelu należy zwrócić uwagę na krótszy czas trwania projektu, a także na komórki oznaczone ciemniejszym odcieniem szarego. Wyróżniają one ten model finansowy. W ostatnim, szóstym okresie, cena wynosi 17,5 zł – jest mniejsza od 18 zł, z czego wynika konieczność uruchomienia opcji. Następuje sprzedaż biznesu – początkowe nakłady inwestycyjne zostają odzyskane, podobnie jak środki pieniężne włożone w kapitał pracujący. Zestawienie i zdyskontowanie przepływów pieniężnych pozwala obliczyć NPV dla każdej z iteracji symulacyjnego modelu. W tabeli przedstawiono pojedynczą iterację modelu. Celowo do

modelu zostały podstawione średnie wartości zmiennych losowych (wartości prognozowane) oznaczone jaśniejszym odcieniem szarości. Cena 17,5 zł w ostatnim, szóstym okresie, umożliwia wykonanie opcji. Skutkuje to przyjęciem w danej iteracji wartości NPV równej 658 mln zł zamiast wartości 547. Wartość NPV z projektu rozszerzonego jest równa 658 mln zł i jest mniejsza niż 763 mln zł, z tego względu korzystniejsza w danej iteracji jest realizacja projektu bazowego niż zawieranie umowy zapewniającej opcję zakończenia działalności. W opisywanym przypadku opcja jest bezwartościowa, czyli równa 0.

4.3.4. Symulacja modelu i interpretacja wyników

Podobnie jak w przypadku modelu dotyczącego opcji wzrostu, do generowania liczb losowych wykorzystywane jest oprogramowanie o nazwie Crystal Ball. Na podstawie zaprezentowanych w tabeli (zob. tabela 4.16) rozkładów prawdopodobieństwa dokonano symulacji Monte Carlo na zaprezentowanym powyżej modelu NPV projektu bazowego (zob. tabela 4.17) i rozszerzonego (zob. tabela 4.18 i tabela 4.19). Przy próbie polegającej na wykonaniu 100 tys. przebiegów modelu symulacyjnego ustalono, że błąd standardowy szacowania średniej wynosi 2,0 mln, co przyjęto jako akceptowalny poziom błędu.

Rysunek 4.20 Wyniki symulacji modelu bazowego



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

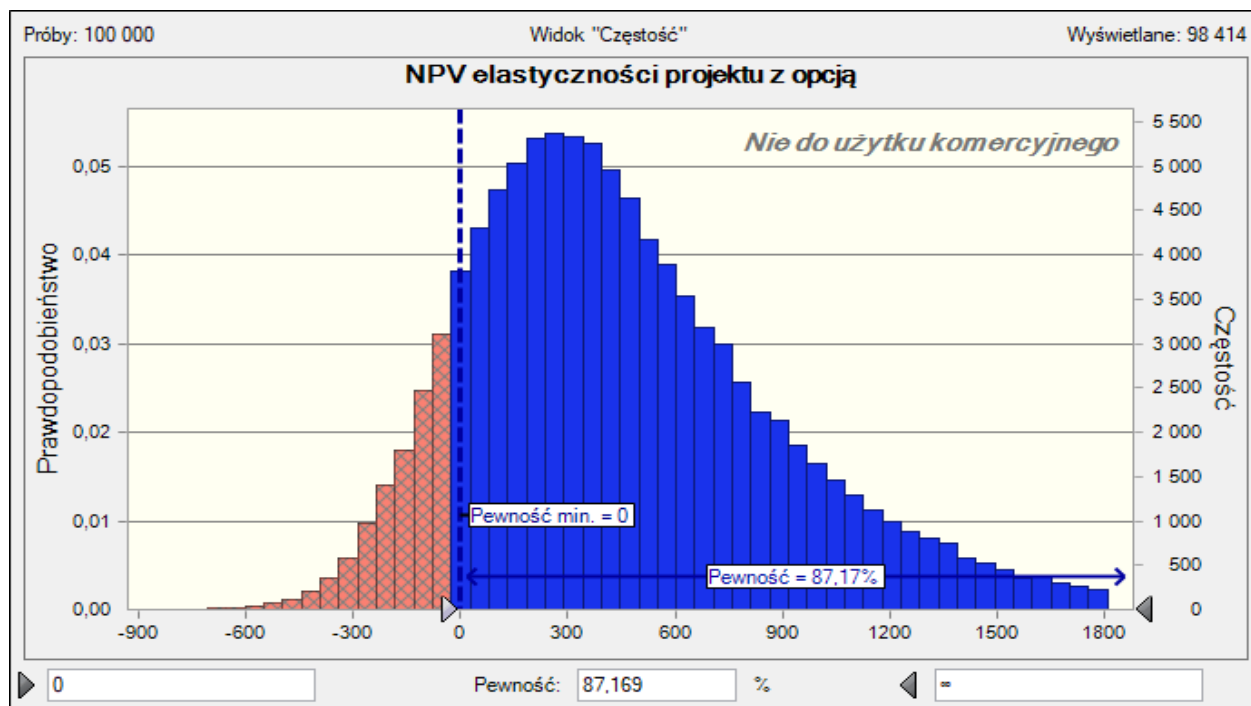
Tabela 4.20 Statystyki rozkładu wartości wynikowych z symulacji Monte Carlo dokonanej na modelu bazowym

Statystyka	Wartości	Statystyka	Wartości
Próby	100 000	skośność	0,8863
Średnia	495	kurtoza	4,49
Mediana	419	wsp. zmienności	1,12
Moda	–	minimum	–941
Odchylenie standardowe	556	maksimum	4865
Wariancja	309453	błąd stand. średniej	2

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Średnia wartość NPV w modelu bazowym wynosi 495 mln zł, co oznacza, że jest to efektywny projekt. Przy interpretacji wykresu (zob. rysunek 4.20) i statystyk zawartych w tabeli (zob. tabela 4.20) należy zwrócić uwagę na stosunkowo niewielkie ryzyko związane z realizacją tej inwestycji. Mimo dość znacznego odchylenia standardowego tylko nieco mniej niż 19% wyników NPV miało wartość ujemną. Wyniki tego modelu będą służyły do porównania wartości z modelem rozszerzonym, który jest przedstawiony na rysunku (zob. rysunek 4.21) i w tabeli (zob. tabela 4.21).

Rysunek 4.21 Wyniki symulacji Monte Carlo dokonanej na modelu rozszerzonym z warunkowym wykonaniem opcji zakończenia działalności



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Wartość oczekiwana symulacji Monte Carlo, wykonanej na modelu rozszerzonym z warunkowym wykonaniem opcji zakończenia działalności wynosi 473 i jest większa niż wartość otrzymana z modelu bazowego. Można z tego wywnioskować, że opcja będzie miała dodatnią wartość.

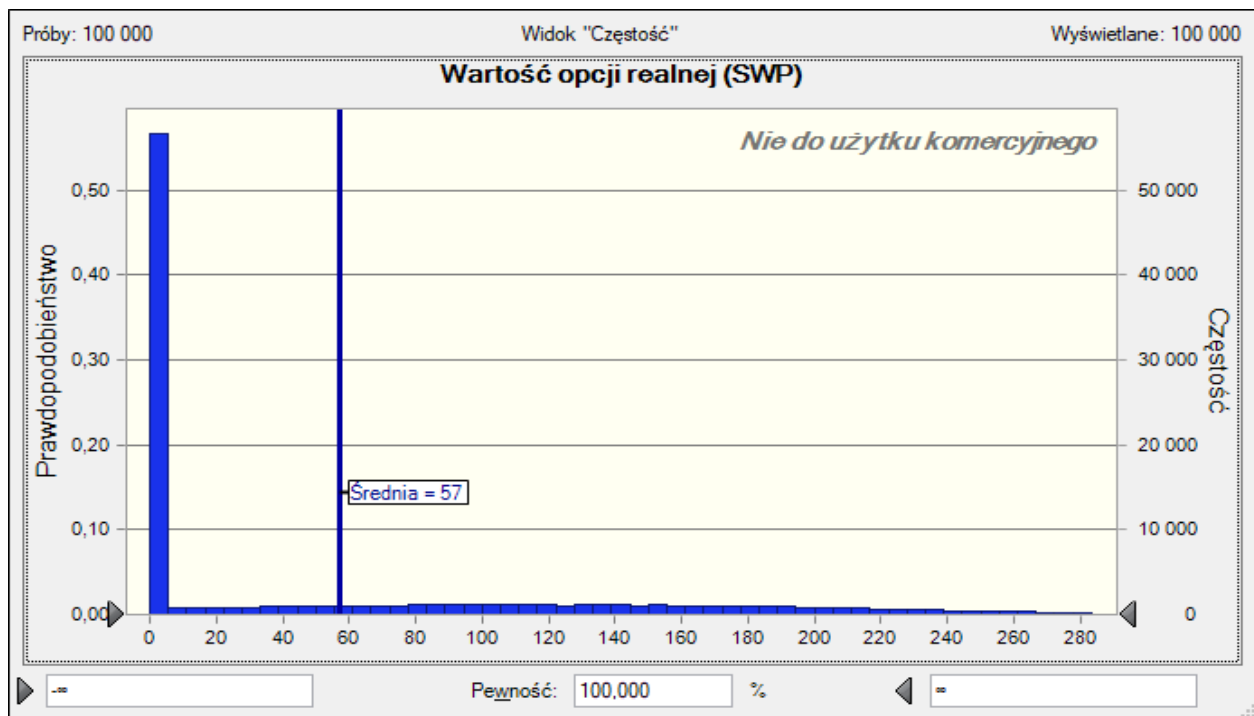
Tabela 4.21 Statystyki wartości rozkładu uzyskanego z symulacji Monte Carlo dokonanej na modelu rozszerzonym z warunkowym wykonaniem opcji zakończenia działalności

Statystyka	Wartości	Statystyka	Wartości
Próby	100 000	skośność	1,19
Średnia	473	kurtoza	5,73
Mediana	392	wsp. zmienności	1,01
Moda	–	minimum	–924
Odchylenie standardowe	477	maksimum	4724
Wariancja	227504	błąd stand. średniej	2

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Po zastosowaniu w każdej z iteracji warunku $ROV = E(\text{MAX}(\text{NPV}_{\text{ROZ}} - \text{NPV}_{\text{BAZ}}, 0))$ otrzymano wykres wartości opcji realnej wyznaczonej za pomocą metody SWP (zob. rysunek 4.22 i tabela 4.22).

Rysunek 4.22 Wartość opcji zakończenia działalności wyznaczona za pomocą metody SWP



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 4.22 Analiza statystyczna wartości opcji zakończenia działalności wyznaczona za pomocą metody SWP

Statystyka	Wartości	Statystyka	Wartości
Próby	100 000	skośność	1,22
Średnia	57	kurtoza	3,31
Mediana	0	wsp. zmienności	1,42
Moda	0	minimum	0
Odchylenie standardowe	81	maksimum	402
Wariancja	6543	błąd stand. średniej	0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Wartość opcji zakończenia działalności wyniosła 57 mln zł. Wynika z tego, że zawarcie kontraktu opcyjnego umożliwiającego zakończenie inwestycji na koniec szóstego okresu jest korzystne ekonomicznie.

4.3.5. Weryfikacja modelu wyceny opcji zakończenia działalności

Weryfikacja będzie wykonywana w sposób analogiczny do przedstawionego w podrozdziale 4.2.5. Zostanie zbadana kompletność i spójność modelu, poprawność i stabilność procedury numerycznej oraz zostanie przeprowadzona analiza wyników generowanych przez model.

Kompletność i spójność modelu SWP została zweryfikowana w identyczny sposób jak w podrozdziale 4.2.5. Wyniki tego badania są identyczne, a więc zmienne i stałe parametry wejściowe są podane w odpowiednich jednostkach i zachowują racjonalność ekonomiczną. Dane wejściowe i wyjściowe (ich typ i struktura) są prawidłowe i typowe dla modelu NPV inwestycji. Weryfikacja wykazała poprawność strukturalną i logiczną wprowadzonych danych i ich struktur. Funkcje i algorytmy zastosowane w tworzeniu modelu bazowego i rozszerzonego działają prawidłowo.

Na potrzeby sprawdzenia **poprawności i stabilności procedur numerycznych** przeprowadzono badanie wygenerowanych przebiegów symulacyjnych dla każdej zmiennej losowej i dla zmiennych wynikowych. Na bazie analizy statystycznej stwierdzono, że wyniki losowań są zgodne z przyjętymi założeniami odnośnie do rozkładów stochastycznych zmiennych wejściowych. Wygenerowane wartości mieszczą się w zadanych przedziałach i są racjonalne pod względem ekonomicznym. Dokonano szczegółowej analizy statystycznej pod kątem

generowanych rozkładów zmiennych losowych – jednostkowych kosztów zmiennych, wartości nakładów inwestycyjnych, a także wartości popytu (równej wartości sprzedaży produktu). Rozkłady stochastyczne wymienionych zmiennych zawiera tabela 4.16, a szczegółowe dane dotyczące przebiegów iteracyjnych i ich analiza znajdują się w załącznikach (zob. tabela 0.21 i tabela 0.22). Wartości wynikowe, tj. wartość opcji realnej, wartość projektu z opcją i inne są następstwem wygenerowanych na podstawie rozkładów stochastycznych zmiennych losowych wartości liczbowych. One także zostały zweryfikowane. Szczegółowa analiza znajduje się w załączonych tabelach (zob. tabela 0.21 i tabela 0.22). Zbadano także zachowanie modelu w przypadku wystąpienia wartości ekstremalnych. Wyniki tych badań zostały zaprezentowane w tabeli (zob. tabela 4.23).

Tabela 4.23 Weryfikacja modelu SWP opcji wzrostu ze względu na ekstremalne wartości zmiennych wejściowych

Zmienna stochastyczna	Wartości ekstremalnie ujemne	Wartości ujemne	Zero	Wartości dodatnie	Wartości ekstremalnie dodatnie
Cena	Błąd modelu – model się nie przelicza ze względu na zaprojektowane ograniczenia – cena nie może przyjmować wartości ujemnych	Błąd modelu – model się nie przelicza ze względu na zaprojektowane ograniczenia – cena nie może przyjmować wartości ujemnych	Model przelicza się, generując ujemną wartość wynikową	Model przelicza się, generując standardowe, racjonalne wartości wynikowe	Model przelicza się, generując racjonalne wartości wynikowe – wartość opcji równa zero
Popyt (sprzedaż produktu)	Błąd modelu – model się nie przelicza – popyt/sprzedaż nie może przyjmować wartości ujemnych	Błąd modelu – model się nie przelicza – popyt/sprzedaż nie może przyjmować wartości ujemnych	Model przelicza się, generując ujemną wartość wynikową	Model przelicza się, generując standardowe, racjonalne wartości wynikowe	Model przelicza się, generując racjonalne wartości wynikowe – wartość opcji równa zero
Jednostkowe koszty zmienne	Błąd modelu – model się nie przelicza – jednostkowe koszty zmienne nie mogą przyjmować wartości ujemnych	Błąd modelu – model się nie przelicza – jednostkowe koszty zmienne nie mogą przyjmować wartości ujemnych	Model przelicza się, generując racjonalne wartości wynikowe – wartość opcji równa zero	Model przelicza się, generując standardowe, racjonalne wartości wynikowe	Model przelicza się, generując racjonalne wartości wynikowe
Nakłady inwestycyjne	Model nie przelicza się. Wartość nakładów inwestycyjnych z ujemnym znakiem ma odmienny sens ekonomiczny od zamierzonego – może oznaczać sprzedaż inwestycji (środka trwałego)	Model nie przelicza się. Wartość nakładów inwestycyjnych z ujemnym znakiem ma odmienny sens ekonomiczny od zamierzonego – może oznaczać sprzedaż inwestycji (środka trwałego)	Model przelicza się, generując standardowe wartości wynikowe. Niski koszt głównej inwestycji – nakłady na wykonanie opcji przekładają się na zwiększenie wartości wynikowych	Model przelicza się, generując standardowe, racjonalne wartości wynikowe	Model przelicza się, generując ujemną wartość NPV inwestycji i racjonalną wartość opcji realnej

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Błędy w analizowanym modelu związane są jedynie ze stochastycznym charakterem zmiennych losowych. Wynikają np. z przekroczenia wartości uznawanych za racjonalne – np. gdy jednostkowe koszty zmienne przyjmują ujemne wartości. W badaniu 100 tys. przebiegów iteracyjnych nie znaleziono przypadków, w których występują innego rodzaju błędy (logiczne, wynikające ze struktury modelu itp.) – zostały one wyeliminowane przez zastosowanie odpowiednich formuł (np. „jeżeli.błąd”). Podsumowując, należy stwierdzić, że model wyceny opcji realnych skonstruowany do wyznaczenia wartości opcji zakończenia działalności działa poprawnie. Iteracje generowane są bezproblemowo przy przyjętych założeniach. Wartości ekstremalne, które powodują błędy lub uniemożliwiają przeliczanie się modelu, występują poza obszarem ekonomicznej racjonalności i nie są generowane przez model.

Analiza poprawności generowanych wyników polegała na zbadaniu racjonalności danych wyjściowych i kontroli wszelkich błędów i odchyłeń danych wyjściowych. Dokonano weryfikacji na podstawie analizy statystycznej rozkładów wyjściowych otrzymanych z przeprowadzonych symulacji – analiza ta została szczegółowo zaprezentowana w tabelach w załączniku (zob. tabela 0.21 i tabela 0.22) oraz w tabeli powyżej (zob. tabela 4.23). Otrzymane wyniki nie wykazują błędów w założonych, racjonalnych ekonomicznie zakresach zmiennych wejściowych. Wartości wynikowe są jednoznaczne – mają logiczny i ekonomiczny sens, mieszczą się w oczekiwanych przedziałach wartości, charakterystycznych dla opcji realnych (wykazują wartości dodatnie lub zero). Dodatkowo zostały przeprowadzone analizy wrażliwości modelu wyników SWP na parametry wejściowe. Model generował racjonalne wartości, zgodne z oczekiwaniami wynikającymi ze specyfiki opcji realnych. Szczegółowa analiza wrażliwości SWP w porównaniu z modelem Blacka-Scholesa oraz walidacja porównawcza wyników zostanie zaprezentowana w podrozdziale 4.3.6.

4.3.6. Walidacja modelu wyceny opcji zakończenia działalności

Walidacja wyników dokonywana w niniejszym podrozdziale będzie odbywała się według metodyki przedstawionej w podrozdziale 4.1.2 i analogicznie do walidacji opcji wzrostu z podrozdziału 4.2.6, zgodnie z którą model Blacka-Scholesa jest modelem referencyjnym, służącym do porównania wyników otrzymanych za pomocą metody SWP. Parametry wejściowe do modelu Blacka-Scholesa były szacowane w następujący sposób:

- 1) S_0 – wartość bieżąca strumieni pieniężnych przy założeniu, że podczas realizacji inwestycji nie jest wykonywana opcja; wyznaczona jako uzyskana z symulacji średnia wartość bieżąca netto modelu bazowego (bez opcji).
- 2) X – cena wykonania opcji w momencie T . Przyjęto, że jest to uzyskana w symulacji średnia wartość NPV przy założeniu, że opcja zostanie wykonana. Na tę wartość składa się kwota, za jaką została sprzedana linia produkcyjna i suma wygenerowanych do momentu wykonania opcji przepływów pieniężnych (zob. tabela 4.19).
- 3) $S(X)$ – zmienność wartości instrumentu bazowego (wartości projektu). Została obliczona na podstawie metodyki zaproponowanej przez Copelanda i Antikarova dla szóstego okresu.
- 4) T – czas do wygaśnięcia opcji – został określony w założeniach jako jeden rok (sześćoletni okres został potraktowany jako całość).
- 5) r – stopa wolna od ryzyka. Została przyjęta na poziomie 5%. Jest to racjonalny poziom w stosunku do WACC wynoszącego 15%.

Podobnie jak w przypadku analizy wrażliwości wartości opcji według modelu SWP, tak samo dla modelu Blacka-Scholesa parametry szacowane są za pomocą 20 000 iteracji. Skutkuje to podobnie, jak w przypadku SWP, błędem standardowym szacowania średniej w procedurze Monte Carlo w wysokości 3,0 mln zł. Otrzymane parametry są następnie podstawiane do wzoru na europejską opcję sprzedaży, która ma postać:

$$P = -SN(-d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}; \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

C – europejska opcja kupna na instrumencie nie wypłacającym dywidendy,
 S – cena instrumentu bazowego w chwili obecnej,
 X – cena instrumentu bazowego w momencie T ,
 T – czas do wygaśnięcia opcji,
 σ^2 – wariancja wartości instrumentu bazowego,
 r – stopa wolna od ryzyka,
 $N(x)$ – dystrybuanta standaryzowanego rozkładu normalnego dla x .

Poniżej na wykresach zaprezentowano analizę wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany wartości czterech parametrów stochastycznych. Należy zauważyć, że wygenerowane wartości opcji w modelu SWP bardzo dobrze pokrywają się z tymi wynikającymi z modelu Blacka-Scholesa, co potwierdzają dane zawarte w tabeli (tabela 4.24).

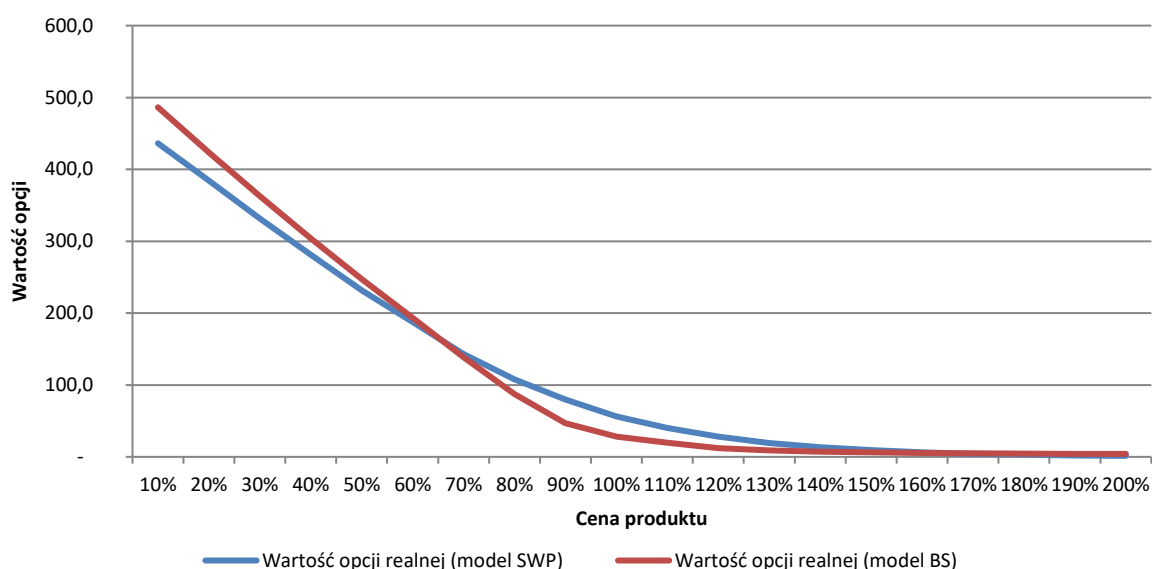
Tabela 4.24 Współczynnik determinacji (R kwadrat) dla wartości opcji zakończenia działalności wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa i SWP

Zmienna stochastyczna	Cena	Jednostkowe koszty zmienne	Popyt	Wartość nakładów inwestycyjnych
R kwadrat	0,9931	0,9623	0,9861	0,9014

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Najmniejsze dopasowanie można zaobserwować w przypadku zmiennej stochastycznej – wartość nakładów inwestycyjnych, zaś najlepsze – w przypadku ceny. Analiza wycen opcji zakończenia działalności dokonanych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa wykazała, że najlepsze dopasowanie do siebie obu modeli występuje, gdy zmienianą objaśniającą jest cena. Jej wahania powodują najmniejsze różnice pomiędzy wartościami wycen, co można zaobserwować na rysunku (zob. rysunek 4.23) i w tabeli (tabela 4.25).

Rysunek 4.23 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany cen produktu – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 4.25 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany cen produktu – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa

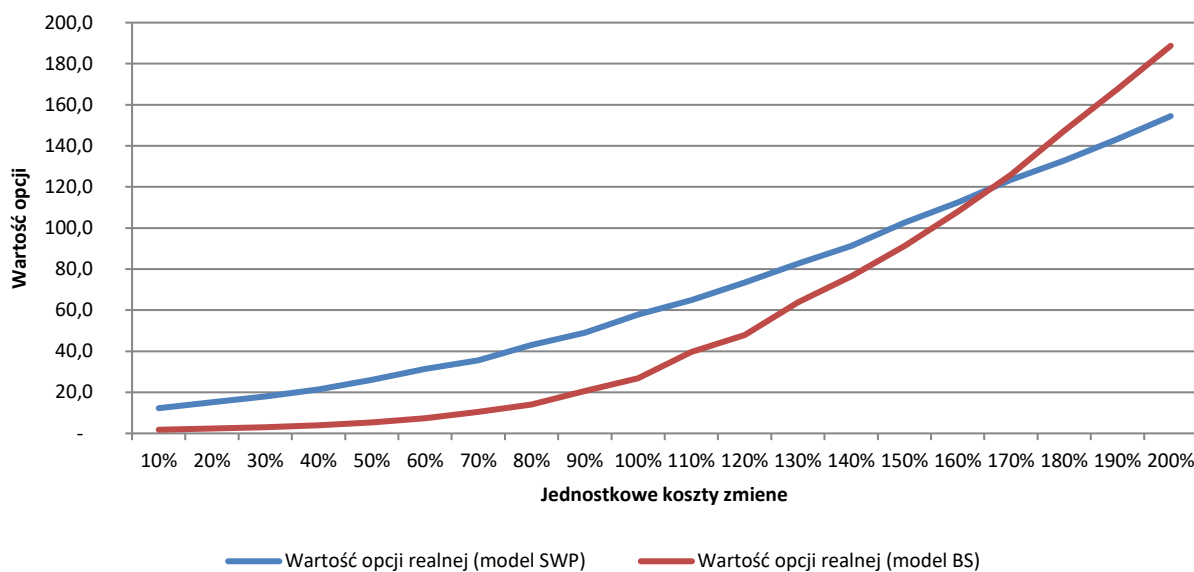
Cena	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
Wartość opcji realnej (model SWP)	436,2	384,3	331,3	281,1	231,7	187,5	142,9	108,0	79,8	56,4	40,4	28,2	19,2	13,3	9,4	6,1	4,0	3,0	1,9	1,4
Wartość opcji realnej (model BS)	486,4	423,6	362,6	303,8	247,5	193,4	138,7	87,5	46,8	28,0	19,5	12,1	8,9	7,0	6,2	5,4	5,1	4,7	4,1	4,3
Różnica (SWP – BS)	-50,1	-39,4	-31,3	-22,7	-15,7	-5,9	4,2	20,4	33,0	28,4	20,9	16,1	10,3	6,3	3,2	0,7	-1,1	-1,7	-2,2	-2,9
Różnica (SWP – BS) w %	-10	-9	-9	-7	-6	-3	3	23	71	101	107	133	116	90	52	13	-22	-36	-54	-67

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Analizując wykres i tabelę można zauważyć, że w przypadku ekstremalnie niskich wartości cen wartość opcji w modelu Blacka-Scholesa jest większa, natomiast przy wartościach cen najbliższych prognozie (100%) zależność jest odwrotna.

Zdecydowanie większe różnice między SWP a modelem Blacka-Scholesa występują w przypadku analizy wrażliwości wartości opcji na zmianę jednostkowych kosztów zmiennych. Zależność ta została zilustrowana na rysunku (zob. rysunek 4.24) i w tabeli (zob. tabela 4.26).

Rysunek 4.24 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany jednostkowych kosztów zmiennych – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 4.26 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany jednostkowych kosztów zmiennych – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa

Jednostkowe koszty zmienne	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
Wartość opcji realnej (model SWP)	12,3	15,2	18,0	21,3	26,0	31,4	35,6	43,1	49,0	57,8	64,9	73,4	82,6	91,3	102,6	112,4	123,6	132,8	143,3	154,5
Wartość opcji realnej (model BS)	1,8	2,3	3,1	3,9	5,3	7,4	10,4	14,1	20,6	26,8	39,7	47,9	63,8	76,4	91,3	107,9	125,9	147,4	167,6	188,7
Różnica (SWP – BS)	10,5	12,9	14,9	17,4	20,7	24,0	25,1	29,0	28,3	31,0	25,3	25,5	18,8	14,8	11,4	4,5	-2,4	-14,6	-24,3	-34,3
Różnica (SWP – BS) w %	583	561	481	446	391	324	241	206	137	116	64	53	29	19	12	4	-2	-10	-14	-18

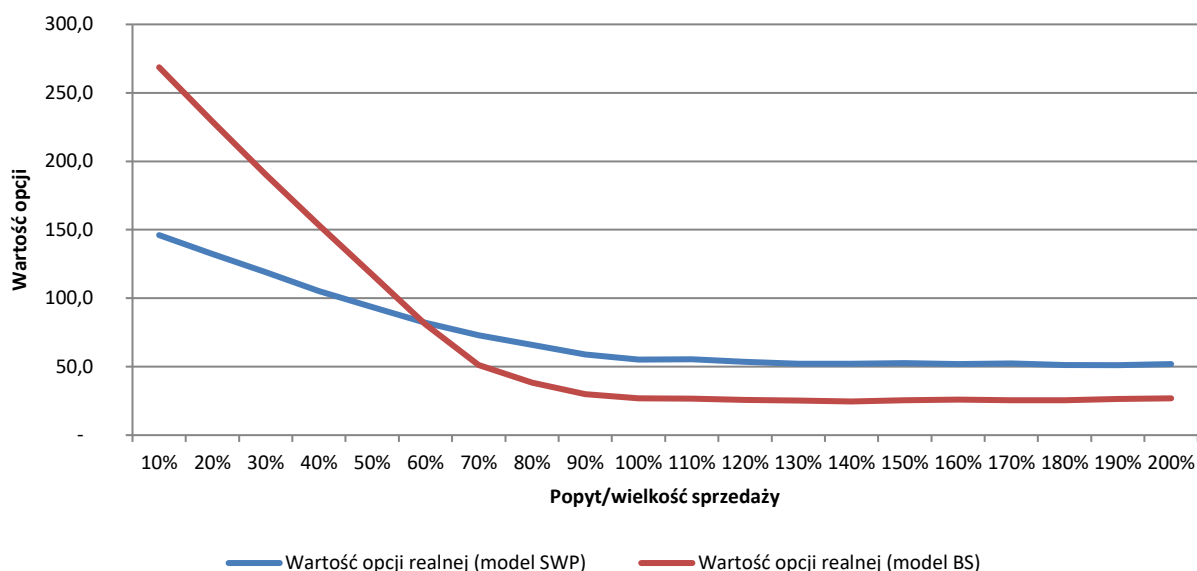
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Z zaprezentowanej analizy wynika, że występują zauważalne rozbieżności między wartością opcji generowaną przez metodę SWP a modelem Blacka-Scholesa. SWP generuje większe wyniki, poza ekstremalnie wysokimi wartościami jednostkowych kosztów zmiennych (powyżej 160%). Z

wykresu można odczytać, że model Blacka-Scholesa jest bardziej wrażliwy na zmiany jednostkowych kosztów zmiennych niż SWP.

Na wykresie (zob. rysunek 4.25) i w tabeli (zob. tabela 4.27) zostały zaprezentowane wyniki wycen opcji zakończenia działalności dokonanych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa.

Rysunek 4.25 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany popytu – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 4.27 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany popytu – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa

Popyt	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
Wartość opcji realnej (SWP)	146,1	132,4	119,1	105,2	93,6	82,1	72,9	65,9	58,9	55,3	55,5	53,6	52,2	52,0	52,6	51,9	52,5	51,2	51,1	51,9
Wartość opcji realnej (model BS)	268,7	229,0	190,2	153,4	117,1	80,8	51,3	38,3	29,8	26,8	26,7	25,7	25,3	24,6	25,6	26,0	25,6	25,6	26,5	27,0
Różnica (SWP – BS)	122,6	-96,7	-71,1	-48,2	-23,5	1,3	21,6	27,6	29,1	28,5	28,8	27,9	26,9	27,4	27,1	25,9	26,9	25,6	24,6	24,9
Różnica (SWP – BS) w %	-46	-42	-37	-31	-20	2	42	72	98	106	108	109	106	111	106	100	105	100	93	92

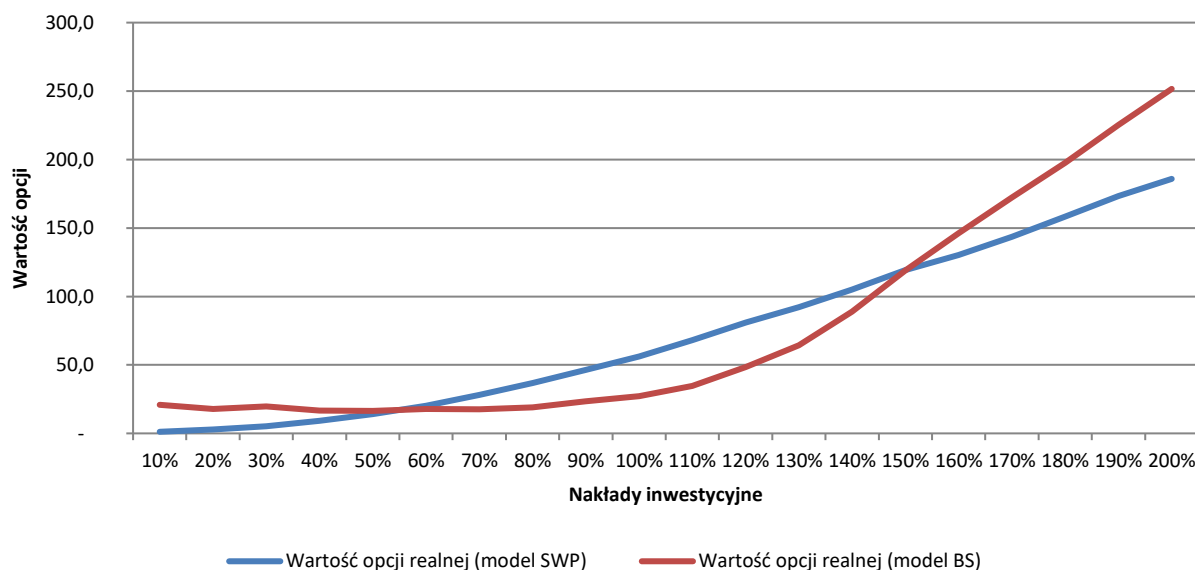
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Wartość opcji zakończenia działalności wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa przy wartościach znacząco mniejszych od prognozowanych (100%) jest mniejsza od tej pochodzącej z SWP. Powyżej 60% wartości prognozowanego popytu zależność ta zmienia się na korzyść SWP. Pomimo istotnych różnic w wartościach wycen pochodzących z obu modeli zachowują one ten sam kierunek, zgodny z racjonalnymi oczekiwaniami. Wraz ze wzrostem popytu i większymi

przychodami operacyjnymi maleje wartość opcji zakończenia działalności, a tym samym jej istotność. Wartości te stabilizują się powyżej granicy 100% na poziomie około 52 mln zł w przypadku SWP i średnio około 26 mln zł dla modelu Blacka-Scholesa.

Kolejnym analizowanym parametrem są nakłady inwestycyjne. Ich wpływ na wartość opcji zakończenia działalności wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa został przedstawiony na wykresie (zob. rysunek 4.26) i w tabeli (zob. tabela 4.28).

Rysunek 4.26 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany nakładów inwestycyjnych – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 4.28 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany nakładów inwestycyjnych – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa

Wartość nakładów inwestycyjnych	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
Wartość opcji realnej (model SWP)	1,2	2,8	5,3	9,2	14,2	20,3	28,2	36,8	46,3	56,1	68,0	80,9	92,1	105,0	119,3	130,3	143,5	158,4	173,2	185,9
Wartość opcji realnej (model BS)	20,8	17,9	19,7	16,7	16,4	17,9	17,6	19,0	23,4	27,1	34,8	48,5	64,3	89,0	119,0	146,2	172,3	197,7	225,3	251,6
Różnica (SWP – BS)	-19,6	-15,1	-14,4	-7,5	-2,2	2,4	10,6	17,9	22,9	29,1	33,3	32,4	27,8	16,1	0,3	-15,9	-28,8	-39,3	-52,1	-65,7
Różnica (SWP – BS) w %	-94,2	-84,4	-73,1	-44,9	-13,4	13,4	60,2	93,7	97,9	107,0	95,4	66,8	43,2	18,0	0,3	-10,9	-16,7	-19,9	-23,1	-26,1

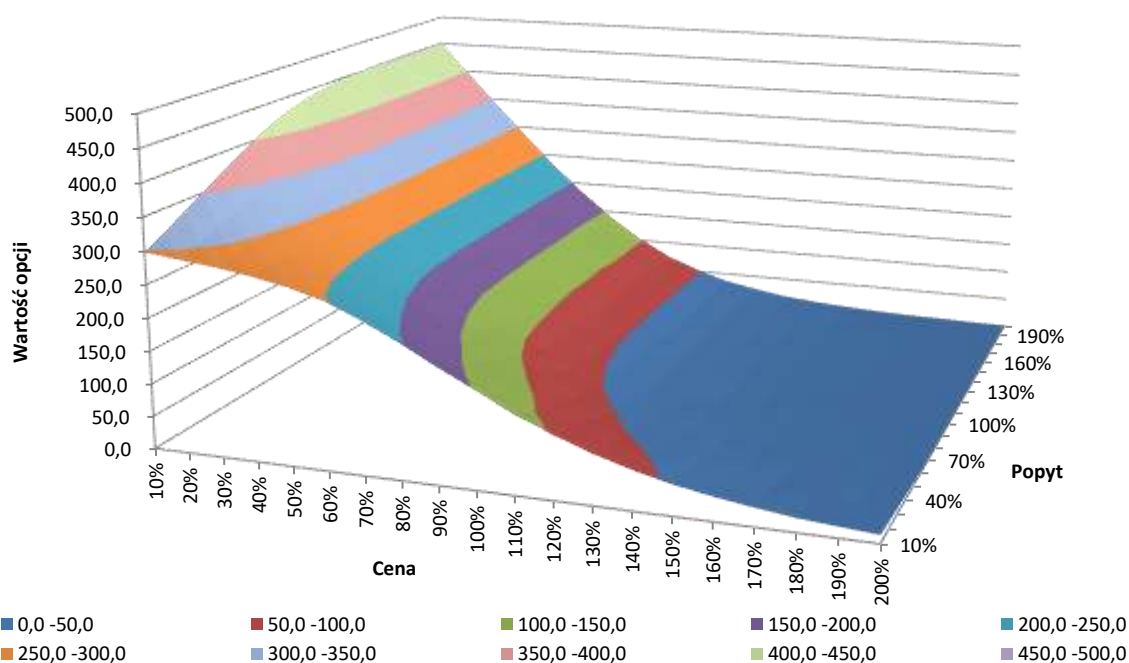
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności dokonanej za pomocą modelu SWP wykazuje, że wraz ze wzrostem nakładów inwestycyjnych zwiększa się wartość tej opcji. Podobnie jest w przypadku modelu Blacka-Scholesa, choć ten model wykazuje większą

wrażliwość na zmiany badanego parametru. Zachowanie obu modeli w wypadku wartości większych i mniejszych od prognozowanych jest zgodne z racjonalnymi oczekiwaniami. Im większe są nakłady inwestycyjne, tym większa jest wartość opcji.

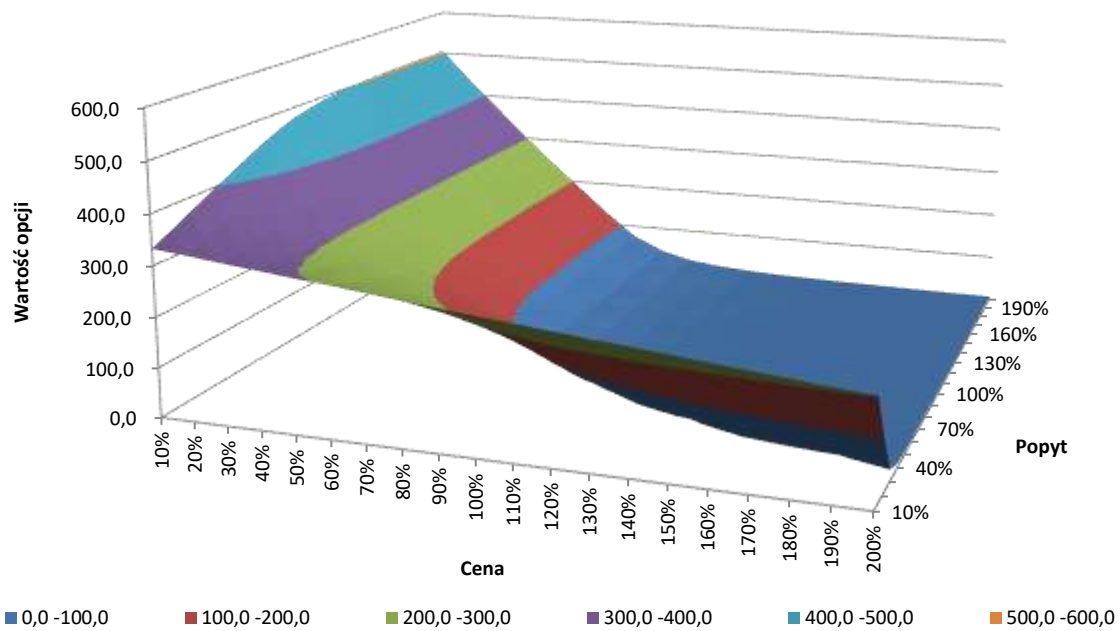
Aby uzupełnić analizę wrażliwości i porównanie wyników wycen opcji zakończenia działalności dokonanych za pomocą modeli Blacka-Scholesa i SWP, przedstawiono dwuwymiarową analizę wrażliwości. Ze względu na kierunek oddziaływania parametrów zestawiono ze sobą cenę produktu i popyt (wielkość sprzedaży), których wzrost ma pozytywny wpływ na wartość opcji wzrostu. Analizę zaprezentowano na rysunkach poniżej (zob. rysunek 4.27, rysunek 4.28 i rysunek 4.29).

Rysunek 4.27 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny produktu i popytu



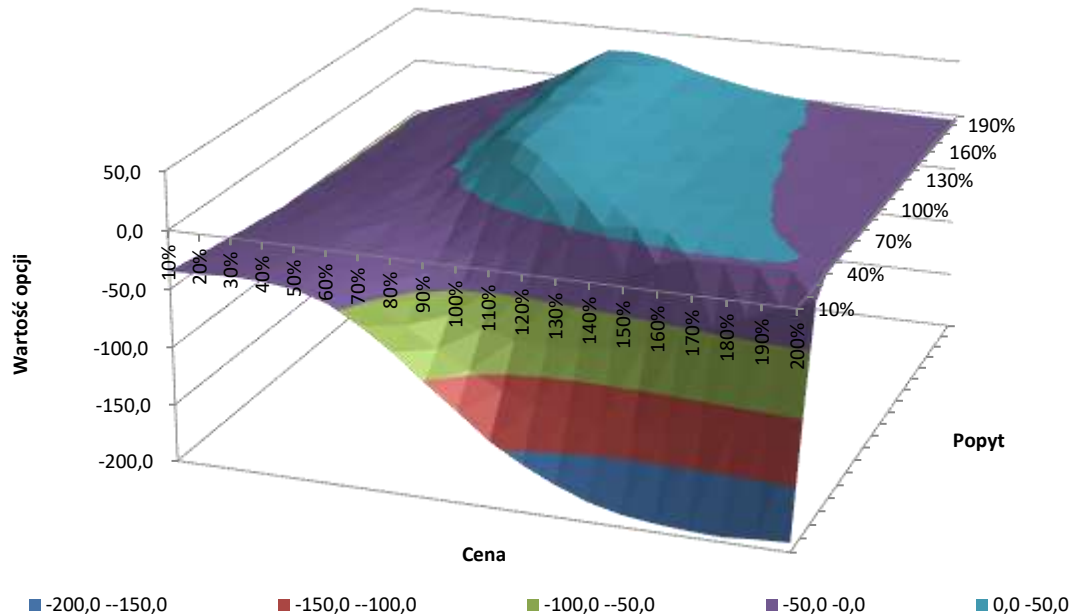
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.28 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu i popytu



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.29 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa i SWP w zależności od ceny produktu i popytu



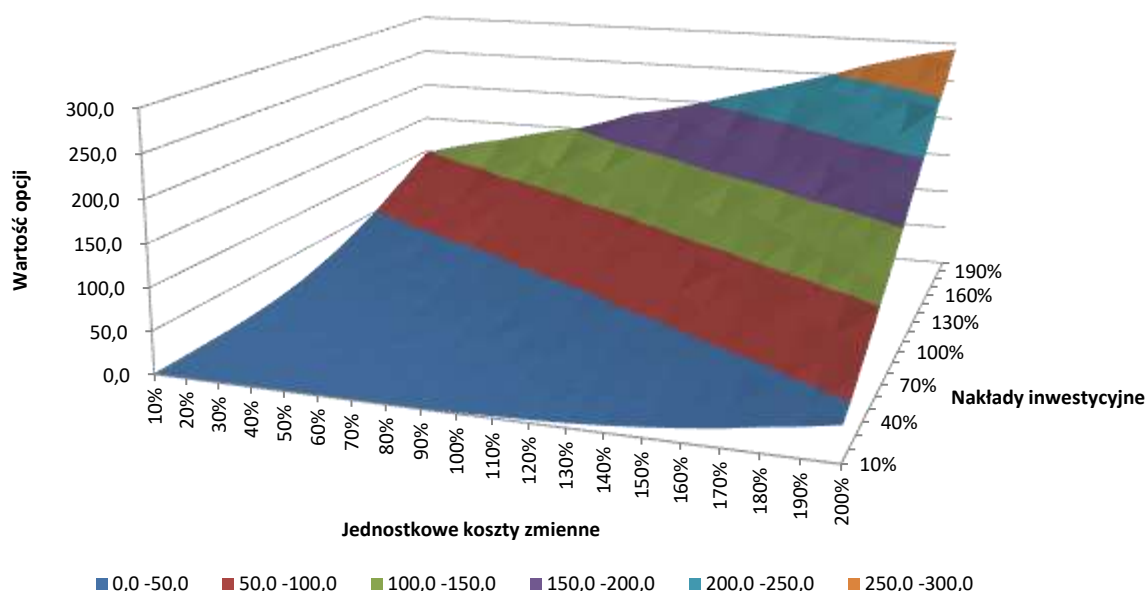
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Dwuwymiarowe analizy wskazują na bardzo zbliżone wartości opcji wzrostu w zależności od ceny produktu i wielkości popytu, wyznaczone za pomocą modeli Blacka-Scholesa i SWP. Obie metody wyceny wskazują na wysoką wartość opcji w przypadku niskiej ceny i dużego

popytu/sprzedaży. Współczynnik determinacji wynosi 0,9326, co wskazuje na stosunkowo wysokie dopasowanie do siebie wyników pochodzących z obu modeli. Warto zauważyć, że różnice między modelami rosną w przypadku wysokich wartości cen przy niewielkim popycie. W pozostałym zakresie wartości parametrów różnice między modelami są stosunkowo niewielkie. Maksymalna różnica między modelami wynosi 52,9 mln zł na korzyść SWP, co stanowi błąd rzędu 10% wartości opcji z modelu Blacka-Scholesa. Występujące różnice są jednak nieznaczne. Błąd standardowy średniej (z modelu SWP i Blacka-Scholesa) może tłumaczyć maksymalnie 1,0 mln z występujących różnic. Pozostała część niedokładności między modelami może być spowodowana niedokładnością szacowania parametrów wejściowych do modelu Blacka-Scholesa – zwłaszcza związanych z ustaleniem wartości bieżącej aktywa bazowego i sposobem szacowania zmienności. Szczegółowe dane z zaprezentowanej powyżej dwuwymiarowej analizy wrażliwości znajdują się w załączniku (zob. tabela 0.23, tabela 0.24 i tabela 0.25).

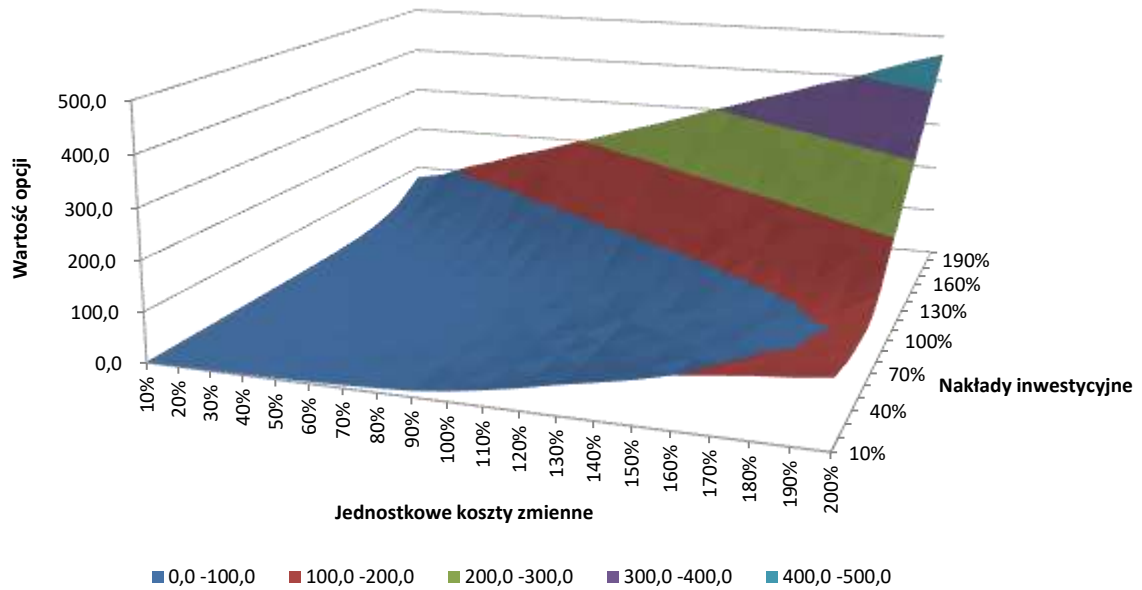
Na kolejnych wykresach (zob. rysunek 4.30, rysunek 4.31 i rysunek 4.32) przedstawiono wpływ parametrów jednostkowych kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych na wartość opcji zakończenia działalności inwestycji.

Rysunek 4.30 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji



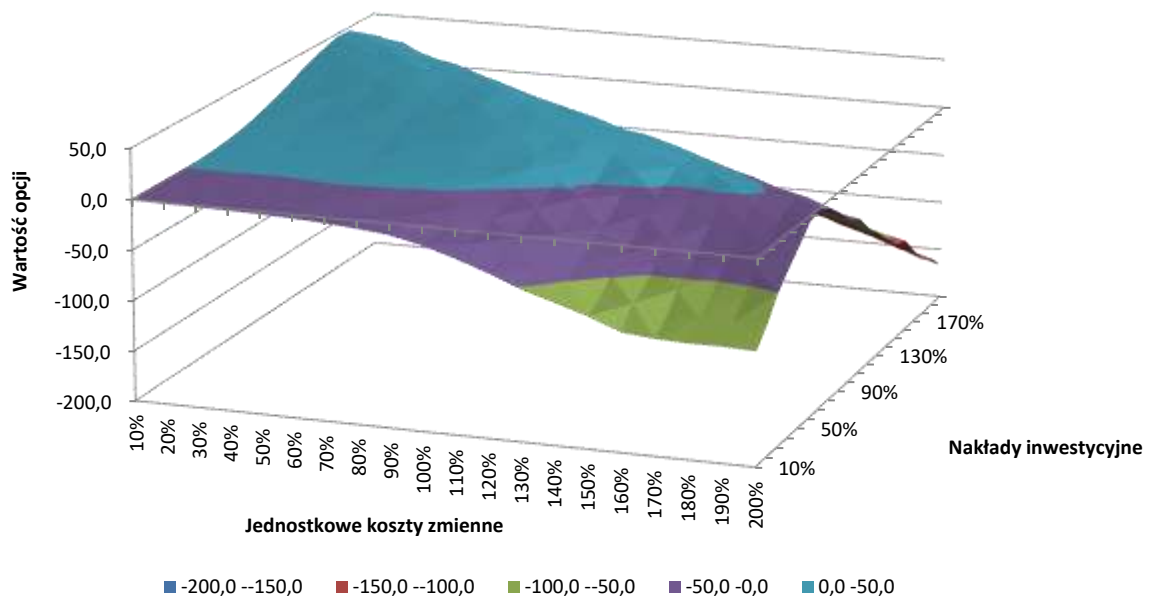
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.31 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.32 Wartość różnicy w wartości opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji



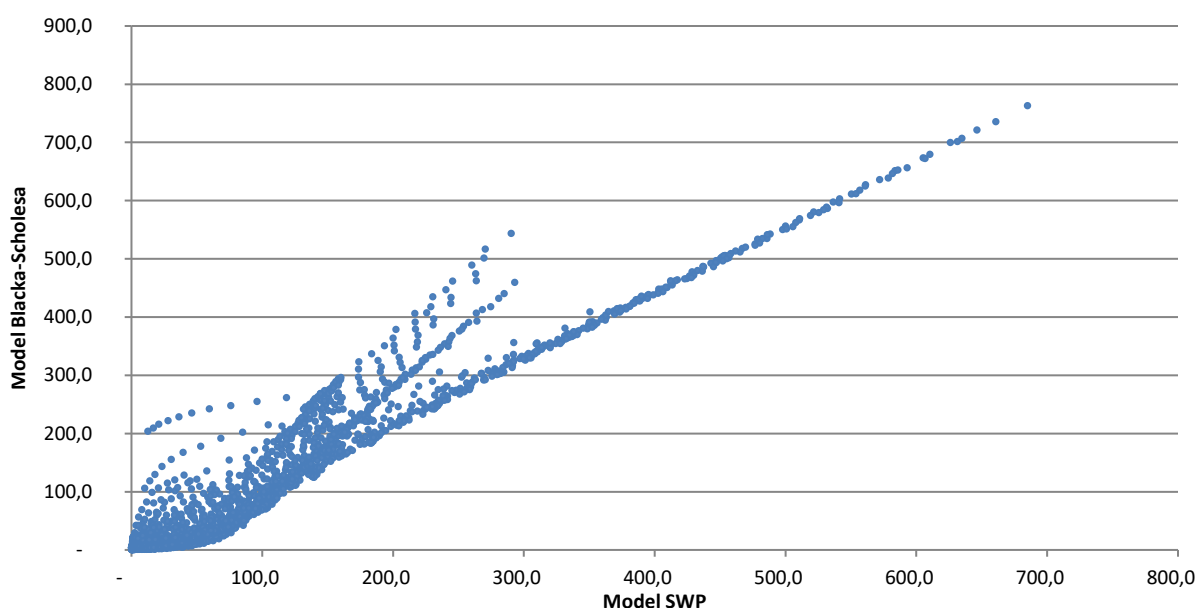
Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Przedstawione na rysunkach dwuwymiarowe analizy wrażliwości (zob. rysunek 4.30, rysunek 4.31 i rysunek 4.32) wskazują racjonalne wartości opcji, wynikające z obu modeli. Gdy nakłady inwestycyjne rosną, wzrasta także wartość, za jaką można tę inwestycję sprzedać. Sprawia to, że

gdy koszty zmienne są maksymalne, to wartość opcji także osiąga swoje maksimum. Wartości otrzymane z obydwu modeli nieznacznie się od siebie różnią. W większości przypadków model Blacka-Scholesa generuje większe wartości niż metoda SWP. Największe różnice występują, gdy wartości opcji są największe. Mimo to współczynnik determinacji pozostaje na wysokim poziomie, równym 0,9056. Tabele ze szczegółowymi wyliczeniami są dostępne w załączniku (zob. tabela 0.26, tabela 0.27 i tabela 0.28).

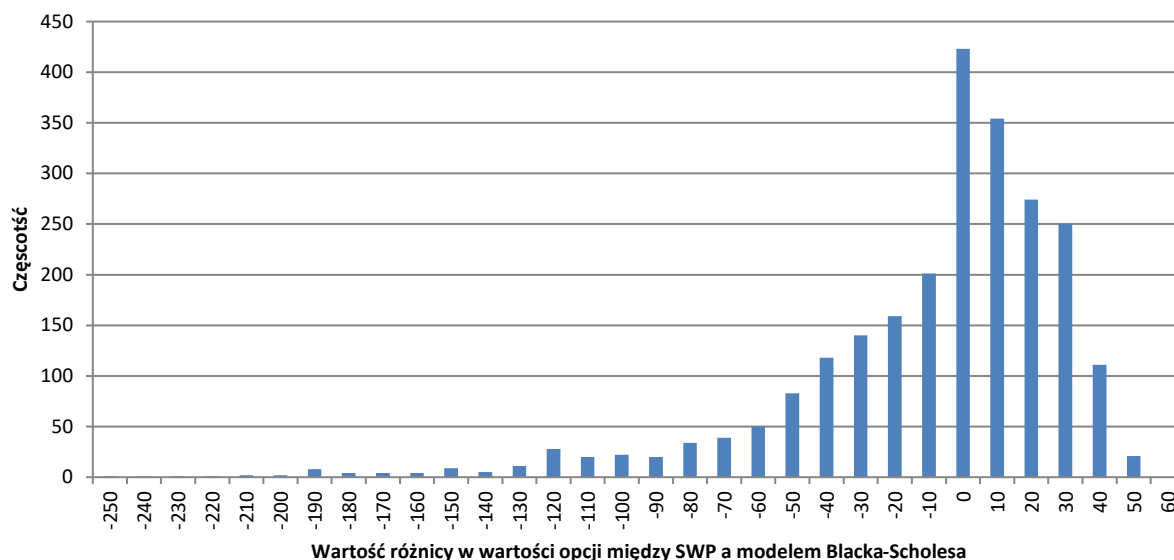
Pozostałe dwuwymiarowe analizy wrażliwości, a więc badanie ze względu na cenę i nakłady inwestycyjne, cenę i jednostkowe koszty zmienne, popyt i jednostkowe koszty zmienne oraz popyt i nakłady inwestycyjne znajdują się w aneksie (zob. tabela 0.21–tabela 0.40). Na ich podstawie, podobnie jak w podrozdziale 4.2.6, dokonano także szerokiej analizy zbieżności wyników wycen w różnych płaszczyznach. Wyniki tych prac widoczne są na rysunkach poniżej (zob. rysunek 4.33 i rysunek 4.34).

Rysunek 4.33 Wyniki wycen opcji zaprzestania działalności dokonanych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Rysunek 4.34 Wartość różnicy pomiędzy wynikami wycen opcji zaprzestania działalności dokonanych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa.



Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Różnice między wynikami otrzymanymi z obu modeli mają nieregularny charakter. W większości przypadków model Blacka-Scholesa generuje większe wartości, różnice najczęściej oscylują w granicach od -80 do 30 (BS > SWP). Mimo zaobserwowanych różnic współczynnik determinacji jest wysoki i wynosi 0,935. Różnice między wynikami otrzymanymi z obu modeli mogą wynikać z błędów standardowych szacowania średniej z próby w SWP oraz z błędów szacowania wartości parametrów wejściowych do modelu Blacka-Scholesa. Błędy te mogą się na siebie nakładać, co częściowo tłumaczy rozbieżności. Największe różnice w wynikach spowodowane są błędami w szacowaniu zmiennych wejściowych do modelu Blacka-Scholesa. Przekształcenia danych wyjściowych z modelu finansowego, na którym dokonywana była symulacja na zmienne wejściowe do modelu Blacka-Scholesa nie są idealne. Zastosowano podejście MAD, wobec czego symulacyjnie wyznaczono średnią wartość projektu bazowego z próby otrzymanej w symulacji (o 10 tys. iteracji) i przyjęto ją jako wartość aktywa bazowego. Cenę wykonania wyznaczono w podobny sposób, z tą różnicą, że przyjęto średnią bieżącą wartość netto wykonanej opcji. Niedokładność szacunków wartości parametrów wejściowych do modelu Blacka-Scholesa przełożyła się na brak precyzji w wycenie tym modelem. W dużej mierze tłumaczy to różnice, które powstały pomiędzy wycenami dokonanyymi za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa.

Walidacja modelu wyceny opcji zakończenia działalności wykazała, że zastosowana metoda SWP nie jest zbieżna z modelem Blacka-Scholesa. Różnice w wynikach wycen opcji zakończenia

działalności, przeprowadzonej obiema metodami, są na tyle istotne, że dają w tym przypadku podstawę do odrzucenia postawionej hipotezy.

4.4. Zastosowanie symulacyjnej wyceny porównawczej w praktyce

Główne problemy związane z zastosowaniem modelu Blacka-Scholesa do wyceny opcji realnych wynikają z założeń tej metody, które są szczegółowo opisane w podrozdziale 2.3. Na podstawie wyszczególnionych trudności można zestawić w kontrze zalety SWP jako metody służącej wycenie opcji realnych. Zestawienie zaprezentowano w tabeli (zob. tabela 4.29).

Tabela 4.29 Analiza najbardziej problematycznych założeń modelu Blacka-Scholesa pod kątem praktycznego zastosowania w porównaniu do SWP

Założenia modelu Blacka-Scholesa	Symulacyjna wycena porównawcza
Ograniczenie analitycznej formuły Blacka-Scholesa do wyceny opcji europejskich o ustalonym terminie wykonania	Modelowanie finansowe umożliwia dowolne ustalenie momentu wykonania opcji, w zależności od wybranych kryteriów. Opcje realne mają najczęściej charakter bermudzki – analizowane i wykonywane są w określonych punktach czasowych, które SWP pozwala modelować
Konieczność utworzenia portfela zabezpieczającego przed ryzykiem opcji	Model finansowy stosowany do SWP opisuje inwestycję kapitałową, na której zbudowana jest opcja realna. Zazwyczaj i inwestycja, i opcja mają unikatowy charakter, co skutecznie utrudnia budowę portfela replikującego. Niemniej jednak SWP zakłada wycenę na niekompletnym rynku, na którym ryzyko uwzględnione jest w przepływach pieniężnych i w koszcie kapitału
Znana i stała cena wykonania opcji	Możliwe jest uzmiennienie ceny wykonania opcji np. poprzez opis stochastyczny. Możliwe jest także wielokrotne lub sekwencyjne wykonanie opcji. Wykonanie następuje na podstawie obserwowalnej zmiennej decyzyjnej, którą jest realna zmienna, np. cena wpływająca na wartość projektu. W zależności od kształtowania się jej wartości oraz przyjętego progu następuje wykonanie opcji. Możliwe jest także określenie optymalnego momentu wykonania na podstawie obserwacji kluczowych parametrów, np. przez analizę wrażliwości
Występowanie jednego źródła niepewności	Poprzez modelowanie finansowe możliwe jest ujęcie dowolnej liczby źródeł ryzyka, połączonych ze sobą korelacjami, formułami lub nawet kopułami. Model finansowy scala wszystkie opisane stochastycznie zmienne, umożliwiając dzięki temu pełną analizę ryzyka projektu i opcji
Brak możliwości wyznaczenia wartości opcji współzależnych za pomocą formuły Blacka-Scholesa	SWP w swojej konstrukcji jest bardzo elastyczną metodą i umożliwia złożenie wielu opcji: współzależnych, następujących po sobie lub wykluczających się

Założenia modelu Blacka-Scholesa	Symulacyjna wycena porównawcza
Konieczność identyfikacji aktywa bazowego	Aktywem bazowym w SWP jest zawsze wartość projektu inwestycyjnego, na którym zbudowana jest opcja. Nie jest konieczna jego identyfikacja, ale odpowiedni opis za pomocą modelowania finansowego
Wykorzystanie geometrycznego ruchu Browna ze stałym poziomem zmienności do opisu zmian wartości aktywa bazowego	Stochastyczne zmienne wejściowe opisują zmiany wartości projektu w metodzie SWP. Nie ma konieczności odwoływania się do błędzenia losowego, skoro można za pomocą opisu ryzyka ustalić potencjalne zachowanie się wartości projektu. Możliwy jest opis zależności między zmiennymi, np. w postaci korelacji. Co więcej, w przypadku SWP nie jest konieczne założenie o stałym poziomie zmienności – wartość projektu będzie charakteryzowała się zmiennością wynikającą z ryzyka parametrów wejściowych
Określony, stały czas życia opcji	Opcja może mieć zmienny czas życia, zależny np. od rozwoju technologii lub działań konkurencji. Można go dowolnie modelować
Określenie wartości aktywa bazowego i wartości opcji	Wyznaczenie wartości opcji odbywa się poprzez warunkowe porównanie dwóch symulacyjnych modeli finansowych opisujących stan, w którym występuje opcja realna (i może być wykonana lub nie) i stan, w którym nie występuje. Wynikiem uzyskanym przy zastosowaniu SWP, oprócz rozkładu wartości opcji, mogą być dodatkowe informacje, np. rozkład modelu bazowego i z opcją, zmiennej decyzyjnej, prawdopodobieństwo wykonania opcji itp.

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że SWP jest lepiej dopasowana do sytuacji występujących w projektach inwestycyjnych zawierających elastyczność decyzyjną niż model Blacka-Scholesa. Możliwość opisywania dowolnych projektów inwestycyjnych oraz opcji w modelach finansowych przekłada się bezpośrednio na prostotę i uniwersalność algorytmu, co pomaga w praktycznym zastosowaniu. Założenia SWP są lepiej oddają realne sytuacje decyzyjne, są zdecydowanie mniej restrykcyjne od tych, które są podstawą modelu Blacka-Scholesa. Umożliwiają w prostszy i łatwiejszy sposób modyfikacje finansowego modelu wyceny, co umożliwia szerszą i bardziej intuicyjną aplikację. Szacowanie parametrów wejściowych w metodzie SWP odbywa się na podstawie danych rynkowych, doskonale znanych menedżerom. Nie ma konieczności zastosowania geometrycznego ruchu Browna lub innego procesu stochastycznego. Dodatkowym plusem jest możliwość podejmowania decyzji o wykonaniu opcji na podstawie obserwowalnego, rynkowego parametru, np. ceny. SWP omija w ten sposób trudności towarzyszące wycenie za pomocą modelu Blacka-Scholesa. Dodatkowo z metody SWP

wynika więcej informacji, pozwala ona na analizę wielu parametrów wejściowych, w tym zmiennej decyzyjnej, i ich bezpośredniego wpływu na wartość projektu i zawartej w nim opcji. Wszystkie wymienione czynniki oraz te zawarte w tabeli (zob. tabela 4.29) powodują, że zastosowanie SWP w praktyce powinno być dużo łatwiejsze i bardziej intuicyjne niż model Blacka-Scholesa. SWP pozwala także na podejmowanie racjonalnych decyzji zarządczych, dostarcza bowiem informacji nie tylko o wartości opcji realnej i jej rozkładzie wynikowym, ale także o towarzyszącym jej ryzyku. Należy zauważyć, że przedstawiana metoda wyceny opcji realnych umożliwia implementowanie znanych i powszechnie stosowanych metod analizy ryzyka, takich jak drzewa decyzyjne lub analiza scenariuszy, umożliwiając kompleksową ocenę projektu. Wpisuje się także w ogólnie akceptowalny nurt wyceny inwestycji metodami dyskontowymi.

Potencjalnymi problemami, które mogą się pojawić przy zastosowaniu SWP w praktyce są:

- konieczność zbudowania kompleksowego, często skomplikowanego modelu finansowego,
- prognozowanie kluczowych zmiennych modelu i określenie ryzyka z nimi związanego,
- proces symulacji i interpretacja wyników.

Wymienione powyżej trudności nawiązują wprost do wiedzy i umiejętności z zakresu modelowania procesów gospodarczych, analizy ryzyka i wyceny inwestycji. Badania wskazują³²⁸, że przedsiębiorcy najczęściej korzystają z prostych narzędzi budżetowania kapitałowego takich jak NPV, okres zwrotu lub IRR. Co więcej, większe organizacje gospodarcze, które korzystają z usług analityków biznesowych wprowadzają bardziej wyrafinowane metody oceny efektywności inwestycji, w tym symulacje, drzewa decyzyjne. Wiedza ekspercka z zakresu opcji realnych i ich wyceny jest mało popularna co zmniejsza krąg zainteresowanych osób i instytucji. Dodatkowo, stworzenie złożonego, symulacyjnego modelu finansowego na potrzeby wyceny opcji realnych zawierającego formuły warunkowe umożliwiające ich wykonanie a w dodatku zrozumienie jego działania będzie w większości przypadków odstraszało potencjalnych użytkowników. Można się spodziewać, że podobnie jak obecnie, opcje realne, niezależnie od technik ich wyceny, będą wykorzystywane głównie przez większe przedsiębiorstwa lub osoby mające specjalistyczną wiedzę w tym zakresie.

³²⁸ P. Adamczyk, W. Rogowski, *Opcje realne...*, s. 59–90.

Zakończenie

Wszelkie decyzje inwestycyjne są podejmowane na podstawie rachunku ekonomicznego, który ma wykazać, czy dane przedsięwzięcie jest efektywne. Miarodajna kalkulacja powinna uwzględniać wszystkie czynniki wpływające na wartość. Szczególnie istotne w tym kontekście jest włączenie do rachunku ekonomicznego działań, które dają możliwość elastycznego reagowania na zmienność otoczenia. Koncepcja opcji realnych to pod tym względem duży krok naprzód w wycenie projektów inwestycyjnych. Od początków jej istnienia znaczącym problemem była kwestia wyceny i mimo że od pierwszych prób pomiaru wartości opcji realnych minęło niemal 50 lat, problem ten pozostaje aktualny. Przez ten czas pojawiło się wiele modeli wyceny, w tym najslawniejszy Blacka-Scholesa, który mimo upływu czasu nadal jest często wykorzystywanym narzędziem, jednak narzędziem niepozbawionym wad. Przez lata naukowcy i praktycy podjęli wiele prób, aby udoskonalić koncepcję wyceny poprzez uzupełnienia analitycznej formuły Blacka-Scholesa np. o wypłatę dywidend, włączanie nowych teorii – m.in. teorii perspektywy³²⁹ czy innych zagadnień teorii behawioralnej³³⁰ – a także wykorzystywanie nowych technik, takich jak symulacje lub zbiory rozmyte³³¹. Niestety liczne badania naukowe potwierdzają, że zastosowanie opcji realnych i ich wycena w praktyce nie cieszą się wielkim powodzeniem.

Niniejsza monografia jest kolejną próbą przybliżenia teorii opcji realnych do praktycznego zastosowania. Po przeprowadzeniu pogłębionych studiów literaturowych pod kątem teorii opcji realnych, a zwłaszcza metod ich wyceny, autor zidentyfikował wiele problemów (zob. podrozdziały 2.3.1 i 2.3.2). Trudności występowały zarówno na płaszczyźnie metodycznej, związanej z założeniami poszczególnych metod lub przyjętymi uproszczeniami, jak i praktycznej, objawiającej się najczęściej słabym zrozumieniem narzędzia wyceny i trudnościami z szacowaniem parametrów. Analiza wybranych cech poszczególnych metod wyceny opcji realnych (zob. podrozdział 2.3.3) wykazała, że najwięcej do zaoferowania w praktycznym zastosowaniu ma metoda Datara-Mathewsa, jednak i ona nie jest pozbawiona wad. Przykładowo – dyskontowanie nakładów inwestycyjnych stopą wolną od ryzyka jest dyskusyjne i może być mylące dla praktyków,

³²⁹ M. Jarzęcki, *Wykorzystanie teorii perspektywy w podejściu opcyjnym do finansowej oceny inwestycji przedsiębiorstw*, rozprawa doktorska, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Poznań 2017.

³³⁰ H. Posen, M. Leiblein, J. Chen, *Toward a Behavioral Theory of Real Options: Noisy Signals, Bias, and Learning*, *Strategic Management Journal* 2018, Vol. 39 (4), s. 1112–1138.

³³¹ B. Rębiasz, *The Valuation of Real Options in a Hybrid Environment*, *Operations Research & Decisions* 2019, Vol. 29 (1), s. 97–119.

którzy stosują do tego celu średnioważony koszt kapitału (WACC) lub koszt kapitału własnego. W metodzie tej pojawia się także uproszczenie polegające na wykorzystaniu zysków operacyjnych jako przybliżenia wartości korzyści wynikających z realizacji inwestycji. Obniża to precyzję wyników i sprawia, że wycena nie jest kompletna, gdyż nie uwzględnia m.in. amortyzacji, zmian w kapitale pracującym, co w projektach inwestycyjnych zazwyczaj stanowi istotną wartość. Pomimo to metoda Datara-Mathewsa odchodzi od wielu założeń klasycznego modelu Blacka-Scholesa, m.in. o logarytmiczno-normalnym rozkładzie wartości aktywa bazowego ze stałym poziomem zmienności, co jest jej niewątpliwą zaletą. Umożliwia odwzorowanie w uproszczonym modelu finansowym sytuacji, w których czas życia opcji jest skrócony, np. poprzez działania konkurencji, przez co wycena opcji za pomocą tego modelu jest prostsza i bardziej intuicyjna niż w modelu Blacka-Scholesa.

Podobny trud – odejścia od skomplikowanych, a czasem niemożliwych do zrealizowania w praktyce założeń klasycznego modelu Blacka-Scholesa – podjął prof. T. Wiśniewski, który sformułował metodę wyceny elastyczności w projektach inwestycyjnych, zwaną dwukrotną symulacją Monte Carlo (2MC). Najprościej to ujmując, wartość opcji realnej w tej metodzie jest określana jako różnica między wartością projektu z opcją a wartością projektu bez opcji. Obydwie wartości są wyliczane jako średnia z wyników uzyskanych w symulacji Monte Carlo i są zależne od deterministycznych i stochastycznych parametrów wejściowych. Duża swoboda modelowania w tej metodzie, operowanie na modelach finansowych tworzonych w znanym praktykom środowisku MS Excel, na danych pozyskiwanych „z rynku” to niewątpliwie cechy, które sprzyjają praktycznemu zastosowaniu tej metody. Poza tym 2MC umożliwia uwzględnienie wszystkich czynników ryzyka, zgodnie z metodą zaproponowaną przez Copelanda i Antikarova, oraz rozpatrywanie nawet najbardziej złożonych opcji i ich złożzeń. Pomimo swoich niewątpliwych zalet należy zauważyć, że 2MC w swoim algorytmie kwantyfikuje szerszą od opcji wartość, a mianowicie ekonomiczny wynik związany z wykorzystaniem elastyczności decyzyjnej (zob. podrozdział 3.2.1). Wskazuje to na konieczność dokonania korekt w algorytmie metody 2MC, tak aby możliwe było szacowanie wartości opcji realnych.

Kolejnym krokiem, który podjął autor, była modyfikacja 2MC, oparta na metodzie Datara-Mathewsa i zaproponowanie własnej metody wyceny opcji realnych o nazwie symulacyjna wycena porównawcza (SWP). Założenia oparte na dyskontowych metodach wyceny inwestycji (a zwłaszcza NPV) były podwaliną (zob. podrozdział 3.2.2) do stworzenia procedury wyceny opcji

realnych, bazującej na modelu finansowym przedsięwzięcia i symulacji Monte Carlo (zob. podrozdział 3.2.3). Symulacyjna wycena porównawcza opcji realnych polega na warunkowym porównaniu wartości oczekiwanej projektu, w którym opcja realna jest wykonana (NPV_{ROZ}), i wartości inwestycji, na której opcja jest zbudowana (NPV_{BAZ}). Modele finansowe charakteryzujące inwestycję z opcją i bazową (bez opcji) poprzez opis towarzyszących im założeń, parametrów (stochastycznych i deterministycznych) i wzajemnych powiązań pozwalają uzyskać niezbędne do rachunku efektywności inwestycji dane. Stochastyczny opis zmiennych wejściowych umożliwia dokonanie symulacji na modelach i złożenie wielu wzajemnie na siebie oddziałujących czynników ryzyka w jeden, prosty do interpretacji rozkład, który ułatwia ocenę wartości oraz ryzyka. Wartość projektu rozszerzonego, w odróżnieniu od tej uzyskanej z inwestycji bazowej, uwzględnia wszelkie nakłady niezbędne do utrzymania i wykonania opcji realnej. Uwzględnia także oczekiwane, bezpośrednie (np. zwiększenie wpływów ze sprzedaży) i pośrednie korzyści jej towarzyszące (np. korzyści podatkowe czy synergiczne). Wyznaczenie wartości opcji realnej w metodzie SWP polega na określeniu w każdej iteracji różnicy między projektem bazowym a rozszerzonym, w którym jest zawarta opcja. Jeżeli różnica ta jest ujemna, to wartość opcji w tej iteracji jest równa zero. Jeśli jest większa, to jako wartość opcji jest przyjmowana wyznaczona dodatnia wartość. Wyznaczenie wartości oczekiwanej z tak otrzymanego zbioru dodatnich różnic i zer oznacza wycenę zawartej w projekcie opcji realnej metodą SWP.

Zaproponowana metoda została sprawdzona na przykładzie dwóch prostych opcji – wzrostu i zakończenia działalności (zob. podrozdziały 4.2 i 4.3). Wycena obu przypadków metodą SWP umożliwiła weryfikację zbudowanych modeli (zob. podrozdziały 4.2.5 i 4.3.5). Analiza wykazała, że modele zachowują się zgodnie z oczekiwaniami wynikającymi z zachowania się podmiotów gospodarczych. Generują poprawne, mieszczące się w racjonalnych ekonomicznie zakresach wartości. Weryfikację przeprowadzono za pomocą stosownych badań, m.in. analizy wrażliwości oraz testu wartości ekstremalnych.

Kluczową częścią niniejszej monografii są podrozdziały 4.2.6 i 4.3.6, w których dokonano walidacji modeli SWP przy wykorzystaniu wycenionych w poprzedzających podrozdziałach opcji prostych. Walidacja została przeprowadzona w sposób pośredni, poprzez porównanie wyników uzyskanych w modelu SWP do uzyskanych z modelu Blacka-Scholesa. Brak wystarczającej ilości jednorodnych inwestycji zawierających zbliżone do siebie opcje realne uniemożliwił bezpośrednie porównanie wyników uzyskanych za pomocą SWP z rzeczywistością. Spowodowało to, że chcąc skutecznie i

wiarygodnie dokonać walidacji, należało skierować się w stronę powszechnie stosowanego modelu Blacka-Scholesa, który został użyty jako model referencyjny. Tego typu podejście, polegające na przyjęciu powszechnie stosowanego i akceptowanego modelu wyceny za najbardziej zbliżony do rzeczywistości, a następnie wykorzystanie go w procesie walidacji, jest powszechnie stosowanym narzędziem sprawdzania modeli symulacyjnych³³². Szczegółowe podejście do walidacji zostało opisane w podrozdziale 4.1.2.

Wyniki weryfikacji a zwłaszcza walidacji wykazały, że należy odrzucić stawianą przez autora hipotezę, brzmiącą: „wycena prostych opcji realnych przy pomocy symulacyjnej wyceny porównawczej (SWP) i modelu Blacka-Scholesa prowadzi do identycznych wyników”. Na podstawie analiz przeprowadzonych w podrozdziałach 4.2.6 i 4.3.6 można wnioskować, że choć wyniki są mocno zbliżone, to nie są identyczne. Wskazuje na to współczynnik determinacji, który w przypadku opcji wzrostu osiągnął wartość 0,9966, a w przypadku opcji zakończenia działalności 0,9326. O ile w przypadku opcji wzrostu można potwierdzić stawianą hipotezę, to w przypadku bardziej złożonej opcji zakończenia działalności należy, mimo dużego podobieństwa wyników ją odrzucić. Dodatkowym argumentem obalającym stawianą hipotezę jest występowanie istotnych różnic w pojedynczych analizach wrażliwości, zwłaszcza widoczną dla opcji zakończenia działalności. We wskazanych podrozdziałach opisano statystycznie także różnice i podobieństwa w wycenach opcji dokonywanych za pomocą metody SWP i modelu Blacka-Scholesa. Przeprowadzone analizy (zob. podrozdziały 4.2 i 4.3) oraz identyfikacja problemów i korzyści w praktycznym zastosowaniu (zob. podrozdział 4.4) wskazują, że korzystanie z metody SWP będzie uzasadnione w przypadku:

- złożonych, sekwencyjnych opcji realnych o wielu źródłach niepewności,
- opcji, dla których analityczna formuła Blacka-Scholesa nie ma swej postaci, np. opcji amerykańskich, bermudzkich,
- opcji współzależnych i tych narażonych na działania konkurencji bądź opcji o nieokreślonym lub niestałym czasie życia,
- gdy cena wykonania opcji nie jest stała lub znana,
- konieczności ustalenia optymalnego momentu wykonania opcji,
- konieczności dostarczenia większej ilości informacji na temat realizowanej opcji,

³³² M.S. Martis, *Validation of Simulation...* Walidacji swojego modelu wyceny opcji realnych poprzez porównanie do drzew dwumianowych dokonuje także Datar i Matthews np. w: V. Datar, S. Mathews, *European Real Options...*

- dużej złożoności strategii inwestycyjnych przedsiębiorstw i konieczności implementowania analizy opcji realnych do systemu budżetowania kapitałowego w przedsiębiorstwie.

Pomimo szerokiego zakresu i kompleksowości monografia nie wyczerpuje całości zagadnienia. Przedstawiony model wyceny opcji realnych SWP był sprawdzany metodami weryfikacyjnymi i walidacyjnymi jedynie dla prostych opcji, o charakterze europejskim, bez wpływu konkurencji. Poza tym zagadnienia związane z walidacją opierały się jedynie na modelu Blacka-Scholesa, który dla celów wyceny opcji realnych przyjmuje daleko idące uogólnienia i dyskusyjne metody szacowania parametrów (choćby zmienności lub wartości aktywa bazowego). Mimo zasygnalizowania tych problemów, zagadnienia te pozostają kwestią otwartą, gdyż nie były celem niniejszej monografii. Będą one z całą pewnością stanowić wyzwania dla naukowców jeszcze przez długi czas.

Spis tabel

Tabela 1.1 Ryzyko i niepewność – charakterystyka definicji oraz warunki podejmowania decyzji zarządczych	16
Tabela 2.1 Wpływ podstawowych czynników na wartość opcji.....	46
Tabela 2.2 Wybrane podobieństwa i różnice między zmiennymi wpływającymi na wartość opcji realnych i finansowych	49
Tabela 2.3 Porównanie wybranych podejść do wyceny opcji realnych	81
Tabela 2.4 Porównanie wybranych metod wyceny opcji realnych	83
Tabela 2.5 Wady i zalety wybranych modeli wyceny opcji realnych.....	84
Tabela 2.6 Ocena wybranych metod wyceny opcji realnych pod kątem praktycznego zastosowania	86
Tabela 3.1 Algorytm szacowania wolnych przepływów pieniężnych w modelu finansowym służącym do wyceny opcji realnych.....	93
Tabela 3.2 Walidacja i weryfikacja modelu symulacyjnego według wybranych autorów	98
Tabela 4.1 Zmienne w modelu NPV inwestycji głównej – wartości średnie	131
Tabela 4.2 NPV inwestycji głównej (realizacja projektu badawczego, a następnie inwestycji głównej) – wartości średnie	131
Tabela 4.3 Analiza kluczowych dla inwestycji głównej czynników ryzyka.....	134
Tabela 4.4 Symulacyjny model NPV inwestycji bazowej	136
Tabela 4.5 Symulacyjny model NPV inwestycji pilotażowej i głównej	137
Tabela 4.6 Statystyki opisowe rozkładu wynikowego symulacyjnego modelu NPV projektu rozszerzonego	140
Tabela 4.7 Statystyki opisowe rozkład wartości opcji realnej uzyskanego za pomocą metody SWP.....	141
Tabela 4.8 Analiza zachowania SWP w przypadku wystąpienia ekstremalnych wartości zmiennych stochastycznych	145
Tabela 4.9 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu.....	150
Tabela 4.10 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od wartości popytu.....	151

Tabela 4.11 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych	152
Tabela 4.12 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (rozpoczęcia inwestycji głównej).....	153
Tabela 4.13 Warianty dwuwymiarowej analizy wrażliwości SWP i modelu Blacka-Scholesa.	158
Tabela 4.14 Prognozowane średnie wartości parametrów w okresie realizacji inwestycji	161
Tabela 4.15 Model finansowy 12-letniej inwestycji – prognozowane wartości średnie.....	162
Tabela 4.16 Zmienne stochastyczne i ich rozkłady	163
Tabela 4.17 Symulacyjny model efektywności inwestycji – model bazowy	165
Tabela 4.18 Symulacyjny model efektywności projektu z opcją	166
Tabela 4.19 Symulacyjny model efektywności projektu z opcją – wartość NPV w przypadku wykonania opcji zakończenia działalności	167
Tabela 4.20 Statystyki rozkładu wartości wynikowych z symulacji Monte Carlo dokonanej na modelu bazowym.....	169
Tabela 4.21 Statystyki wartości rozkładu uzyskanego z symulacji Monte Carlo dokonanej na modelu rozszerzonym z warunkowym wykonaniem opcji zakończenia działalności.....	170
Tabela 4.22 Analiza statystyczna wartości opcji zakończenia działalności wyznaczona za pomocą metody SWP.....	171
Tabela 4.23 Weryfikacja modelu SWP opcji wzrostu ze względu na ekstremalne wartości zmiennych wejściowych.....	172
Tabela 4.24 Współczynnik determinacji (R kwadrat) dla wartości opcji zakończenia działalności wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa i SWP	175
Tabela 4.25 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany cen produktu – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa	175
Tabela 4.26 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany jednostkowych kosztów zmiennych – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa	176
Tabela 4.27 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany popytu – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa	177
Tabela 4.28 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany nakładów inwestycyjnych – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa	178

Tabela 4.29 Analiza najbardziej problematycznych założeń modelu Blacka-Scholesa pod kątem praktycznego zastosowania w porównaniu do SWP	186
Tabela 0.1 Analiza stochastycznych danych wejściowych i wyjściowych modelu SWP (opcja wzrostu) – dane w centylach	202
Tabela 0.2 Analiza stochastycznych danych wejściowych i wyjściowych modelu SWP – analiza statystyczna wyników symulacji	203
Tabela 0.3 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny produktu (nagłówek) i popytu (boczek).....	204
Tabela 0.4 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu (nagłówek) i popytu (boczek)	205
Tabela 0.5 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonymi za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od (nagłówek) i popytu (boczek)	206
Tabela 0.6 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (boczek)	207
Tabela 0.7 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (boczek)	208
Tabela 0.8 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonymi za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (boczek)	209
Tabela 0.9 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny (nagłówek) i jednostkowych kosztów zmiennych (boczek).....	210
Tabela 0.10 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny (nagłówek) i jednostkowych kosztów zmiennych (boczek)	211
Tabela 0.11 Wartość różnicy między wartościami opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny (nagłówek) i jednostkowych kosztów zmiennych (boczek).....	212
Tabela 0.12 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek).....	213
Tabela 0.13 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek)	214

Tabela 0.14 Wartość różnicy między wartościami opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek) .	215
Tabela 0.15 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i popytu (wielkości sprzedaży) (boczek)	216
Tabela 0.16 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i popytu (wielkości sprzedaży) (boczek)	217
Tabela 0.17 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i popytu (wielkości sprzedaży) (boczek)	218
Tabela 0.18 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od popytu/wartości sprzedaży (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek)	219
Tabela 0.19 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od popytu/wartości sprzedaży (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek)	220
Tabela 0.20 Wartość różnicy w wartości opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od popytu/wartości sprzedaży (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek)	221
Tabela 0.21 Analiza stochastycznych danych wejściowych i wyjściowych modelu SWP (opcja zakończenia działalności) – dane w centylach	222
Tabela 0.22 Analiza stochastycznych danych wejściowych i wyjściowych modelu SWP (opcja zakończenia działalności)	223
Tabela 0.23 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od ceny produktu i popytu.....	225
Tabela 0.24 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu i popytu.....	226
Tabela 0.25 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu i popytu	227
Tabela 0.26 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych	228
Tabela 0.27 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych.....	229

Tabela 0.28 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od kosztów zmiennych i wartości nakładów inwestycyjnych	230
Tabela 0.29 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od ceny i jednostkowych kosztów zmiennych.....	231
Tabela 0.30 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny i jednostkowych kosztów zmiennych.....	232
Tabela 0.31 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny i jednostkowych kosztów zmiennych	233
Tabela 0.32 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od ceny i nakładów inwestycyjnych	234
Tabela 0.33 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny i nakładów inwestycyjnych.....	235
Tabela 0.34 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny i nakładów inwestycyjnych	236
Tabela 0.35 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i popytu.....	237
Tabela 0.36 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jedn. kosztów zmiennych i popytu	238
Tabela 0.37 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i popytu.....	239
Tabela 0.38 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od popytu i nakładów inwestycyjnych	240
Tabela 0.39 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od popytu i nakładów inwestycyjnych.....	241
Tabela 0.40 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od popytu i nakładów inwestycyjnych	242

Spis rysunków

Rysunek 1.1 Koncepcja wykorzystania metody Monte Carlo do analizy ryzyka projektu	27
Rysunek 1.2 Ekonomiczna efektywność elastyczności decyzyjnej na moment wyceny.....	32
Rysunek 1.3 Premia wynikająca z opcji realnych	36
Rysunek 2.1 Zależność wartości wewnętrznej opcji od ceny instrumentu bazowego	47
Rysunek 2.2 Związek wartości opcji z wartością wewnętrzną i czasową na przykładzie europejskiej opcji kupna	48
Rysunek 2.3 Wycena opcji w drzewie dwumianowym metodą ekwiwalentu opcji	64
Rysunek 2.4 Wycena opcji kupna metoda obojętności na ryzyko	66
Rysunek 2.5 Porównanie modelu Blacka-Scholesa i Datara-Mathewsa.....	69
Rysunek 3.1 Proces tworzenia modelu symulacyjnego	91
Rysunek 3.2 Idea wyceny opcji realnych metodą dwukrotnej symulacji Monte Carlo	104
Rysunek 4.1 Opcja wzrostu – sytuacja decyzyjna na moment wyceny	129
Rysunek 4.2 NPV projektu pilotażowego i głównej inwestycji – sytuacja decyzyjna na moment wyceny	132
Rysunek 4.3 Symulacyjny model wyceny opcji realnych (SWP) – algorytm wyceny opcji wzrostu	135
Rysunek 4.4 Rozkład wynikowy symulacyjnego modelu NPV projektu rozszerzonego	139
Rysunek 4.5 Rozkład wynikowy wartości opcji realnej uzyskany za pomocą metody SWP	141
Rysunek 4.6 Wartość opcji realnej a decyzje zarządcze na moment wyceny	142
Rysunek 4.7 Cena produktu – zmienna losowa w modelu – opis stochastyczny i wylosowane wartości	144
Rysunek 4.8 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu.....	149
Rysunek 4.9 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od wartości popytu	150
Rysunek 4.10 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych	151
Rysunek 4.11 Wartość opcji realnej wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (rozpoczęcia inwestycji głównej).....	152

Rysunek 4.12 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny produktu i popytu	154
Rysunek 4.13 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu i popytu.....	154
Rysunek 4.14 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonymi za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa (SWP-BS) w zależności od ceny produktu i popytu	155
Rysunek 4.15 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych.....	156
Rysunek 4.16 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych	156
Rysunek 4.17 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonymi za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych	157
Rysunek 4.18 Wartości opcji wzrostu wyznaczonych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa – zbieżność modeli.....	159
Rysunek 4.19 Wartość różnicy w wynikach wycen opcji wzrostu dokonanych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa	159
Rysunek 4.20 Wyniki symulacji modelu bazowego	168
Rysunek 4.21 Wyniki symulacji Monte Carlo dokonanej na modelu rozszerzonym z warunkowym wykonaniem opcji zakończenia działalności.....	169
Rysunek 4.22 Wartość opcji zakończenia działalności wyznaczona za pomocą metody SWP.....	170
Rysunek 4.23 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany cen produktu – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa	175
Rysunek 4.24 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany jednostkowych kosztów zmiennych – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa.....	176
Rysunek 4.25 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany popytu – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa.....	177
Rysunek 4.26 Analiza wrażliwości wartości opcji zakończenia działalności na zmiany nakładów inwestycyjnych – porównanie SWP i modelu Blacka-Scholesa	178
Rysunek 4.27 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny produktu i popytu.....	179

Rysunek 4.28 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu i popytu.....	180
Rysunek 4.29 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa i SWP w zależności od ceny produktu i popytu.....	180
Rysunek 4.30 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji.....	181
Rysunek 4.31 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji	182
Rysunek 4.32 Wartość różnicy w wartości opcji zaprzestania działalności wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji.....	182
Rysunek 4.33 Wyniki wycen opcji zaprzestania działalności dokonanych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa	183
Rysunek 4.34 Wartość różnicy pomiędzy wynikami wycen opcji zaprzestania działalności dokonanych za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa.	184

Aneks

Tabela 0.1 Analiza stochastycznych danych wejściowych i wyjściowych modelu SWP (opcja wzrostu) – dane w centylach

Centyle	NPV z opcją	Stopa zwrotu	Wartość opcji realnej (SWP)	Wartość opcji realnej (BS)	Cena1	Cena2	Cena3	Cena4	Cena5	Cena6	Cena7	Cena8	Cena9	Cena10	Inwestycja ³³³	JKZ1	JKZ2	JKZ3	JKZ4	JKZ5	JKZ6	JKZ7	JKZ8	JKZ9	JKZ10	JKZ11	Popyt 1	Popyt 2	Popyt 3	Popyt 4	Popyt 5	Popyt 6	Popyt 7	Popyt 8	Popyt 9	Popyt 10
0%	-384,50	-10,94	0,00	35,99	9,80	9,60	9,70	10,00	10,20	10,31	10,30	10,10	10,00	9,70	0,00	6,50	6,50	6,00	6,00	5,50	5,50	5,50	5,50	6,00	6,00	6,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,00	0,02
10%	-157,23	-0,90	0,00	35,99	9,89	9,80	10,00	10,29	10,52	10,59	10,57	10,36	10,20	9,94	0,00	6,55	6,55	6,10	6,10	5,65	5,65	5,65	5,65	6,10	6,10	6,10	10,00	9,97	11,00	12,07	12,56	11,54	11,00	11,02	9,95	8,95
20%	-112,81	-0,48	0,00	35,99	9,93	9,88	10,12	10,41	10,66	10,71	10,68	10,46	10,28	10,03	0,00	6,60	6,60	6,20	6,20	5,80	5,80	5,80	5,80	6,20	6,20	6,20	13,38	13,41	14,75	16,13	16,80	15,40	14,77	14,80	13,36	12,03
30%	-80,87	-0,25	0,00	35,99	9,95	9,95	10,22	10,50	10,76	10,80	10,76	10,54	10,35	10,10	0,00	6,65	6,65	6,30	6,30	5,95	5,95	5,95	5,95	6,30	6,30	6,30	15,89	15,88	17,48	19,07	19,89	18,32	17,56	17,51	15,87	14,28
40%	-53,84	-0,08	0,00	35,99	9,98	10,00	10,29	10,58	10,84	10,88	10,84	10,61	10,40	10,17	1,00	6,70	6,70	6,40	6,40	6,10	6,10	6,10	6,10	6,40	6,40	6,40	18,04	18,07	19,85	21,67	22,56	20,75	19,89	19,86	18,03	16,20
50%	-27,70	0,01	0,00	35,99	10,00	10,05	10,36	10,65	10,92	10,95	10,90	10,67	10,45	10,22	1,00	6,75	6,75	6,50	6,50	6,25	6,25	6,25	6,25	6,50	6,50	6,50	20,08	20,09	22,10	24,06	25,05	23,08	22,14	22,08	20,04	18,02
60%	-1,50	0,14	0,00	35,99	10,02	10,11	10,42	10,71	10,99	11,01	10,96	10,73	10,51	10,29	1,00	6,80	6,80	6,60	6,60	6,40	6,40	6,40	6,40	6,60	6,60	6,60	22,09	22,12	24,29	26,50	27,60	25,45	24,32	24,31	22,06	19,82
70%	27,23	0,26	27,23	35,99	10,04	10,17	10,48	10,77	11,06	11,08	11,04	10,79	10,58	10,35	1,00	6,85	6,85	6,70	6,70	6,55	6,55	6,55	6,55	6,70	6,70	6,70	24,25	24,27	26,69	29,06	30,34	27,91	26,71	26,72	24,26	21,77
80%	60,13	0,39	60,13	35,99	10,07	10,25	10,54	10,85	11,14	11,16	11,12	10,87	10,65	10,43	1,00	6,90	6,90	6,80	6,80	6,70	6,70	6,70	6,70	6,80	6,80	6,80	26,83	26,80	29,50	32,13	33,44	30,80	29,56	29,53	26,79	24,08
90%	105,56	0,54	105,56	35,99	10,11	10,35	10,62	10,95	11,24	11,26	11,23	10,97	10,75	10,54	1,00	6,95	6,95	6,90	6,90	6,85	6,85	6,85	6,85	6,90	6,90	6,90	30,33	30,33	33,36	36,32	37,81	34,82	33,42	33,37	30,34	27,26
100%	405,84	1,23	405,84	35,99	10,20	10,60	10,80	11,20	11,50	11,50	11,50	11,20	11,00	10,80	1,00	7,00	7,00	7,00	7,00	7,00	7,00	7,00	7,00	7,00	7,00	7,00	55,57	55,82	61,18	62,39	67,18	59,88	58,57	55,90	55,14	48,57

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

³³³ Wykonanie inwestycji głównej (opcji).

Tabela 0.2 Analiza stochastycznych danych wejściowych i wyjściowych modelu SWP – analiza statystyczna wyników symulacji

Statystyki	NPV projektu z opcją	Stopa zwrotu	Wartość opcji realnej (SWP)	Wartość opcji realnej (BS)	Cena 1	Cena 2	Cena 3	Cena 4	Cena 5	Cena 6	Cena 7	Cena 8	Cena 9	Cena 10	Inwestycja ³³⁴	JKZ1	JKZ2	JKZ3	JKZ4	JKZ5	JKZ6	JKZ7	JKZ8	JKZ9	JKZ10	JKZ11	Popyt1	Popyt2	Popyt3	Popyt4	Popyt5	Popyt6	Popyt7	Popyt8	Popyt9	Popyt10		
Próby	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	100 tys.	
Przypadek podstawowy	-298,2	0,0	0,0	35,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
Średnia	-26,4	-0,1	29,2	36,0	10,0	10,1	10,3	10,6	10,9	10,9	10,9	10,7	10,5	10,2	0,6	6,7	6,7	6,5	6,5	6,2	6,2	6,2	6,3	6,5	6,5	6,5	20,2	20,2	22,2	24,2	25,2	23,2	22,2	22,2	20,1	18,1		
Mediana	-27,7	0,0	0,0	36,0	10,0	10,1	10,4	10,6	10,9	10,9	10,9	10,7	10,5	10,2	1,0	6,7	6,7	6,5	6,5	6,2	6,2	6,2	6,3	6,5	6,5	6,5	20,1	20,1	22,1	24,1	25,0	23,1	22,1	22,1	20,0	18,0		
Moda	---	0,0	0,0	36,0	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1,0	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	
Odchylenie standardowe	102,3	0,7	51,3	0,0	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,5	0,1	0,1	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	7,8	7,8	8,6	9,4	9,8	9,0	8,6	8,6	7,8	7,0		
Wariancja	10 467,1	0,5	2 630,4	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,1	0,2	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	61,3	61,2	74,3	87,8	95,1	80,7	74,2	74,2	61,5	49,7		
Skośność	0,1	-2,3	2,1	---	-0,0	0,2	-0,4	-0,2	-0,2	-0,2	-0,0	-0,1	0,2	0,1	-0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,0	0,0	-0,0	-0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	
Kurtozja	2,9	14,0	7,4	---	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	1,2	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	
Wsp. zmienności	-3,9	-6,2	1,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	
Minimum	-384,5	-10,9	0,0	36,0	9,8	9,6	9,7	10,0	10,2	10,3	10,3	10,1	10,0	9,7	0,0	6,5	6,5	6,0	6,0	5,5	5,5	5,5	5,5	6,0	6,0	6,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Maksimum	405,8	1,2	405,8	36,0	10,2	10,6	10,8	11,2	11,5	11,5	11,5	11,2	11,0	10,8	1,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	55,6	55,8	61,2	62,4	67,2	59,9	58,6	55,9	55,1	48,6		
Szerokość zakresu	790,3	12,2	405,8	0,0	0,4	1,0	1,1	1,2	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	1,1	1,0	0,5	0,5	1,0	1,0	1,5	1,5	1,5	1,5	1,0	1,0	1,0	55,6	55,8	61,2	62,4	67,2	59,9	58,5	55,9	55,1	48,5		
Błąd stand. średniej	0,3	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

³³⁴ Wykonanie inwestycji głównej (opcji).

Tabela 0.3 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny produktu (nagłówek) i popytu (boczek)

Model SWP	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,6	1,2	2,5
30%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	1,8	4,5	9,3	16,3	26,1	39,1
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	2,6	7,9	15,9	29,8	48,0	67,0	87,9	112,7
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	4,3	13,8	29,0	51,2	76,8	108,6	138,7	171,2	206,1
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	4,5	16,1	38,0	66,2	102,9	141,0	178,9	224,0	265,9	308,0
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	2,5	13,8	36,9	73,9	112,8	160,1	205,5	257,1	308,4	358,5	409,6
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	7,7	29,4	66,8	114,1	166,6	220,9	278,5	331,8	398,0	452,5	514,2
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,0	16,6	51,3	99,2	159,7	221,9	284,3	346,5	417,4	480,6	545,8	614,0
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	4,5	28,4	77,0	138,1	204,2	278,6	353,0	419,0	497,3	565,4	639,6	716,2
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	9,6	46,8	105,8	178,3	256,9	334,1	415,8	495,9	574,9	654,0	733,7	826,6
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	16,5	65,4	139,0	223,0	305,6	391,6	481,0	569,1	656,5	748,2	841,4	924,3
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,3	25,1	88,8	172,3	261,6	359,3	454,1	547,3	642,1	740,7	830,9	930,5	1029,6
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,0	36,4	108,7	206,0	304,4	408,6	509,4	616,8	713,4	826,3	926,9	1021,1	1131,0
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,8	49,4	136,8	239,0	346,6	458,6	568,8	677,8	793,4	901,0	1010,3	1123,5	1231,1
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	7,8	64,4	161,4	276,6	395,8	504,8	621,3	747,0	866,3	985,6	1095,7	1218,3	1329,5
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	11,6	82,8	191,5	313,3	435,1	562,7	685,8	815,5	937,9	1060,2	1196,2	1319,0	1437,6
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	16,4	99,9	218,7	350,7	476,1	607,9	747,0	882,7	1004,4	1139,5	1282,0	1409,8	1550,7
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	22,4	117,2	245,5	384,2	523,5	665,0	804,0	947,2	1084,1	1231,4	1371,2	1502,9	1652,1
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	29,9	136,1	273,6	416,5	565,7	713,1	856,4	1007,4	1167,9	1306,1	1461,8	1596,2	1748,5

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.4 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu (nagłówek) i popytu (boczek)

Model BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,6	1,8	3,6
30%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	2,5	6,4	11,4	22,2	33,4	46,6
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	4,0	11,3	21,7	35,8	54,9	77,4	100,6	126,7
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,2	6,6	18,6	35,9	61,6	87,7	119,6	151,6	187,9	227,8
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	6,6	21,0	43,7	76,0	113,9	154,3	202,5	239,0	284,7	328,2
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,6	16,9	44,4	82,4	125,2	174,6	223,5	275,4	327,2	378,9	431,4
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	10,3	35,9	76,1	127,4	181,8	238,7	299,7	358,2	415,6	477,9	529,4
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,8	20,2	60,0	112,7	171,8	235,8	303,7	371,6	439,6	505,4	567,8	640,6
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6,1	34,9	85,7	153,4	222,5	301,2	372,1	441,6	517,1	591,7	669,2	741,4
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	12,4	55,1	117,4	193,3	276,1	355,3	439,4	519,8	607,1	680,0	762,3	847,0
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	20,2	74,5	154,4	238,4	326,7	420,4	499,0	592,7	683,9	769,9	862,0	944,0
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,6	31,4	98,8	187,0	281,7	379,5	478,4	573,3	665,2	757,9	862,3	956,6	1053,1
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,3	44,0	124,0	220,8	327,0	431,3	532,0	633,6	738,8	856,5	946,7	1051,5	1160,8
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6,3	57,7	149,4	261,0	367,6	480,5	598,1	700,3	815,9	928,6	1035,6	1149,0	1271,1
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	10,1	76,2	181,0	294,7	411,2	533,1	653,0	768,2	888,1	1002,3	1125,6	1248,9	1364,6
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	14,2	93,0	208,1	331,2	457,7	587,8	708,0	837,5	963,6	1093,6	1213,6	1335,6	1466,2
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	20,3	110,1	237,7	364,5	500,5	635,4	768,7	896,2	1043,2	1162,8	1308,2	1430,4	1582,7
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	26,8	128,8	263,4	406,1	547,8	688,2	826,4	971,2	1118,5	1256,8	1392,6	1537,0	1678,0
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	34,4	151,2	293,5	441,5	588,3	739,1	888,4	1045,6	1173,6	1332,9	1481,0	1634,7	1783,2

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.5 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonymi za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od (nagłówek) i popytu (boczek)

Różnica (SWP-BS)	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%	
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	1,0
30%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,7	1,9	2,0	5,9	7,3	7,6	
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	1,3	3,4	5,8	5,9	6,9	10,4	12,7	13,9	
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	2,2	4,7	6,9	10,4	10,9	11,0	12,9	16,8	21,7	
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	2,1	4,9	5,7	9,8	11,0	13,3	23,6	15,0	18,8	20,2	
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	1,1	3,1	7,5	8,6	12,4	14,5	18,0	18,3	18,8	20,3	21,9	
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	2,6	6,5	9,3	13,2	15,2	17,8	21,2	26,4	17,6	25,3	15,2	
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,8	3,7	8,7	13,5	12,1	13,9	19,4	25,1	22,3	24,8	22,0	26,6	
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	1,5	6,5	8,6	15,3	18,3	22,6	19,1	22,6	19,8	26,3	29,6	25,2	
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,2	2,8	8,3	11,6	15,0	19,2	21,3	23,6	23,9	32,2	26,0	28,6	20,4	
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,2	3,6	9,1	15,4	15,4	21,1	28,8	18,0	23,6	27,4	21,7	20,6	19,6	
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	6,3	10,0	14,6	20,1	20,2	24,3	26,0	23,0	17,2	31,4	26,2	23,5	
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	7,6	15,3	14,8	22,7	22,8	22,6	16,8	25,5	30,2	19,9	30,4	29,8	
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,5	8,3	12,6	21,9	21,0	21,9	29,3	22,5	22,5	27,6	25,3	25,5	40,0	
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,3	11,8	19,5	18,1	15,4	28,3	31,7	21,2	21,8	16,7	29,9	30,6	35,1	
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,6	10,2	16,7	17,9	22,6	25,1	22,1	22,0	25,6	33,4	17,4	16,6	28,7	
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,9	10,2	19,0	13,9	24,4	27,5	21,7	13,5	38,8	23,2	26,2	20,6	32,0	
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	4,4	11,6	17,9	21,9	24,3	23,2	22,4	24,0	34,3	25,3	21,4	34,1	25,8	
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,2	4,5	15,1	19,9	25,0	22,6	25,9	32,0	38,2	5,6	26,7	19,2	38,5	34,7	

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.6 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (boczek)

Model SWP	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	540,1	492,1	446,0	404,0	355,9	309,3	267,3	223,2	178,6	134,9	92,5	52,2	19,9	2,9	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20%	515,5	473,7	429,5	383,9	339,0	294,9	252,5	205,4	162,4	118,4	77,1	40,5	12,8	1,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30%	500,2	456,9	414,0	367,2	323,7	277,7	232,7	187,9	146,5	104,4	64,5	30,3	8,3	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40%	482,1	438,7	392,3	346,4	305,3	260,1	215,4	173,3	130,7	89,7	52,2	22,5	5,1	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
50%	469,4	419,2	375,9	335,0	288,5	241,1	198,2	156,4	115,4	76,7	41,7	16,0	3,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
60%	448,2	404,3	362,7	319,0	269,2	227,3	187,1	142,3	101,2	63,4	32,6	11,6	2,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
70%	435,7	389,6	343,7	298,7	254,0	211,7	171,3	126,1	87,5	54,1	25,5	8,0	1,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
80%	418,0	372,8	324,7	279,1	236,8	194,1	153,1	113,2	75,9	44,5	19,5	5,8	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90%	396,9	354,4	312,4	269,5	225,0	179,8	139,7	101,1	65,5	35,9	15,3	3,8	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100%	382,0	337,6	292,7	251,9	204,5	167,8	127,1	89,3	55,5	29,4	11,3	2,6	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
110%	365,3	319,8	277,0	236,7	192,4	151,3	112,2	78,4	46,3	23,4	8,8	1,8	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
120%	343,6	306,2	259,3	220,4	180,2	137,3	100,1	69,2	39,4	18,2	6,7	1,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
130%	330,7	288,8	243,3	205,5	159,9	125,8	90,3	58,4	32,0	15,1	4,6	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
140%	317,0	274,8	232,2	190,7	149,2	113,7	78,5	49,1	27,5	11,9	3,7	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
150%	300,5	260,6	214,5	175,4	136,7	102,4	71,0	43,2	23,0	9,2	2,7	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
160%	287,2	243,9	201,1	164,9	126,4	92,6	60,7	36,4	19,1	7,5	1,8	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
170%	267,5	225,6	189,7	151,0	112,5	81,7	52,9	32,6	14,6	6,0	1,2	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
180%	254,8	215,7	173,9	139,2	103,3	71,7	47,6	28,3	12,3	4,3	1,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
190%	240,4	200,3	164,0	125,7	92,8	65,3	40,8	22,0	10,2	3,7	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
200%	224,4	188,0	146,9	114,8	85,0	57,1	35,6	20,1	8,4	2,7	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.7 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (boczek)

Model BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	541,9	493,9	449,4	404,6	358,4	313,4	269,4	224,2	178,4	134,2	89,8	43,9	4,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20%	523,5	478,6	434,7	386,8	344,8	299,1	254,3	209,4	165,1	120,0	74,4	32,1	1,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30%	511,2	463,6	419,0	371,7	326,5	286,5	237,9	192,3	147,7	103,5	61,8	22,9	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40%	496,9	449,4	403,5	358,5	316,2	269,6	222,3	178,8	133,3	91,0	49,3	16,9	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
50%	473,8	434,0	390,1	341,3	296,5	254,7	207,9	165,4	120,6	77,7	39,4	12,2	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
60%	464,8	417,2	372,4	327,6	284,9	238,8	195,8	151,7	108,2	66,0	33,3	9,2	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
70%	449,5	404,1	359,6	310,7	267,5	225,2	181,5	137,2	93,0	55,8	26,6	6,8	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
80%	432,2	386,0	342,1	297,9	253,8	211,1	166,6	125,8	84,2	48,4	22,5	5,9	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90%	413,7	374,1	329,0	284,6	242,3	195,7	150,7	112,2	74,5	40,0	18,1	4,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100%	404,2	359,8	314,2	269,9	223,5	181,8	139,5	99,5	64,7	35,4	15,0	3,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
110%	388,2	343,2	297,2	255,2	210,8	167,5	126,4	88,7	55,5	29,6	12,1	2,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
120%	372,5	334,2	283,2	242,0	197,7	158,8	114,6	79,3	47,6	25,4	11,0	2,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
130%	357,9	314,1	269,0	228,1	184,7	141,9	106,0	70,3	43,6	22,7	8,5	2,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
140%	345,6	295,2	257,5	211,8	170,7	132,3	97,4	63,6	38,3	19,6	7,5	1,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
150%	328,4	283,6	243,2	197,7	162,1	121,2	87,8	58,6	34,0	17,7	6,4	1,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
160%	311,6	270,8	230,3	188,1	146,3	110,5	77,9	49,4	29,7	13,7	5,1	1,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
170%	299,5	260,9	214,8	180,3	137,7	101,8	73,1	43,6	27,8	12,6	5,3	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
180%	287,8	245,8	203,8	165,1	126,3	95,3	63,4	42,1	23,3	10,4	4,2	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
190%	273,3	232,4	193,4	150,5	118,5	85,6	59,6	34,9	20,2	10,1	5,0	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
200%	260,9	219,4	179,3	143,5	110,4	80,5	52,8	32,3	18,6	8,6	3,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.8 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonymi za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i wartości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do wykonania opcji (boczek)

Różnica (SWP-BS)	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	-1,9	-1,9	-3,4	-0,6	-2,5	-4,1	-2,1	-1,0	0,3	0,8	2,7	8,2	15,6	2,9	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20%	-8,1	-4,9	-5,3	-2,9	-5,7	-4,2	-1,7	-3,9	-2,7	-1,6	2,7	8,4	10,9	1,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30%	-11,0	-6,7	-5,0	-4,5	-2,8	-8,8	-5,2	-4,4	-1,2	1,0	2,7	7,4	7,5	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40%	-14,8	-10,7	-11,2	-12,1	-10,9	-9,5	-6,9	-5,5	-2,6	-1,3	2,9	5,6	4,7	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
50%	-4,4	-14,8	-14,2	-6,3	-8,0	-13,6	-9,7	-9,0	-5,2	-1,0	2,3	3,8	2,9	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
60%	-16,6	-12,9	-9,7	-8,6	-15,7	-11,5	-8,7	-9,3	-7,0	-2,6	-0,7	2,4	1,8	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
70%	-13,9	-14,5	-15,9	-12,0	-13,5	-13,5	-10,3	-11,1	-5,5	-1,7	-1,0	1,2	1,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
80%	-14,2	-13,2	-17,4	-18,8	-17,0	-17,1	-13,5	-12,6	-8,3	-3,9	-3,0	-0,1	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90%	-16,8	-19,7	-16,6	-15,1	-17,4	-15,8	-10,9	-11,1	-9,0	-4,1	-2,8	-0,6	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100%	-22,2	-22,1	-21,5	-18,1	-19,0	-14,0	-12,4	-10,2	-9,2	-6,0	-3,6	-0,8	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
110%	-22,9	-23,4	-20,2	-18,5	-18,5	-16,2	-14,2	-10,3	-9,2	-6,3	-3,2	-0,9	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
120%	-28,9	-28,0	-24,0	-21,7	-17,5	-21,6	-14,5	-10,1	-8,2	-7,2	-4,4	-1,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
130%	-27,3	-25,3	-25,6	-22,7	-24,8	-16,1	-15,8	-11,9	-11,6	-7,6	-3,9	-1,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
140%	-28,6	-20,3	-25,3	-21,0	-21,5	-18,7	-18,9	-14,5	-10,8	-7,7	-3,8	-1,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
150%	-27,9	-23,0	-28,7	-22,3	-25,4	-18,9	-16,8	-15,4	-11,0	-8,4	-3,8	-1,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
160%	-24,4	-26,9	-29,3	-23,1	-19,9	-18,0	-17,2	-13,0	-10,6	-6,3	-3,3	-1,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
170%	-32,0	-35,3	-25,0	-29,2	-25,2	-20,1	-20,2	-11,0	-13,2	-6,6	-4,0	-0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
180%	-33,0	-30,2	-29,9	-25,9	-23,0	-23,6	-15,8	-13,8	-11,0	-6,2	-3,0	-0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
190%	-32,9	-32,1	-29,4	-24,8	-25,7	-20,3	-18,8	-12,9	-10,0	-6,4	-4,2	-0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
200%	-36,5	-31,3	-32,4	-28,6	-25,4	-23,3	-17,1	-12,2	-10,2	-5,9	-3,0	-0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.9 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny (nagłówek) i jednostkowych kosztów zmiennych (boczek)

SWP	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,5	11,8	46,5	103,4	167,9	236,3	308,7	378,8	455,7	526,2	599,0	682,8	752,0	827,5	902,8	969,7	1 049,5	1 131,7
20%	0,0	0,0	0,0	2,5	22,6	67,0	126,6	195,4	266,7	338,0	409,3	484,5	559,2	633,5	706,2	785,7	854,4	926,8	993,3	1 078,1
30%	0,0	0,0	0,0	0,2	7,4	38,7	90,5	155,3	223,2	291,9	369,8	440,9	514,3	589,7	663,4	732,8	807,1	889,2	960,0	1 033,6
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	1,2	16,5	56,3	113,2	178,4	252,3	323,4	395,3	470,1	543,0	617,8	685,5	762,2	842,7	910,6	984,2
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,4	28,5	77,2	139,1	210,0	280,6	348,3	423,6	495,4	568,8	641,1	716,1	792,5	866,8	948,0
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	11,7	45,7	102,2	161,8	235,8	305,6	376,9	457,0	528,5	600,8	677,7	744,2	823,3	892,6
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,5	21,8	66,9	125,7	189,4	261,5	337,4	409,8	487,0	555,5	626,9	710,6	785,1	850,6
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	7,9	38,2	86,6	152,0	221,3	293,2	365,5	439,6	514,0	587,2	659,2	733,6	803,8
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,3	16,5	55,7	113,6	177,6	248,6	322,7	393,3	468,9	544,4	613,6	688,5	760,1
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	4,3	29,6	76,0	140,0	207,8	278,4	350,3	423,9	496,5	571,0	646,6	716,9
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	11,2	46,7	100,6	163,4	233,5	301,0	378,8	448,5	524,7	597,1	667,2
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,7	22,7	65,8	125,6	193,0	260,8	333,4	409,4	477,8	554,0	629,1
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	7,8	36,4	87,4	149,9	222,2	289,4	367,1	436,5	507,4	584,0
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,4	15,9	54,4	111,7	175,7	250,5	316,1	394,9	464,7	541,2
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	4,5	29,4	76,4	137,3	205,1	278,2	349,1	423,3	491,5
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	11,3	45,9	97,6	161,6	231,0	303,9	379,0	451,4
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,8	22,1	64,0	123,8	190,3	262,1	329,8	406,1
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	7,4	35,9	87,5	147,3	218,3	289,1	360,4
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,7	15,8	54,9	109,2	176,0	245,3	315,7
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	5,0	28,6	75,4	137,2	206,1	271,8

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball

Tabela 0.10 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny (nagłówek) i jednostkowych kosztów zmiennych (boczek)

BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,5	12,8	46,2	102,9	168,6	240,2	307,6	389,3	462,0	537,1	612,6	685,7	762,6	840,9	902,7	983,6	1 053,2	1 127,5
20%	0,0	0,0	0,0	2,7	23,2	65,3	127,1	195,8	267,1	340,6	417,9	489,9	569,6	635,7	720,3	790,8	862,4	940,9	1 011,2	1 086,6
30%	0,0	0,0	0,0	0,0	8,4	37,9	89,0	155,2	224,8	296,6	371,7	446,5	528,4	596,4	668,2	743,3	824,5	883,8	962,7	1 036,8
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	1,6	17,1	54,6	115,2	179,5	251,5	324,0	403,3	477,8	548,2	625,6	696,9	775,5	844,7	917,4	989,6
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	5,5	29,5	80,3	138,7	210,2	284,2	356,4	434,7	504,6	574,9	652,7	720,4	802,7	877,2	957,8
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	11,4	46,6	101,0	169,7	238,0	312,9	383,9	457,8	534,9	610,0	681,7	763,5	824,5	907,8
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,3	23,8	66,4	124,4	192,8	268,0	338,0	414,4	488,8	563,4	634,3	713,4	784,6	862,1
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	8,1	37,2	88,5	153,0	226,1	296,9	375,5	446,5	516,6	594,4	666,0	742,5	816,7
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,3	18,0	54,1	112,4	178,4	251,5	325,4	399,7	472,6	548,7	620,8	698,0	769,9
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	5,0	30,6	75,4	138,5	209,7	280,6	356,7	424,2	503,9	576,5	650,5	724,1
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	12,1	45,1	101,5	167,3	236,2	311,6	385,8	460,1	537,7	607,4	677,9
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,8	22,0	65,3	126,2	192,9	264,1	340,3	413,4	488,8	562,2	637,9
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,5	37,5	86,1	153,6	220,9	294,8	370,5	440,2	515,8	588,6
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,4	17,4	54,2	112,6	178,2	251,8	321,9	404,0	469,3	550,3
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	5,1	29,9	76,3	138,8	206,8	277,7	351,2	426,1	503,4
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	12,1	46,0	99,2	163,2	235,7	311,8	383,0	458,1
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,9	23,1	64,2	122,4	193,2	262,9	335,8	410,9
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	7,4	38,0	85,7	152,5	220,9	291,5	368,8
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,2	16,6	54,4	108,7	178,4	250,6	321,7
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,9	28,9	74,4	136,6	207,1	277,7

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.11 Wartość różnicy między wartościami opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny (nagłówek) i jednostkowych kosztów zmiennych (boczek)

SWP-BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	-1,0	0,4	0,5	-0,7	-3,9	1,2	-10,4	-6,4	-10,9	-13,6	-2,9	-10,7	-13,5	0,1	-14,0	-3,7	4,2
20%	0,0	0,0	0,0	-0,2	-0,5	1,6	-0,5	-0,3	-0,5	-2,7	-8,6	-5,3	-10,4	-2,2	-14,1	-5,1	-7,9	-14,1	-18,0	-8,5
30%	0,0	0,0	0,0	0,1	-0,9	0,8	1,5	0,2	-1,6	-4,6	-1,9	-5,6	-14,1	-6,7	-4,8	-10,6	-17,4	5,4	-2,7	-3,2
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,3	-0,6	1,8	-2,0	-1,1	0,7	-0,6	-8,0	-7,7	-5,2	-7,8	-11,4	-13,3	-2,0	-6,8	-5,4
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,1	-1,0	-3,2	0,3	-0,2	-3,7	-8,1	-11,0	-9,2	-6,2	-11,7	-4,2	-10,2	-10,4	-9,8
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,3	-0,9	1,2	-7,8	-2,2	-7,3	-7,0	-0,8	-6,4	-9,2	-4,0	-19,3	-1,2	-15,2
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	-2,0	0,5	1,4	-3,4	-6,5	-0,6	-4,6	-1,8	-7,9	-7,5	-2,8	0,5	-11,5
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	-0,3	1,0	-1,9	-1,0	-4,8	-3,7	-10,0	-6,9	-2,6	-7,2	-6,8	-8,9	-12,9
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,5	1,6	1,3	-0,8	-2,9	-2,7	-6,4	-3,6	-4,3	-7,2	-9,5	-9,8
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	-0,7	-1,0	0,7	1,5	-2,0	-2,2	-6,4	-0,3	-7,4	-5,5	-3,9	-7,2
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	-0,9	1,7	-1,0	-3,9	-2,7	-10,7	-6,9	-11,5	-13,0	-10,4	-10,7
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,0	0,7	0,5	-0,6	0,1	-3,3	-6,9	-4,0	-10,9	-8,2	-8,8
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	-0,7	-1,1	1,3	-3,8	1,3	-5,4	-3,4	-3,7	-8,3	-4,6
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,5	0,1	-0,9	-2,5	-1,2	-5,8	-9,1	-4,5	-9,1
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	-0,5	-0,5	0,1	-1,5	-1,8	0,5	-2,1	-2,7	-11,9
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	-0,8	-0,0	-1,5	-1,6	-4,8	-8,0	-4,0	-6,8
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,2	-1,0	-0,2	1,4	-2,8	-0,8	-6,0	-4,8
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	-0,0	-2,0	1,9	-5,2	-2,6	-2,4	-8,4
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	-0,8	0,5	0,5	-2,4	-5,2	-6,1
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	-0,3	1,0	0,6	-1,0	-6,0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.12 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od ceny (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek)

SWP	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	11,8	65,6	134,6	206,7	279,7	353,4	432,1	505,8	575,4	648,7	727,6	801,2	872,0
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	7,4	52,4	118,6	191,8	263,9	336,9	410,6	484,2	563,0	631,7	707,4	780,7	856,8
30%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,2	40,7	102,7	174,9	247,8	322,2	394,6	470,2	543,6	614,6	694,4	762,8	838,4
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,3	31,9	90,4	158,9	232,0	302,0	377,0	454,1	522,9	600,4	669,9	742,5	828,6
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,3	24,2	76,5	143,0	214,6	284,8	360,0	435,5	506,9	579,0	655,8	734,3	797,8
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	17,1	63,3	129,1	197,3	271,7	342,2	417,4	485,7	563,5	640,9	714,9	789,7
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	12,4	52,6	115,8	179,0	256,0	326,1	398,2	473,4	550,8	625,5	689,6	767,7
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	8,5	44,6	101,9	166,3	236,7	307,9	381,5	455,6	530,1	603,9	673,9	752,6
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	6,9	36,1	87,2	151,0	221,6	292,1	364,5	440,2	509,8	584,6	659,8	735,6
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	4,9	29,3	77,0	138,5	207,0	274,6	345,5	421,8	496,2	570,7	645,2	721,4
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,1	24,0	66,9	125,6	191,8	258,8	331,7	405,7	477,4	555,6	629,6	704,6
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,4	18,2	58,0	113,4	175,4	243,5	316,2	392,2	461,1	535,4	606,3	684,6
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,5	14,9	48,5	101,3	160,2	230,2	303,8	375,0	444,6	518,9	591,9	669,1
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,1	11,9	42,1	89,1	147,0	212,8	285,6	357,6	429,3	499,1	577,6	648,7
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	10,0	35,6	79,5	134,7	201,1	270,6	339,8	409,9	485,5	562,0	629,3
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	7,6	30,5	71,4	123,8	189,3	253,2	325,1	396,5	469,0	541,0	620,7
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	6,2	25,4	60,3	113,2	174,4	240,8	309,7	381,2	450,0	524,9	598,3
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	4,7	20,9	55,4	103,1	163,3	228,6	292,8	360,9	429,8	509,6	582,4
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	4,1	17,1	47,1	90,3	149,6	209,1	279,7	346,5	419,0	489,7	561,3
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	2,7	15,2	41,4	83,0	135,6	196,4	265,9	334,0	402,4	480,6	549,7

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.13 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek)

BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	57,8	131,2	207,1	280,4	356,9	428,9	504,8	579,9	650,2	725,2	805,3	881,2
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	44,2	116,9	192,4	264,2	341,9	411,7	487,9	564,2	635,0	712,5	782,0	862,5
30%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	31,9	99,0	174,0	249,1	322,8	396,6	473,4	548,0	620,8	688,2	762,9	851,0
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	23,8	85,2	158,0	233,5	306,6	382,1	454,6	526,8	600,1	678,0	752,0	825,7
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	17,6	71,9	143,1	212,3	289,2	362,0	435,6	511,5	582,1	661,4	734,7	805,8
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	12,8	60,4	127,0	202,3	275,3	349,3	422,9	498,1	574,7	646,0	719,6	791,0
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	10,1	51,1	111,8	183,2	254,4	329,2	402,9	481,2	553,1	629,3	700,7	780,6
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	7,6	43,9	98,6	167,0	239,0	311,2	387,7	461,6	539,6	608,6	686,6	761,4
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6,8	35,5	86,6	155,1	223,3	295,0	372,1	442,9	519,3	594,7	670,4	747,1
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,7	30,7	76,6	143,0	203,1	281,9	354,7	423,9	501,6	576,9	650,3	727,2
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,6	25,3	67,2	124,9	194,4	267,1	342,6	412,2	487,5	562,6	634,2	712,5
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,5	21,5	57,3	114,3	178,6	251,4	322,4	395,1	473,6	542,0	619,7	693,7
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,9	18,4	51,9	105,1	165,5	234,5	305,5	377,7	455,9	531,8	602,5	677,7
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,4	14,9	44,3	91,1	150,7	219,0	289,2	362,2	435,0	514,5	587,4	659,6
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,9	14,3	40,9	81,7	136,4	205,5	275,7	347,3	420,8	497,5	570,2	642,7
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,9	11,4	34,5	75,5	128,1	190,3	262,1	335,5	402,6	481,7	552,3	618,2
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,3	10,6	31,7	67,0	115,1	177,4	245,1	314,7	389,1	464,9	534,8	605,0
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,4	8,0	26,6	60,6	105,4	163,8	232,3	298,0	378,2	443,2	522,8	595,7
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,1	6,8	26,5	51,9	97,4	154,3	214,9	286,9	355,0	423,3	499,0	577,6
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,9	6,8	22,8	47,9	90,2	142,3	202,7	267,1	344,9	413,0	484,4	560,5

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.14 Wartość różnicy między wartościami opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek)

SWP-BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	11,8	7,8	3,5	-0,4	-0,7	-3,5	3,2	1,0	-4,5	-1,5	2,4	-4,1	-9,3
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	7,4	8,2	1,7	-0,6	-0,3	-5,0	-1,2	-3,7	-1,1	-3,3	-5,1	-1,3	-5,7
30%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,2	8,8	3,7	1,0	-1,3	-0,5	-2,0	-3,1	-4,5	-6,3	6,2	-0,1	-12,6
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,3	8,1	5,2	0,8	-1,5	-4,6	-5,1	-0,5	-3,9	0,3	-8,1	-9,5	2,9
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,3	6,5	4,6	-0,1	2,3	-4,4	-2,0	-0,2	-4,6	-3,2	-5,6	-0,4	-8,0
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	4,3	2,9	2,0	-5,0	-3,7	-7,1	-5,5	-12,3	-11,2	-5,1	-4,7	-1,4
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	2,3	1,5	4,0	-4,2	1,6	-3,1	-4,7	-7,9	-2,3	-3,9	-11,1	-12,9
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	1,0	0,7	3,3	-0,8	-2,3	-3,3	-6,2	-6,0	-9,5	-4,8	-12,7	-8,8
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,6	0,6	-4,2	-1,8	-2,9	-7,6	-2,6	-9,5	-10,0	-10,6	-11,4
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,2	-1,4	0,5	-4,5	3,9	-7,3	-9,2	-2,1	-5,4	-6,2	-5,1	-5,8
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,6	-1,4	-0,3	0,7	-2,6	-8,3	-10,9	-6,5	-10,1	-7,0	-4,6	-7,9
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,2	-3,3	0,7	-0,9	-3,1	-7,8	-6,1	-2,9	-12,5	-6,6	-13,4	-9,2
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,4	-3,5	-3,4	-3,9	-5,3	-4,3	-1,8	-2,7	-11,3	-13,0	-10,6	-8,6
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,3	-3,0	-2,2	-2,0	-3,7	-6,3	-3,6	-4,7	-5,8	-15,4	-9,8	-10,9
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,2	-4,3	-5,3	-2,2	-1,8	-4,4	-5,1	-7,5	-10,9	-12,0	-8,2	-13,4
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,4	-3,8	-4,0	-4,2	-4,3	-1,0	-8,8	-10,4	-6,1	-12,6	-11,3	2,5
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,0	-4,3	-6,3	-6,8	-1,9	-3,0	-4,3	-4,9	-7,9	-14,9	-9,9	-6,7
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-1,2	-3,3	-5,7	-5,2	-2,3	-0,6	-3,7	-5,2	-17,3	-13,4	-13,1	-13,3
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,9	-2,7	-9,4	-4,8	-7,1	-4,7	-5,8	-7,1	-8,6	-4,3	-9,2	-16,3
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,8	-4,1	-7,6	-6,6	-7,3	-6,7	-6,3	-1,2	-10,8	-10,6	-3,8	-10,8

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.15 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i popytu (wielkości sprzedaży) (boczek)

SWP	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30%	2,9	1,5	0,7	0,3	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40%	21,9	14,7	9,5	5,1	2,6	1,1	0,3	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
50%	62,4	47,9	32,8	21,8	13,7	7,4	3,5	1,2	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
60%	116,2	94,4	73,3	54,4	37,4	23,6	12,8	6,4	2,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
70%	181,0	149,9	123,3	96,5	72,6	51,0	32,1	17,2	7,7	2,4	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
80%	247,8	214,5	179,2	142,4	114,6	84,7	58,5	35,4	18,6	7,3	2,1	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90%	312,9	273,8	235,6	197,8	160,4	123,1	90,2	59,0	34,4	16,5	5,5	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100%	384,9	334,7	295,3	249,5	207,0	166,5	126,2	89,8	55,8	28,6	11,8	2,8	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
110%	451,4	398,4	354,4	302,9	256,6	208,6	164,0	120,2	79,4	45,6	20,5	6,2	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
120%	518,1	467,4	410,8	357,9	307,5	255,0	203,5	154,6	106,7	65,0	31,3	11,0	1,6	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
130%	586,0	532,6	470,3	419,7	353,1	300,7	242,4	189,8	136,7	88,9	46,0	17,8	3,5	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
140%	660,2	599,3	531,9	470,2	409,2	346,1	286,3	225,2	169,6	111,2	62,7	25,8	6,2	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
150%	724,7	664,2	595,7	530,7	459,6	397,5	328,5	264,6	200,4	136,5	80,1	35,8	9,8	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
160%	794,5	721,5	651,2	583,3	514,7	442,5	371,5	300,3	231,5	162,1	100,8	48,5	14,5	1,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
170%	869,6	786,7	710,2	643,2	560,0	492,7	411,2	336,4	265,0	190,5	122,2	62,7	19,8	2,7	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
180%	934,4	861,9	772,5	693,4	614,4	533,1	455,2	374,4	298,1	214,9	142,4	78,2	28,1	4,3	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
190%	1 003,6	917,6	832,9	748,7	663,8	583,0	501,5	413,8	326,5	244,0	166,1	93,6	36,3	6,4	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
200%	1 074,7	984,0	895,4	798,7	719,4	630,7	541,6	445,3	361,5	274,7	188,0	109,7	44,0	9,0	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.16 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i popytu (wielkości sprzedaży) (boczek)

BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30%	3,0	1,7	0,7	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40%	24,5	15,4	9,7	5,9	3,4	1,3	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
50%	61,2	48,3	33,8	23,8	15,0	8,7	4,0	1,4	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
60%	118,3	96,1	73,4	55,3	37,8	25,0	14,2	6,5	2,3	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
70%	180,4	150,9	123,4	98,6	73,0	50,0	33,9	19,0	7,8	2,5	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
80%	250,8	214,1	179,7	146,6	113,0	83,4	57,5	35,7	19,8	9,2	2,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90%	320,8	278,8	238,2	197,7	160,6	121,0	90,1	59,9	35,5	16,6	5,9	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100%	389,9	344,5	300,0	256,8	210,3	163,1	126,1	87,0	54,9	29,6	11,9	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
110%	460,9	406,4	358,8	310,2	262,6	213,2	165,1	121,5	81,0	44,8	22,0	5,8	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
120%	530,6	478,2	417,5	368,2	310,1	259,0	206,8	155,6	108,9	66,4	31,9	11,4	1,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
130%	593,8	534,2	481,8	422,6	361,0	304,8	244,7	188,1	136,0	87,3	46,9	19,0	3,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
140%	664,2	607,2	546,2	480,2	416,5	351,5	289,1	231,2	169,4	111,3	62,2	26,5	6,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
150%	735,9	675,2	603,9	537,0	463,4	397,4	332,0	263,0	199,8	137,6	82,1	36,5	9,9	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
160%	806,1	728,1	666,1	593,5	517,0	447,4	371,7	305,1	230,4	164,7	100,5	48,0	16,6	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
170%	876,2	797,7	724,2	644,1	572,1	491,1	417,6	342,2	266,4	190,5	125,5	62,5	20,6	2,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
180%	947,8	862,1	782,2	703,8	622,6	537,1	461,5	377,1	298,8	220,4	143,4	74,8	27,8	3,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
190%	1 017,5	931,7	844,0	758,3	680,0	589,3	505,1	417,3	334,1	249,2	165,4	91,7	35,3	5,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
200%	1 078,4	1 003,6	909,1	816,7	723,3	635,2	545,4	453,0	369,0	281,1	189,7	110,8	44,1	8,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.17 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych (nagłówek) i popytu (wielkości sprzedaży) (boczek)

SWP-BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30%	-0,1	-0,2	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40%	-2,6	-0,7	-0,3	-0,8	-0,8	-0,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
50%	1,1	-0,4	-1,0	-1,9	-1,3	-1,2	-0,5	-0,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
60%	-2,1	-1,7	-0,1	-1,0	-0,4	-1,4	-1,4	-0,1	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
70%	0,6	-1,0	-0,1	-2,1	-0,4	1,0	-1,8	-1,8	-0,1	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
80%	-3,1	0,4	-0,6	-4,2	1,5	1,3	1,0	-0,3	-1,2	-1,9	-0,1	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90%	-7,9	-5,0	-2,6	0,1	-0,2	2,1	0,0	-1,0	-1,1	-0,1	-0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100%	-5,0	-9,9	-4,7	-7,3	-3,2	3,4	0,1	2,8	0,9	-0,9	-0,2	-0,2	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
110%	-9,5	-8,0	-4,5	-7,3	-6,0	-4,6	-1,1	-1,3	-1,6	0,8	-1,5	0,4	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
120%	-12,5	-10,8	-6,7	-10,2	-2,6	-4,0	-3,3	-0,9	-2,1	-1,5	-0,6	-0,5	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
130%	-7,8	-1,6	-11,5	-2,9	-7,9	-4,1	-2,3	1,7	0,7	1,5	-0,9	-1,3	-0,1	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
140%	-4,0	-7,9	-14,3	-10,0	-7,3	-5,4	-2,8	-6,0	0,2	-0,1	0,5	-0,7	0,0	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
150%	-11,2	-11,0	-8,3	-6,3	-3,8	0,1	-3,5	1,6	0,6	-1,1	-2,0	-0,6	-0,2	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
160%	-11,5	-6,6	-14,9	-10,2	-2,3	-4,9	-0,2	-4,8	1,1	-2,6	0,3	0,5	-2,1	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
170%	-6,5	-11,0	-13,9	-0,9	-12,2	1,5	-6,4	-5,8	-1,5	0,0	-3,3	0,2	-0,7	0,5	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
180%	-13,4	-0,2	-9,7	-10,4	-8,2	-4,0	-6,3	-2,7	-0,7	-5,4	-1,0	3,3	0,3	0,6	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
190%	-13,9	-14,1	-11,1	-9,6	-16,2	-6,3	-3,6	-3,5	-7,6	-5,3	0,6	1,9	1,0	0,6	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
200%	-3,7	-19,6	-13,8	-17,9	-3,9	-4,5	-3,8	-7,6	-7,5	-6,4	-1,7	-1,1	-0,1	0,6	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.18 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP w zależności od popytu/wartości sprzedaży (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek)

SWP	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,1	2,3	12,2	30,1	52,9	78,4	106,5	136,4	164,5	191,3	222,8	252,6	280,2	309,3	335,3	366,2	395,2	425,2
20%	0,0	0,0	0,0	1,0	6,8	21,1	41,3	64,8	91,3	116,9	146,1	174,3	204,4	234,2	263,3	290,4	322,3	350,8	379,4	409,3
30%	0,0	0,0	0,0	0,4	4,0	14,3	31,0	51,9	77,2	103,3	128,9	158,7	186,9	215,1	244,1	277,8	303,2	331,2	362,9	393,4
40%	0,0	0,0	0,0	0,1	2,1	8,9	22,3	42,4	63,1	89,3	116,4	144,7	171,2	201,0	228,5	257,4	286,0	314,3	347,5	378,7
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	1,1	5,7	15,7	32,9	53,2	75,7	99,7	128,7	158,2	185,1	212,3	240,8	268,1	297,0	326,8	360,5
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	3,4	11,1	25,2	42,9	65,1	88,6	115,0	140,1	168,0	195,8	224,3	256,6	283,9	311,9	338,2
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	2,1	8,0	18,9	33,6	53,7	75,8	102,1	125,3	153,7	181,5	210,9	237,0	262,4	298,3	320,1
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	1,2	5,4	13,6	26,6	43,7	63,9	88,4	113,2	138,9	164,3	192,0	219,9	244,8	277,3	308,2
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	1,1	3,8	10,5	20,4	35,5	53,8	75,2	99,5	124,7	152,6	179,6	203,1	232,3	263,6	289,8
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	2,6	7,4	16,2	30,0	45,9	65,6	89,6	112,3	136,7	165,0	188,1	217,4	246,0	277,4
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	1,6	5,1	12,3	23,2	38,2	57,3	77,4	98,1	124,2	147,9	175,3	202,2	229,6	257,7
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	1,1	4,0	10,0	19,7	32,3	47,9	66,0	89,5	109,1	136,8	159,2	188,5	212,4	243,3
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,7	3,1	7,2	15,2	25,7	40,7	58,0	77,5	101,7	122,5	146,9	174,2	203,4	228,5
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	2,1	5,6	12,5	21,9	35,0	49,1	68,4	89,4	110,1	136,1	159,3	185,9	211,1
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	1,3	4,3	9,8	18,3	28,6	43,5	60,5	80,1	100,1	124,6	145,8	172,3	199,4
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	1,0	3,3	7,7	14,7	23,8	37,2	51,9	69,1	88,4	112,7	134,4	161,6	185,5
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,7	2,6	5,9	12,3	20,0	31,1	44,8	61,4	83,1	100,2	125,2	150,5	174,0
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	1,6	4,8	10,4	17,2	25,7	38,9	55,3	70,5	91,3	110,9	129,9	159,0
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	1,4	3,7	7,1	13,6	23,6	33,1	48,6	61,7	80,5	103,3	122,2	147,0
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	1,0	2,8	6,1	11,1	19,4	29,8	42,6	54,7	72,6	93,8	114,2	136,7

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.19 Wartość opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od popytu/wartości sprzedaży (nagłówek) i nakładów inwestycyjnych (boczek)

BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	16,8	44,5	73,9	102,7	132,7	162,1	190,7	219,2	250,7	283,1	308,1	335,4	371,0	399,5	424,0
20%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,3	30,7	58,0	86,7	116,7	145,0	174,6	205,6	233,8	263,3	287,8	324,3	350,3	378,2	408,2
30%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	5,1	21,5	44,0	71,9	99,3	129,3	157,0	186,9	217,4	246,4	275,4	304,1	336,3	365,1	395,5
40%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,1	16,4	34,7	57,8	84,9	113,8	144,4	170,9	198,4	232,2	260,0	288,3	317,6	352,5	379,9
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,9	11,0	26,6	46,3	71,9	98,6	124,8	154,5	185,5	211,8	242,0	271,1	301,8	329,8	363,1
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,6	7,7	21,3	37,8	59,5	83,9	110,4	141,1	166,7	196,9	225,9	255,2	283,2	315,0	342,6
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	5,6	14,7	30,6	51,1	73,7	97,9	125,1	152,8	179,6	209,0	240,1	268,4	298,9	327,4
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,8	4,4	12,1	24,9	41,6	61,7	86,9	111,9	138,5	166,6	195,9	223,1	250,9	281,4	311,8
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	3,7	9,7	20,3	34,6	54,5	74,9	98,6	125,2	150,4	179,0	209,8	236,3	265,8	292,6
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	3,0	8,9	17,5	29,2	45,2	64,9	86,5	112,2	136,2	164,8	192,8	220,8	252,0	279,9
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	1,8	6,7	13,9	25,3	38,7	56,7	77,8	100,6	124,4	150,5	178,0	203,5	232,8	261,1
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	1,8	5,3	12,2	21,0	32,6	48,6	66,5	89,8	113,0	138,5	162,7	190,6	218,8	246,7
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	1,6	4,7	10,2	17,9	28,9	41,9	59,6	80,8	101,7	126,2	148,4	178,7	205,5	228,2
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	1,4	3,8	7,8	14,8	25,7	36,0	53,1	70,3	92,8	110,3	138,0	165,1	190,4	214,8
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,9	3,7	7,3	13,2	21,8	31,5	48,5	64,0	84,1	103,3	125,4	147,9	176,1	201,6
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	1,0	2,7	6,1	11,8	19,3	29,0	41,2	57,7	74,1	91,8	116,7	139,7	164,3	190,0
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,8	2,2	5,4	9,5	16,2	24,9	33,9	50,4	66,3	84,2	104,0	126,8	149,0	174,4
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,6	2,0	4,7	8,7	15,5	22,4	31,7	45,8	59,4	77,5	96,2	116,4	136,9	164,1
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,6	1,8	3,9	8,4	12,3	21,1	28,5	40,2	55,4	68,6	88,5	105,9	127,1	150,1
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,6	1,6	3,9	6,5	10,3	18,6	25,3	37,1	48,1	61,9	79,2	99,1	121,1	140,6

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.20 Wartość różnicy w wartości opcji wzrostu wyznaczonej za pomocą SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od popytu/wartości sprzedaży (nagłówki) i nakładów inwestycyjnych (boczek)

SWP-BS	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	110%	120%	130%	140%	150%	160%	170%	180%	190%	200%
10%	0,0	0,0	0,1	2,3	12,2	13,3	8,4	4,5	3,7	3,7	2,4	0,6	3,6	1,9	-3,0	1,1	-0,1	-4,8	-4,3	1,2
20%	0,0	0,0	0,0	1,0	6,8	12,9	10,6	6,8	4,6	0,2	1,2	-0,3	-1,2	0,3	-0,0	2,7	-2,0	0,5	1,2	1,1
30%	0,0	0,0	0,0	0,4	4,0	9,3	9,5	7,9	5,4	4,0	-0,4	1,7	0,0	-2,3	-2,3	2,4	-0,9	-5,1	-2,2	-2,0
40%	0,0	0,0	0,0	0,1	2,1	5,8	5,9	7,7	5,3	4,4	2,6	0,3	0,3	2,6	-3,7	-2,6	-2,3	-3,3	-5,0	-1,2
50%	0,0	0,0	0,0	0,0	1,1	3,8	4,6	6,3	6,8	3,7	1,2	3,9	3,7	-0,5	0,5	-1,2	-3,0	-4,8	-3,0	-2,6
60%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	1,8	3,4	3,9	5,1	5,5	4,6	4,6	-1,0	1,3	-1,1	-1,6	1,4	0,7	-3,1	-4,4
70%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	1,1	2,4	4,3	3,0	2,6	2,1	4,2	0,2	0,9	1,9	1,9	-3,1	-6,1	-0,6	-7,3
80%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,5	1,0	1,5	1,7	2,1	2,2	1,6	1,3	0,4	-2,3	-4,0	-3,2	-6,1	-4,2	-3,6
90%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,7	0,1	0,7	0,2	0,8	-0,8	0,3	0,9	-0,5	2,2	0,6	-6,7	-4,0	-2,2	-2,8
100%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	-0,4	-1,5	-1,3	0,9	0,7	0,7	3,1	0,1	0,5	0,2	-4,7	-3,4	-6,0	-2,5
110%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,2	-1,6	-1,6	-2,1	-0,5	0,6	-0,4	-2,5	-0,2	-2,6	-2,7	-1,3	-3,2	-3,5
120%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,7	-1,3	-2,3	-1,4	-0,4	-0,7	-0,5	-0,3	-3,9	-1,7	-3,5	-2,1	-6,3	-3,4
130%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,9	-1,6	-3,0	-2,7	-3,2	-1,3	-1,7	-3,3	-0,0	-3,7	-1,5	-4,5	-2,2	0,3
140%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,2	-0,9	-1,7	-2,1	-2,3	-3,9	-1,0	-4,1	-1,9	-3,4	-0,2	-2,0	-5,8	-4,5	-3,7
150%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,6	-2,4	-3,0	-3,4	-3,5	-2,9	-5,0	-3,6	-4,0	-3,2	-0,7	-2,1	-3,7	-2,3
160%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,8	-1,7	-2,8	-4,1	-4,6	-5,3	-3,9	-5,9	-5,0	-3,4	-3,9	-5,4	-2,7	-4,5
170%	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,0	-0,1	-0,7	-1,5	-2,8	-3,6	-3,8	-4,8	-2,8	-5,6	-4,9	-1,1	-3,8	-1,6	1,5	-0,5
180%	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,0	-0,1	-0,5	-1,4	-3,1	-3,9	-5,1	-5,3	-6,0	-6,9	-4,1	-7,0	-4,9	-5,4	-7,0	-5,1
190%	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,0	-0,1	-0,6	-1,5	-2,5	-4,7	-5,2	-7,6	-4,9	-7,1	-6,7	-6,9	-8,0	-2,6	-4,9	-3,2
200%	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,0	-0,1	-0,6	-1,4	-2,9	-3,7	-4,2	-7,6	-5,9	-7,3	-5,5	-7,1	-6,6	-5,3	-6,9	-3,9

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.21 Analiza stochastycznych danych wejściowych i wyjściowych modelu SWP (opcja zakończenia działalności) – dane w centylach

Centyle	NPV elastyczności projektu z opcją	NPV projektu - wariant bazowy	NPV projektu po wykonaniu opcji	NPV projektu z niewykonaną opcją	ROV	Wartość opcji realnej (SWP)	Wykonanie opcji (TAK/NIE)	Cena 1	Cena 2	Cena 3	Cena 4	Cena 5	Cena 6	Cena 7	Cena 8	Cena 9	Cena 10	Cena 11	Cena 12
0%	-753	-952	-707	-1144	28,36	0	0,00	6,43	5,87	4,37	3,41	3,76	3,17	2,86	2,06	2,10	2,19	2,06	2,15
10%	-45	-146	-11	-308	28,36	0	0,00	11,39	11,31	11,85	12,23	11,36	10,20	9,11	7,96	6,81	6,25	6,26	6,23
20%	88	26	125	-133	28,36	0	0,00	12,42	12,61	13,48	14,22	13,47	12,08	10,77	9,42	8,07	7,41	7,39	7,38
30%	194	165	235	8	28,36	0	0,00	13,25	13,62	14,78	15,82	15,20	13,68	12,14	10,66	9,14	8,37	8,37	8,34
40%	295	295	340	138	28,36	0	0,00	14,01	14,59	16,03	17,33	16,89	15,19	13,49	11,82	10,14	9,29	9,31	9,26
50%	396	425	443	269	28,36	0	1,00	14,73	15,55	17,24	18,88	18,62	16,72	14,89	13,04	11,17	10,24	10,27	10,21
60%	505	561	554	408	28,36	28	1,00	15,48	16,55	18,60	20,58	20,54	18,44	16,40	14,36	12,32	11,29	11,32	11,29
70%	636	718	681	566	28,36	85	1,00	16,32	17,68	20,15	22,56	22,80	20,47	18,22	15,91	13,68	12,57	12,58	12,52
80%	808	919	843	766	28,36	134	1,00	17,39	19,15	22,08	25,18	25,70	23,11	20,57	18,00	15,44	14,17	14,23	14,17
90%	1093	1228	1092	1078	28,36	188	1,00	18,98	21,36	25,20	29,34	30,45	27,32	24,31	21,32	18,32	16,80	16,83	16,78
100%	5189	5364	4347	5189	28,36	431	1,00	33,68	42,51	56,42	92,20	93,67	99,80	78,82	62,81	58,87	45,90	60,47	57,41

Centyle	Popyt 1	Popyt 2	Popyt 3	Popyt 4	Popyt 5	Popyt 6	Popyt 7	Popyt 8	Popyt 9	Popyt 10	Popyt 11	Popyt 12	JKZ 1	JKZ 2	JKZ 3	JKZ 4	JKZ 5	JKZ 6	JKZ 7	JKZ 8	JKZ 9	JKZ 10	JKZ 11	JKZ 12	Inwestycje
0%	2,99	3,72	5,23	0,00	0,00	0,04	0,03	0,07	0,01	0,01	0,02	0,00	4,63	4,40	4,18	3,95	3,73	3,50	3,95	3,95	4,19	4,41	4,64	4,63	0,00
10%	20,74	23,94	25,38	19,82	19,96	19,72	16,63	16,39	14,87	12,46	12,53	11,69	4,95	4,71	4,47	4,23	3,99	3,74	4,27	4,26	4,50	4,74	5,00	4,99	0,00
20%	23,15	26,69	28,26	24,03	24,19	23,95	21,31	20,85	19,01	16,71	16,77	15,74	5,09	4,84	4,59	4,34	4,10	3,85	4,39	4,39	4,64	4,89	5,14	5,14	0,00
30%	24,91	28,65	30,25	26,88	27,13	26,86	24,63	24,03	21,94	19,87	19,84	18,64	5,19	4,94	4,69	4,44	4,18	3,93	4,51	4,51	4,76	5,01	5,28	5,27	0,00
40%	26,39	30,25	31,86	29,24	29,44	29,25	27,26	26,65	24,37	22,44	22,41	21,17	5,30	5,05	4,78	4,53	4,27	4,01	4,63	4,63	4,89	5,15	5,42	5,41	0,00
50%	27,83	31,73	33,29	31,29	31,45	31,24	29,59	28,95	26,62	24,82	24,85	23,52	5,42	5,16	4,89	4,63	4,37	4,10	4,77	4,76	5,03	5,29	5,57	5,57	0,00
60%	29,23	33,14	34,63	33,13	33,27	33,11	31,73	31,15	28,82	27,21	27,23	25,72	5,56	5,29	5,01	4,75	4,47	4,20	4,91	4,91	5,18	5,46	5,74	5,74	1,00
70%	30,73	34,62	35,91	34,87	35,05	34,85	33,79	33,26	31,05	29,64	29,66	28,12	5,71	5,44	5,15	4,87	4,60	4,32	5,07	5,07	5,36	5,65	5,94	5,94	1,00
80%	32,45	36,12	37,21	36,55	36,73	36,55	35,82	35,37	33,42	32,30	32,29	30,82	5,89	5,60	5,31	5,03	4,74	4,46	5,27	5,27	5,57	5,87	6,17	6,17	1,00
90%	34,72	37,86	38,57	38,27	38,33	38,23	37,85	37,57	36,24	35,52	35,43	34,20	6,12	5,83	5,52	5,23	4,93	4,64	5,53	5,53	5,84	6,15	6,47	6,47	1,00
100%	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	6,67	6,35	6,03	5,70	5,37	5,05	6,14	6,14	6,50	6,84	7,19	7,19	1,00

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.22 Analiza stochastycznych danych wejściowych i wyjściowych modelu SWP (opcja zakończenia działalności)

Statystyki	NPV elastyczności projektu z opcją	NPV projektu - wariant bazowy	NPV projektu po wykonaniu opcji	NPV projektu z niewykonaną opcją	ROV	Wartość opcji realnej (SWP)	Wykonanie opcji (TAK/NIE)	Cena 1	Cena 2	Cena 3	Cena 4	Cena 5	Cena 6	Cena 7	Cena 8	Cena 9	Cena 10	Cena 11	Cena 12
Próby	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000
Przypadek podstawowy	-188	-330	-188	-475	27,83	142	1,00	10,00	11,00	12,00	12,00	11,50	10,50	10,00	10,00	9,00	9,00	8,00	8,00
Średnia	474	496	503	340	28,36	57	0,58	15,01	16,01	18,01	20,04	20,05	18,00	16,03	14,03	12,04	11,04	11,06	11,02
Mediana	396	425	443	269	28,36	0	1,00	14,73	15,55	17,24	18,88	18,62	16,72	14,89	13,04	11,17	10,24	10,28	10,21
Moda	---	---	---	---	28,36	0	1,00	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
Odchylenie standardowe	478	558	449	562	0,00	81	0,49	3,02	4,01	5,40	7,05	8,04	7,19	6,41	5,61	4,84	4,42	4,42	4,43
Wariancja	228868	311115	201437	315580	0,00	6522	0,24	9,09	16,07	29,20	49,65	64,64	51,70	41,08	31,48	23,38	19,50	19,51	19,59
Skośność	1,20	0,8893	0,8975	0,8682	---	1,24	-0,3047	0,6066	0,7466	0,8901	1,10	1,28	1,28	1,27	1,28	1,28	1,23	1,23	1,27
Kurtoza	5,76	4,52	4,49	4,47	---	3,39	1,09	3,65	3,96	4,35	5,22	6,03	6,19	6,00	6,08	6,06	5,60	5,78	6,04
Wsp. zmienności	1,01	1,12	0,8918	1,65	0,00	1,43	0,8592	0,2009	0,2503	0,3000	0,3516	0,4009	0,3995	0,3999	0,3999	0,4016	0,4001	0,3995	0,4017
Minimum	-753	-952	-707	-1144	28,36	0	0,00	6,43	5,87	4,37	3,41	3,76	3,17	2,86	2,06	2,10	2,19	2,06	2,15
Maksimum	5189	5364	4347	5189	28,36	431	1,00	33,68	42,51	56,42	92,20	93,67	99,80	78,82	62,81	58,87	45,90	60,47	57,41
Szerokość zakresu	5942	6316	5054	6333	0,00	431	1,00	27,25	36,65	52,05	88,79	89,92	96,63	75,96	60,75	56,77	43,71	58,41	55,26
Błąd stand. średniej	2	2	2	3	0,00	0	0,00	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02

Statystyki	Popyt 1	Popyt 2	Popyt 3	Popyt 4	Popyt 5	Popyt 6	Popyt 7	Popyt 8	Popyt 9	Popyt 10	Popyt 11	Popyt 12	JKZ 1	JKZ 2	JKZ 3	JKZ 4	JKZ 5	JKZ 6	JKZ 7	JKZ 8	JKZ 9	JKZ 10	JKZ 11	JKZ 12	Wartość inwesty
------------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	----------	----------	----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------	--------	--------	-----------------

																											cji
Próby	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000
Przypadek podstawowy	18,00	19,00	20,00	21,00	22,00	23,00	21,00	21,00	20,00	19,00	18,00	18,00	5,48	5,22	4,95	4,68	4,42	4,15	4,83	4,83	5,11	5,38	5,66	5,66	0,00		
Średnia	27,72	31,20	32,50	29,95	30,11	29,93	28,24	27,78	25,96	24,31	24,31	23,14	5,48	5,22	4,95	4,68	4,42	4,15	4,83	4,83	5,11	5,38	5,66	5,66	0,40		
Mediana	27,83	31,73	33,29	31,29	31,45	31,24	29,59	28,95	26,62	24,82	24,85	23,52	5,42	5,16	4,89	4,63	4,37	4,10	4,77	4,76	5,03	5,29	5,57	5,57	0,00		
Moda	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0,00	
Odchylenie standardowe	5,36	5,32	5,11	7,21	7,20	7,22	8,15	8,12	8,07	8,58	8,57	8,40	0,43	0,42	0,39	0,37	0,35	0,33	0,47	0,48	0,50	0,53	0,55	0,56	0,49		
Wariancja	28,72	28,28	26,14	52,01	51,81	52,14	66,35	66,01	65,05	73,58	73,36	70,62	0,19	0,17	0,15	0,14	0,12	0,11	0,22	0,23	0,25	0,28	0,31	0,31	0,24		
Skośność	-0,1677	-0,5576	-0,7809	-0,8547	-0,8800	-0,8463	-0,7337	-0,6655	-0,4331	-0,3174	-0,3189	-0,2192	0,4218	0,4094	0,4346	0,4153	0,4206	0,4295	0,4756	0,4599	0,4743	0,4809	0,4816	0,4903	0,3941		
Kurtoza	2,74	2,95	3,34	3,38	3,45	3,36	3,01	2,92	2,66	2,47	2,48	2,47	2,40	2,39	2,42	2,40	2,39	2,41	2,41	2,39	2,41	2,40	2,41	2,41	1,16		
Wsp. zmienności	0,1933	0,1705	0,1573	0,2408	0,2390	0,2413	0,2885	0,2924	0,3107	0,3528	0,3523	0,3632	0,0792	0,0800	0,0792	0,0797	0,0797	0,0801	0,0981	0,0984	0,0979	0,0983	0,0978	0,0982	1,22		
Minimum	2,99	3,72	5,23	0,00	0,00	0,04	0,03	0,07	0,01	0,01	0,02	0,00	4,63	4,40	4,18	3,95	3,73	3,50	3,95	3,95	4,19	4,41	4,64	4,63	0,00		
Maksimum	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	6,67	6,35	6,03	5,70	5,37	5,05	6,14	6,14	6,50	6,84	7,19	7,19	1,00		
Szerokość zakresu	37,01	36,28	34,77	40,00	40,00	39,96	39,97	39,93	39,99	39,99	39,97	40,00	2,04	1,95	1,84	1,75	1,64	1,55	2,18	2,18	2,31	2,43	2,55	2,56	1,00		
Błąd stand. średniej	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.23 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od ceny produktu i popytu

SWP	Cena (10%)	Cena (20%)	Cena (30%)	Cena (40%)	Cena (50%)	Cena (60%)	Cena (70%)	Cena (80%)	Cena (90%)	Cena (100%)	Cena (110%)	Cena (120%)	Cena (130%)	Cena (140%)	Cena (150%)	Cena (160%)	Cena (170%)	Cena (180%)	Cena (190%)	Cena (200%)
Popyt (10%)	298,2	292,1	286,1	277,7	267,4	252,3	229,9	203,4	174,3	147,0	118,4	95,9	75,8	59,5	46,0	36,0	27,8	20,8	16,4	12,4
Popyt (20%)	315,5	303,3	291,3	278,0	262,0	241,0	215,6	188,1	158,2	131,7	104,5	84,7	68,1	52,8	39,3	30,3	23,1	17,7	13,8	10,0
Popyt (30%)	333,1	315,1	296,7	277,5	256,0	231,7	203,8	173,2	144,9	119,7	93,8	74,6	57,5	44,6	33,3	25,1	18,9	15,1	10,5	8,0
Popyt (40%)	351,1	325,9	301,9	277,6	251,2	222,8	192,8	162,1	131,5	106,4	82,4	63,3	48,3	36,6	27,3	20,6	14,6	11,0	8,1	6,1
Popyt (50%)	368,7	338,0	307,8	277,3	246,9	213,1	180,8	147,5	118,7	94,3	71,2	54,3	40,4	30,2	22,2	15,6	11,7	8,3	6,2	4,4
Popyt (60%)	385,6	349,4	313,4	277,2	241,4	206,0	170,7	137,0	107,2	82,3	62,0	46,1	33,3	23,8	17,3	12,2	8,8	6,4	4,5	3,1
Popyt (70%)	402,8	360,4	319,3	277,7	238,0	198,1	160,6	126,2	97,2	71,6	53,5	38,6	27,2	19,8	14,0	10,3	7,3	5,1	3,8	2,2
Popyt (80%)	417,0	369,3	324,1	279,3	235,4	192,1	153,7	117,3	88,1	66,0	48,0	33,0	22,9	16,8	12,0	7,7	5,8	3,7	2,8	1,9
Popyt (90%)	428,3	377,8	328,0	280,2	234,0	189,2	147,1	112,9	84,2	60,0	42,8	29,9	20,9	13,9	9,7	6,8	4,8	3,3	2,3	1,6
Popyt (100%)	437,1	383,2	331,7	281,4	232,6	185,4	145,3	109,4	80,2	57,2	40,6	27,6	19,8	13,3	8,9	6,3	4,3	3,0	2,0	1,3
Popyt (110%)	442,8	387,8	334,1	281,6	231,8	184,7	142,0	107,3	77,0	54,1	38,3	26,8	18,4	12,2	8,3	5,6	4,1	2,7	1,8	1,2
Popyt (120%)	446,8	390,5	335,9	282,8	232,1	184,5	141,6	104,1	74,6	52,7	37,0	25,1	16,7	11,6	8,4	5,3	3,6	2,5	1,6	1,1
Popyt (130%)	450,1	392,7	336,7	282,0	230,0	183,3	140,1	102,5	74,4	52,6	36,7	24,8	17,4	11,7	7,8	5,5	3,5	2,6	1,6	1,2
Popyt (140%)	451,1	394,2	337,4	283,0	230,8	183,6	139,7	102,2	72,5	52,5	35,7	24,0	16,7	11,6	7,7	5,4	3,5	2,3	1,6	1,1
Popyt (150%)	452,8	394,0	337,9	282,7	229,9	182,9	139,7	102,5	73,7	51,8	34,9	24,1	16,5	11,8	7,5	5,1	3,2	2,3	1,7	1,0
Popyt (160%)	452,9	394,6	337,8	283,4	231,2	182,4	139,3	100,7	72,7	51,3	35,0	24,9	16,6	10,9	7,5	5,2	3,2	2,3	1,6	1,2
Popyt (170%)	453,7	395,2	338,7	283,4	231,3	181,1	138,9	103,6	73,4	52,4	35,5	24,0	16,9	11,1	7,5	5,2	3,2	2,2	1,8	1,1
Popyt (180%)	453,6	394,8	337,9	283,9	229,5	182,0	138,1	103,9	73,9	51,8	35,2	24,3	16,6	11,6	7,5	5,3	3,6	2,4	1,6	1,0
Popyt (190%)	453,4	395,0	338,6	284,4	230,5	183,4	139,2	102,9	73,6	52,1	35,5	24,7	17,2	11,7	7,8	5,0	3,6	2,3	1,7	1,1
Popyt (200%)	452,6	394,7	338,1	283,3	230,3	182,8	139,8	103,1	73,6	52,5	36,0	25,7	17,0	11,8	8,1	5,4	3,6	2,7	1,6	1,2

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.24 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu i popytu

BS	Cena (10%)	Cena (20%)	Cena (30%)	Cena (40%)	Cena (50%)	Cena (60%)	Cena (70%)	Cena (80%)	Cena (90%)	Cena (100%)	Cena (110%)	Cena (120%)	Cena (130%)	Cena (140%)	Cena (150%)	Cena (160%)	Cena (170%)	Cena (180%)	Cena (190%)	Cena (200%)
Popyt (10%)	333,1	326,2	318,4	311,4	304,0	297,2	290,1	282,3	275,4	268,8	262,0	255,4	248,5	242,5	235,6	228,9	222,6	216,6	209,9	204,2
Popyt (20%)	352,1	338,0	323,7	309,6	295,4	281,5	267,6	254,3	240,8	228,4	215,4	202,7	192,1	178,3	168,0	156,1	143,6	130,1	119,3	106,4
Popyt (30%)	372,0	350,0	329,2	307,6	287,2	266,5	246,7	227,3	208,8	191,6	171,8	154,5	136,3	119,2	101,8	82,3	65,0	49,3	33,7	22,5
Popyt (40%)	391,6	362,2	334,2	306,1	278,2	252,2	227,1	202,0	177,4	153,9	128,1	103,6	81,5	60,0	37,5	23,1	16,7	11,9	9,1	7,8
Popyt (50%)	410,9	374,5	339,2	304,7	270,9	239,5	206,9	177,1	146,8	116,5	87,1	58,6	34,2	20,7	14,4	10,9	8,6	6,9	6,2	5,6
Popyt (60%)	430,1	387,3	344,9	303,5	264,5	225,6	188,7	153,2	115,0	79,4	48,0	28,8	18,1	12,1	9,9	8,0	6,7	6,0	5,6	5,1
Popyt (70%)	448,4	399,3	350,0	303,5	257,7	212,7	171,2	130,3	88,8	49,3	29,1	18,3	13,3	9,7	7,9	6,9	6,0	5,8	5,2	4,8
Popyt (80%)	464,5	408,8	354,8	303,6	252,0	204,9	158,2	109,9	65,8	35,6	23,5	15,0	10,2	8,6	7,0	6,1	5,5	5,3	4,8	4,9
Popyt (90%)	477,9	417,3	359,6	302,7	248,4	196,7	147,7	97,4	52,7	30,7	18,4	12,4	9,9	8,0	6,8	5,5	4,9	4,5	4,2	4,4
Popyt (100%)	486,2	424,2	363,1	304,4	246,0	192,5	138,2	86,0	48,5	28,2	18,3	12,6	9,1	7,9	5,9	5,1	4,8	4,8	4,2	4,3
Popyt (110%)	493,1	428,5	365,1	304,4	245,5	189,7	134,8	79,0	44,2	26,7	17,2	12,0	9,6	7,5	6,1	5,1	5,0	4,2	4,1	4,2
Popyt (120%)	497,3	432,2	367,0	304,6	245,0	187,2	129,9	76,3	43,7	26,2	17,3	11,8	9,2	6,7	5,9	4,9	4,6	4,1	4,5	4,2
Popyt (130%)	501,1	434,0	367,2	304,5	243,3	186,4	130,2	75,2	40,9	25,9	16,2	12,0	8,8	7,5	6,1	5,2	4,9	4,7	4,4	4,0
Popyt (140%)	503,2	436,0	368,5	304,9	244,8	186,2	128,2	74,5	42,2	24,1	17,0	11,5	8,9	8,0	6,4	5,8	5,4	5,2	4,1	4,3
Popyt (150%)	503,8	436,7	369,2	305,2	244,1	183,9	128,3	70,9	39,7	26,0	17,0	12,1	8,9	7,3	6,0	5,7	5,6	4,9	4,5	3,9
Popyt (160%)	505,0	437,1	369,7	305,9	242,6	183,7	125,2	72,0	41,1	24,1	17,1	12,4	9,7	7,3	6,9	6,0	5,5	5,1	4,3	4,4
Popyt (170%)	505,3	437,5	370,1	306,1	242,8	185,1	125,7	74,0	43,2	25,1	17,1	12,0	10,4	7,5	6,8	5,9	5,3	5,4	4,8	5,1
Popyt (180%)	506,2	437,4	370,4	305,7	243,0	185,2	126,1	72,7	41,7	26,4	17,8	12,1	9,9	7,7	6,4	6,5	5,8	5,2	5,5	5,0
Popyt (190%)	504,8	437,7	370,2	305,9	244,1	184,3	126,7	73,0	44,5	26,0	19,0	13,1	10,3	9,0	7,5	6,8	5,9	5,5	5,7	5,1
Popyt (200%)	505,5	436,5	370,9	306,2	245,1	186,1	127,1	74,8	44,0	26,7	18,4	14,0	10,7	9,3	8,1	7,2	6,8	6,2	5,6	5,4

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.25 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny produktu i popytu

różnica	Cena (10%)	Cena (20%)	Cena (30%)	Cena (40%)	Cena (50%)	Cena (60%)	Cena (70%)	Cena (80%)	Cena (90%)	Cena (100%)	Cena (110%)	Cena (120%)	Cena (130%)	Cena (140%)	Cena (150%)	Cena (160%)	Cena (170%)	Cena (180%)	Cena (190%)	Cena (200%)
Popyt (10%)	-34,9	-34,2	-32,3	-33,8	-36,6	-44,9	-60,2	-78,9	-101,2	-121,8	-143,6	-159,5	-172,7	-183,1	-189,6	-192,9	-194,8	-195,8	-193,4	-191,8
Popyt (20%)	-36,7	-34,7	-32,4	-31,5	-33,4	-40,5	-52,0	-66,1	-82,6	-96,7	-110,9	-117,9	-124,0	-125,5	-128,7	-125,8	-120,5	-112,4	-105,5	-96,4
Popyt (30%)	-38,9	-34,9	-32,5	-30,1	-31,2	-34,7	-42,9	-54,1	-63,9	-71,9	-78,0	-79,9	-78,8	-74,6	-68,6	-57,3	-46,0	-34,3	-23,1	-14,5
Popyt (40%)	-40,5	-36,3	-32,3	-28,5	-27,0	-29,4	-34,3	-39,9	-46,0	-47,6	-45,7	-40,2	-33,2	-23,4	-10,2	-2,5	-2,1	-0,9	-0,9	-1,7
Popyt (50%)	-42,2	-36,5	-31,4	-27,4	-23,9	-26,5	-26,2	-29,5	-28,1	-22,2	-15,9	-4,4	6,2	9,5	7,8	4,7	3,0	1,4	0,0	-1,2
Popyt (60%)	-44,5	-38,0	-31,5	-26,4	-23,2	-19,6	-18,0	-16,2	-7,7	2,9	14,0	17,4	15,2	11,6	7,4	4,2	2,1	0,4	-1,2	-1,9
Popyt (70%)	-45,6	-38,9	-30,8	-25,7	-19,8	-14,7	-10,6	-4,1	8,3	22,3	24,4	20,3	13,9	10,0	6,1	3,4	1,3	-0,7	-1,4	-2,6
Popyt (80%)	-47,5	-39,5	-30,8	-24,2	-16,6	-12,8	-4,5	7,4	22,3	30,4	24,5	18,0	12,7	8,2	5,0	1,6	0,4	-1,6	-2,0	-3,0
Popyt (90%)	-49,7	-39,5	-31,6	-22,6	-14,4	-7,5	-0,6	15,5	31,5	29,3	24,4	17,5	11,0	5,8	3,0	1,3	-0,1	-1,2	-1,9	-2,8
Popyt (100%)	-49,1	-41,0	-31,3	-23,0	-13,4	-7,0	7,1	23,4	31,8	29,0	22,2	15,1	10,7	5,4	3,0	1,2	-0,5	-1,8	-2,1	-3,0
Popyt (110%)	-50,2	-40,7	-31,0	-22,8	-13,7	-5,0	7,3	28,4	32,9	27,4	21,1	14,8	8,8	4,7	2,3	0,6	-1,0	-1,5	-2,3	-2,9
Popyt (120%)	-50,5	-41,7	-31,1	-21,8	-12,9	-2,6	11,7	27,8	30,9	26,5	19,7	13,3	7,5	4,9	2,5	0,4	-1,0	-1,7	-2,9	-3,1
Popyt (130%)	-51,0	-41,3	-30,5	-22,5	-13,3	-3,1	9,9	27,3	33,5	26,7	20,6	12,8	8,6	4,2	1,8	0,2	-1,4	-2,1	-2,8	-2,9
Popyt (140%)	-52,1	-41,8	-31,2	-21,9	-14,0	-2,6	11,4	27,8	30,3	28,4	18,7	12,5	7,9	3,6	1,3	-0,4	-1,9	-2,9	-2,5	-3,2
Popyt (150%)	-51,0	-42,6	-31,3	-22,5	-14,2	-1,1	11,4	31,6	34,0	25,8	17,9	12,0	7,6	4,5	1,5	-0,6	-2,4	-2,6	-2,9	-2,9
Popyt (160%)	-52,1	-42,5	-31,8	-22,5	-11,3	-1,3	14,1	28,7	31,6	27,1	18,0	12,5	6,9	3,6	0,5	-0,9	-2,3	-2,8	-2,7	-3,2
Popyt (170%)	-51,6	-42,3	-31,5	-22,7	-11,5	-4,0	13,2	29,7	30,2	27,3	18,4	12,1	6,6	3,6	0,7	-0,8	-2,1	-3,2	-3,1	-4,0
Popyt (180%)	-52,6	-42,6	-32,5	-21,8	-13,4	-3,2	12,0	31,1	32,2	25,4	17,4	12,2	6,7	3,9	1,1	-1,2	-2,2	-2,8	-3,9	-4,0
Popyt (190%)	-51,4	-42,8	-31,6	-21,5	-13,5	-0,9	12,5	29,9	29,1	26,1	16,5	11,6	6,9	2,6	0,3	-1,8	-2,2	-3,2	-4,0	-4,1
Popyt (200%)	-52,9	-41,8	-32,8	-22,8	-14,8	-3,3	12,8	28,3	29,6	25,8	17,6	11,7	6,3	2,5	-0,0	-1,9	-3,2	-3,5	-4,0	-4,2

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.26 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych

SWP	Koszty zmienne (10%)	Koszty zmienne (20%)	Koszty zmienne (30%)	Koszty zmienne (40%)	Koszty zmienne (50%)	Koszty zmienne (60%)	Koszty zmienne (70%)	Koszty zmienne (80%)	Koszty zmienne (90%)	Koszty zmienne (100%)	Koszty zmienne (110%)	Koszty zmienne (120%)	Koszty zmienne (130%)	Koszty zmienne (140%)	Koszty zmienne (150%)	Koszty zmienne (160%)	Koszty zmienne (170%)	Koszty zmienne (180%)	Koszty zmienne (190%)	Koszty zmienne (200%)
Wartość inwestycji (10%)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,3	0,7	1,2	2,3	3,5	5,2	7,9	11,3	15,6	20,6	27,3	33,0	40,1
Wartość inwestycji (20%)	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,4	0,6	1,0	1,7	2,7	4,2	6,7	9,1	12,8	16,8	22,4	28,2	35,1	43,0	49,8
Wartość inwestycji (30%)	0,2	0,2	0,3	0,5	0,6	1,0	1,5	2,3	3,4	5,2	7,5	10,8	14,7	19,1	24,2	30,2	37,2	45,6	52,1	62,2
Wartość inwestycji (40%)	0,5	0,5	0,9	1,1	1,5	2,3	3,4	4,6	6,4	9,2	12,1	16,3	20,9	26,6	32,6	39,5	46,9	54,9	64,8	74,5
Wartość inwestycji (50%)	1,0	1,3	1,7	2,2	3,1	4,5	5,7	7,9	10,6	13,8	18,4	23,6	28,5	35,5	42,5	50,7	58,2	67,3	77,2	86,4
Wartość inwestycji (60%)	1,9	2,3	3,3	4,2	5,6	7,4	10,2	12,6	16,4	20,2	25,6	31,9	38,1	45,2	53,2	60,8	71,0	79,5	87,4	100,3
Wartość inwestycji (70%)	3,4	4,3	5,4	6,9	9,1	11,4	14,7	18,0	22,1	28,7	34,1	41,7	48,4	55,3	64,7	72,8	82,7	93,0	101,4	112,1
Wartość inwestycji (80%)	5,4	7,0	8,3	10,7	13,5	16,4	21,0	25,4	30,5	37,0	42,8	51,3	59,8	68,7	75,4	85,6	95,5	104,1	116,8	125,1
Wartość inwestycji (90%)	8,1	10,1	12,7	15,7	19,4	23,1	27,7	33,5	40,3	46,2	53,7	61,5	70,3	78,1	90,0	98,8	107,3	119,0	129,9	139,4
Wartość inwestycji (100%)	12,0	14,8	17,9	21,8	25,9	30,1	36,2	42,7	49,2	56,9	65,0	74,2	82,9	91,9	100,5	111,3	123,0	132,2	141,5	154,4
Wartość inwestycji (110%)	17,3	20,7	23,8	28,2	33,8	39,6	45,0	52,7	59,5	67,3	76,0	85,7	94,9	105,6	114,8	125,8	135,0	145,4	157,3	169,4
Wartość inwestycji (120%)	22,9	26,9	32,0	35,9	43,2	48,3	54,9	63,0	70,9	80,0	89,4	97,9	109,1	119,0	129,3	137,9	150,4	160,2	171,4	181,1
Wartość inwestycji (130%)	29,6	34,5	40,3	46,1	52,8	57,7	66,1	74,6	83,6	91,7	100,6	112,0	123,0	129,9	142,2	152,1	159,3	173,2	184,3	195,4
Wartość inwestycji (140%)	38,1	43,2	49,5	55,9	63,2	70,0	78,4	86,4	96,3	103,8	114,3	123,3	135,1	146,1	155,5	165,4	175,4	186,2	199,2	207,1
Wartość inwestycji (150%)	45,8	52,0	58,5	66,0	72,5	81,7	89,6	97,6	108,6	118,7	128,1	137,8	150,0	159,1	168,9	180,6	193,4	204,0	213,4	222,2
Wartość inwestycji (160%)	55,1	62,4	70,3	76,0	84,8	93,5	101,8	112,4	123,0	131,4	141,1	151,9	161,4	174,1	182,4	194,1	204,5	216,9	224,5	241,8
Wartość inwestycji (170%)	66,6	72,4	79,5	87,3	99,5	105,8	116,9	126,1	132,3	145,9	154,8	165,7	175,6	186,0	194,6	208,8	220,0	230,1	242,5	252,5
Wartość inwestycji (180%)	76,1	85,2	93,5	101,3	111,2	121,0	125,6	139,7	149,8	159,8	166,7	180,4	186,7	200,7	209,0	222,2	234,3	243,4	253,6	263,3
Wartość inwestycji (190%)	87,4	96,5	106,2	111,8	123,7	132,6	139,3	151,2	160,9	170,4	181,6	192,9	202,1	214,5	224,7	236,1	244,9	257,7	268,1	280,6
Wartość inwestycji (200%)	97,4	108,9	118,1	125,8	136,0	144,8	151,7	163,9	177,8	185,1	194,7	205,9	217,5	227,9	239,2	250,4	263,8	274,6	284,8	292,7

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.27 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od kosztów zmiennych i nakładów inwestycyjnych

BS	Koszty zmienne (10%)	Koszty zmienne (20%)	Koszty zmienne (30%)	Koszty zmienne (40%)	Koszty zmienne (50%)	Koszty zmienne (60%)	Koszty zmienne (70%)	Koszty zmienne (80%)	Koszty zmienne (90%)	Koszty zmienne (100%)	Koszty zmienne (110%)	Koszty zmienne (120%)	Koszty zmienne (130%)	Koszty zmienne (140%)	Koszty zmienne (150%)	Koszty zmienne (160%)	Koszty zmienne (170%)	Koszty zmienne (180%)	Koszty zmienne (190%)	Koszty zmienne (200%)
Wartość inwestycji (10%)	1,0	1,3	1,7	2,2	2,8	4,0	5,7	8,4	12,0	19,6	30,1	42,5	57,0	69,3	82,6	99,1	107,1	115,0	120,6	128,9
Wartość inwestycji (20%)	0,9	1,3	1,5	2,4	2,7	3,6	6,2	7,5	11,5	20,9	26,1	38,0	48,9	64,3	81,1	86,8	103,4	107,7	115,7	121,6
Wartość inwestycji (30%)	1,0	1,4	1,8	2,0	2,9	3,4	5,6	8,6	11,1	17,5	27,1	32,4	45,8	60,1	72,3	88,0	93,3	105,3	109,6	112,3
Wartość inwestycji (40%)	1,0	1,1	1,6	2,3	2,8	3,6	5,1	8,6	12,7	15,9	25,4	37,4	43,8	59,9	69,8	82,5	91,1	97,7	103,0	109,3
Wartość inwestycji (50%)	1,0	1,3	1,6	2,2	2,9	3,8	5,2	7,4	10,8	18,0	26,7	32,5	45,8	57,3	71,4	78,3	91,0	96,7	101,8	107,4
Wartość inwestycji (60%)	1,0	1,5	1,7	2,5	2,9	4,0	5,7	8,2	11,2	15,8	25,1	36,4	42,7	59,7	67,8	79,7	89,0	94,5	99,6	106,5
Wartość inwestycji (70%)	1,2	1,5	2,0	2,5	3,5	4,7	6,6	9,3	12,6	19,2	23,6	37,0	51,6	60,7	69,8	78,2	88,2	98,4	106,5	114,3
Wartość inwestycji (80%)	1,3	1,8	2,3	3,0	3,8	5,2	7,0	9,8	14,2	20,8	26,4	37,4	51,8	59,4	74,0	84,2	92,0	104,1	117,3	134,7
Wartość inwestycji (90%)	1,4	1,9	2,4	3,2	4,8	6,3	8,4	11,2	16,0	22,0	32,4	40,3	54,1	65,2	80,1	91,8	104,4	121,3	139,6	161,9
Wartość inwestycji (100%)	1,7	2,2	3,0	4,2	5,6	7,5	10,1	13,9	19,3	27,6	37,4	49,7	63,1	77,3	92,9	107,3	125,9	146,5	170,0	191,9
Wartość inwestycji (110%)	2,1	2,7	4,0	5,1	6,8	10,1	13,6	18,0	26,6	35,2	47,4	61,9	76,4	93,9	109,9	131,6	152,3	173,8	195,5	213,8
Wartość inwestycji (120%)	2,6	3,6	4,9	6,5	9,4	12,9	18,7	25,1	35,9	48,7	61,7	80,1	96,1	115,3	138,9	156,8	180,8	202,1	221,2	243,3
Wartość inwestycji (130%)	3,4	5,1	7,0	9,5	13,8	19,1	26,7	35,4	50,7	65,7	82,6	105,0	125,8	143,8	163,9	186,8	205,8	227,0	247,5	270,4
Wartość inwestycji (140%)	5,0	6,8	10,1	15,1	20,7	28,1	38,9	56,0	73,1	92,2	111,0	131,7	152,2	174,6	192,0	211,2	234,1	254,6	278,0	296,2
Wartość inwestycji (150%)	7,4	10,5	14,8	20,5	30,8	44,6	58,7	77,7	98,1	119,5	136,9	156,6	179,0	199,5	218,3	241,1	260,3	283,4	301,9	325,6
Wartość inwestycji (160%)	11,6	16,4	24,3	34,8	48,1	65,6	86,2	103,6	125,5	145,0	164,6	187,2	204,7	225,0	245,7	268,6	288,5	308,7	330,8	349,8
Wartość inwestycji (170%)	19,8	27,1	38,9	56,5	72,1	89,3	112,7	133,5	151,7	171,8	192,2	210,7	232,5	253,5	275,4	293,1	315,0	336,4	357,9	379,4
Wartość inwestycji (180%)	30,1	42,6	61,3	78,3	96,1	117,3	140,8	157,6	178,6	197,1	217,9	237,3	259,6	280,3	301,9	322,8	343,4	363,6	384,7	407,4
Wartość inwestycji (190%)	51,6	65,4	86,5	105,9	123,1	144,3	165,0	182,6	204,4	227,5	247,1	266,5	284,7	309,1	328,1	348,6	368,9	391,1	413,0	432,2
Wartość inwestycji (200%)	74,0	87,0	111,7	130,2	153,2	170,3	191,8	211,3	231,7	251,5	272,1	294,0	313,2	334,9	354,3	376,3	393,5	418,2	440,6	459,9

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.28 Wartość różnicy pomiędzy wartościami opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od kosztów zmiennych i wartości nakładów inwestycyjnych

RÓŻNICA	Koszty zmienne (10%)	Koszty zmienne (20%)	Koszty zmienne (30%)	Koszty zmienne (40%)	Koszty zmienne (50%)	Koszty zmienne (60%)	Koszty zmienne (70%)	Koszty zmienne (80%)	Koszty zmienne (90%)	Koszty zmienne (100%)	Koszty zmienne (110%)	Koszty zmienne (120%)	Koszty zmienne (130%)	Koszty zmienne (140%)	Koszty zmienne (150%)	Koszty zmienne (160%)	Koszty zmienne (170%)	Koszty zmienne (180%)	Koszty zmienne (190%)	Koszty zmienne (200%)
Wartość inwestycji (10%)	-1,0	-1,3	-1,6	-2,1	-2,7	-3,9	-5,6	-8,0	-11,2	-18,3	-27,9	-39,1	-51,8	-61,5	-71,3	-83,5	-86,5	-87,8	-87,6	-88,8
Wartość inwestycji (20%)	-0,8	-1,2	-1,4	-2,2	-2,4	-3,3	-5,6	-6,5	-9,8	-18,2	-21,9	-31,3	-39,8	-51,5	-64,3	-64,4	-75,1	-72,6	-72,8	-71,8
Wartość inwestycji (30%)	-0,8	-1,1	-1,5	-1,5	-2,3	-2,4	-4,0	-6,4	-7,6	-12,3	-19,5	-21,5	-31,0	-41,0	-48,1	-57,8	-56,2	-59,7	-57,5	-50,2
Wartość inwestycji (40%)	-0,5	-0,6	-0,8	-1,2	-1,3	-1,3	-1,7	-3,9	-6,3	-6,7	-13,3	-21,1	-22,9	-33,3	-37,2	-43,0	-44,2	-42,8	-38,1	-34,8
Wartość inwestycji (50%)	0,0	0,1	0,0	0,0	0,2	0,7	0,6	0,5	-0,2	-4,3	-8,2	-8,8	-17,4	-21,8	-28,9	-27,6	-32,8	-29,5	-24,6	-21,0
Wartość inwestycji (60%)	0,8	0,8	1,6	1,7	2,7	3,4	4,5	4,4	5,2	4,3	0,4	-4,6	-4,6	-14,5	-14,6	-18,8	-18,0	-15,1	-12,2	-6,2
Wartość inwestycji (70%)	2,2	2,8	3,4	4,4	5,6	6,7	8,1	8,7	9,5	9,5	10,4	4,7	-3,2	-5,4	-5,1	-5,5	-5,6	-5,4	-5,2	-2,2
Wartość inwestycji (80%)	4,1	5,2	6,0	7,7	9,7	11,1	14,0	15,6	16,3	16,2	16,4	13,9	8,0	9,3	1,4	1,4	3,5	0,0	-0,6	-9,6
Wartość inwestycji (90%)	6,6	8,3	10,3	12,5	14,6	16,8	19,3	22,3	24,3	24,2	21,3	21,2	16,2	13,0	9,9	7,0	2,9	-2,3	-9,7	-22,5
Wartość inwestycji (100%)	10,3	12,6	14,9	17,6	20,3	22,6	26,2	28,8	29,9	29,3	27,6	24,4	19,8	14,7	7,7	4,0	-2,9	-14,3	-28,5	-37,5
Wartość inwestycji (110%)	15,2	18,0	19,8	23,2	27,0	29,5	31,5	34,8	32,9	32,1	28,6	23,8	18,5	11,7	4,9	-5,8	-17,3	-28,4	-38,3	-44,4
Wartość inwestycji (120%)	20,3	23,3	27,1	29,4	33,8	35,4	36,2	37,9	35,0	31,3	27,7	17,8	13,0	3,7	-9,6	-18,9	-30,4	-41,9	-49,8	-62,2
Wartość inwestycji (130%)	26,2	29,4	33,3	36,6	39,0	38,6	39,5	39,2	32,9	26,1	18,0	7,0	-2,7	-14,0	-21,7	-34,7	-46,5	-53,9	-63,3	-75,0
Wartość inwestycji (140%)	33,1	36,4	39,4	40,9	42,5	41,9	39,5	30,3	23,2	11,7	3,3	-8,4	-17,1	-28,5	-36,5	-45,9	-58,7	-68,4	-78,8	-89,1
Wartość inwestycji (150%)	38,4	41,4	43,6	45,5	41,6	37,1	31,0	20,0	10,5	-0,8	-8,8	-18,8	-29,0	-40,4	-49,4	-60,5	-66,9	-79,4	-88,5	-103,4
Wartość inwestycji (160%)	43,5	46,0	46,0	41,1	36,7	28,0	15,6	8,8	-2,5	-13,5	-23,5	-35,3	-43,3	-50,9	-63,3	-74,6	-83,9	-91,9	-106,3	-108,0
Wartość inwestycji (170%)	46,9	45,2	40,6	30,8	27,4	16,5	4,2	-7,4	-19,3	-25,9	-37,3	-45,0	-56,9	-67,5	-80,9	-84,3	-95,0	-106,3	-115,4	-127,0
Wartość inwestycji (180%)	46,0	42,6	32,2	23,0	15,1	3,7	-15,1	-17,9	-28,8	-37,3	-51,2	-57,0	-73,0	-79,6	-92,8	-100,7	-109,1	-120,2	-131,1	-144,0
Wartość inwestycji (190%)	35,8	31,1	19,8	6,0	0,5	-11,7	-25,7	-31,4	-43,5	-57,0	-65,4	-73,6	-82,6	-94,6	-103,4	-112,5	-124,0	-133,4	-144,9	-151,6
Wartość inwestycji (200%)	23,4	21,9	6,4	-4,4	-17,2	-25,6	-40,1	-47,4	-53,9	-66,3	-77,4	-88,2	-95,7	-107,0	-115,1	-125,9	-129,6	-143,7	-155,7	-167,2

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.29 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od ceny i jednostkowych kosztów zmiennych

SWP	Cena (10%)	Cena (20%)	Cena (30%)	Cena (40%)	Cena (50%)	Cena (60%)	Cena (70%)	Cena (80%)	Cena (90%)	Cena (100%)	Cena (110%)	Cena (120%)	Cena (130%)	Cena (140%)	Cena (150%)	Cena (160%)	Cena (170%)	Cena (180%)	Cena (190%)	Cena (200%)
Koszty zmienne (10%)	248,0	200,0	156,0	115,6	83,5	57,3	39,4	26,7	18,0	12,3	7,9	5,8	4,3	2,7	1,7	1,2	1,0	0,7	0,4	0,2
Koszty zmienne (20%)	269,3	218,3	174,7	134,4	96,5	67,2	47,5	31,9	22,1	14,8	10,1	6,6	4,5	2,9	2,0	1,3	0,8	0,7	0,6	0,5
Koszty zmienne (30%)	290,4	239,4	192,6	149,1	112,5	80,2	57,5	38,1	26,4	17,5	12,6	8,3	5,4	3,8	2,5	1,7	1,4	0,8	0,5	0,4
Koszty zmienne (40%)	310,6	259,0	211,7	167,1	127,8	93,1	66,5	47,8	31,6	20,8	14,4	9,1	6,7	4,7	2,8	2,1	1,5	0,8	0,5	0,4
Koszty zmienne (50%)	332,4	279,8	229,6	184,4	143,2	106,6	79,0	55,0	37,0	24,9	17,6	11,9	8,1	5,4	3,4	2,6	1,7	1,1	0,8	0,6
Koszty zmienne (60%)	352,6	300,0	251,0	202,5	160,5	122,3	89,3	64,5	43,5	31,0	20,9	14,6	9,3	6,7	4,3	3,0	2,0	1,5	1,1	0,8
Koszty zmienne (70%)	373,6	320,8	269,0	223,0	177,9	137,5	102,0	73,6	52,4	35,8	25,3	17,3	11,5	7,5	5,4	3,1	2,4	2,0	1,1	0,8
Koszty zmienne (80%)	395,0	341,6	291,0	241,3	194,1	152,2	116,2	83,2	60,2	41,1	29,4	19,2	14,4	9,0	6,8	4,0	3,0	2,2	1,5	1,1
Koszty zmienne (90%)	415,7	362,7	310,3	258,9	212,0	168,8	128,7	93,5	69,8	51,0	33,9	24,0	16,3	11,2	7,5	5,7	4,0	2,3	1,4	1,1
Koszty zmienne (100%)	437,0	383,7	331,3	280,8	232,4	186,6	143,4	108,6	79,5	56,0	39,9	27,9	19,4	12,6	8,9	6,1	4,3	2,6	1,8	1,4
Koszty zmienne (110%)	458,0	405,0	351,0	300,9	250,8	204,2	158,5	120,9	91,9	64,0	44,5	32,4	21,7	15,7	10,2	6,8	5,0	3,3	2,1	1,5
Koszty zmienne (120%)	478,4	426,4	373,0	319,9	270,3	222,5	174,7	135,1	101,0	73,5	53,2	38,5	25,1	18,5	12,4	8,7	5,7	3,8	2,6	1,8
Koszty zmienne (130%)	499,9	446,9	394,3	340,4	290,9	239,3	190,8	147,0	112,1	82,6	59,6	43,7	30,3	20,9	13,7	10,8	6,6	5,0	3,3	2,6
Koszty zmienne (140%)	521,2	466,8	413,1	362,1	308,2	256,0	206,2	161,7	123,7	92,1	66,3	47,8	35,9	25,0	17,4	11,4	7,5	5,2	3,7	2,6
Koszty zmienne (150%)	541,1	488,2	436,2	380,7	327,9	275,7	224,9	176,0	135,3	101,5	75,5	54,2	38,0	27,7	18,8	13,3	9,6	6,4	3,9	2,8
Koszty zmienne (160%)	561,0	510,3	456,4	402,5	348,4	291,9	239,7	190,8	149,6	109,0	81,6	60,5	42,1	31,7	21,4	15,6	9,8	7,5	5,8	3,9
Koszty zmienne (170%)	583,4	531,8	476,7	424,5	369,0	312,3	260,3	205,6	161,2	120,9	91,0	66,2	47,0	35,7	25,1	17,2	12,4	8,9	5,7	4,0
Koszty zmienne (180%)	605,0	550,1	497,6	444,8	388,6	330,9	272,5	220,4	173,2	132,6	98,3	74,1	53,8	38,1	27,1	19,5	14,2	9,4	7,0	4,1
Koszty zmienne (190%)	625,9	571,8	518,9	465,0	409,4	349,8	291,9	238,4	184,5	143,6	108,3	80,4	59,2	43,1	31,1	20,9	15,5	11,2	7,8	4,2
Koszty zmienne (200%)	646,2	592,8	540,6	485,5	429,7	371,1	309,9	252,6	196,5	154,3	117,5	86,6	63,2	46,2	33,9	24,7	16,2	12,3	8,9	4,3

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.30 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny i jednostkowych kosztów zmiennych

BS	Cena (10%)	Cena (20%)	Cena (30%)	Cena (40%)	Cena (50%)	Cena (60%)	Cena (70%)	Cena (80%)	Cena (90%)	Cena (100%)	Cena (110%)	Cena (120%)	Cena (130%)	Cena (140%)	Cena (150%)	Cena (160%)	Cena (170%)	Cena (180%)	Cena (190%)	Cena (200%)
Koszty zmienne (10%)	274,5	217,4	165,0	114,4	62,9	18,7	5,4	3,1	2,1	1,7	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,3	1,3	1,1	1,4	1,4
Koszty zmienne (20%)	297,3	238,7	185,2	133,7	81,3	32,1	9,5	4,8	2,8	2,2	2,1	1,9	1,7	1,2	1,4	1,5	1,3	1,3	1,6	1,6
Koszty zmienne (30%)	321,6	261,6	205,5	152,6	101,4	48,8	16,0	7,8	4,5	2,7	2,3	2,1	1,8	1,9	1,7	1,7	1,6	1,6	1,8	1,6
Koszty zmienne (40%)	344,5	284,4	227,4	173,6	122,7	69,1	25,6	10,4	6,0	4,0	3,2	2,8	2,1	2,4	2,1	2,1	1,8	2,1	2,1	1,7
Koszty zmienne (50%)	368,6	307,4	249,5	196,2	143,3	90,6	37,8	16,0	8,0	5,5	4,3	3,2	2,7	2,3	2,5	2,2	2,3	2,1	2,2	2,1
Koszty zmienne (60%)	392,5	330,0	271,6	214,4	161,9	109,9	58,4	23,3	12,1	7,4	4,8	4,9	3,5	3,0	2,8	2,7	2,6	2,3	2,8	2,5
Koszty zmienne (70%)	416,2	353,8	292,4	239,9	182,5	127,9	77,4	33,6	16,5	10,8	7,2	5,2	4,7	3,6	3,3	3,1	3,3	2,7	2,7	2,5
Koszty zmienne (80%)	439,0	376,7	317,2	258,8	205,3	152,4	98,1	50,8	22,7	13,0	9,8	7,5	5,8	4,6	4,2	3,5	3,5	3,4	3,0	3,0
Koszty zmienne (90%)	462,7	400,1	340,5	280,0	223,4	171,3	120,2	66,7	34,1	20,5	12,5	9,4	7,2	5,9	4,9	4,7	3,9	3,4	3,5	3,1
Koszty zmienne (100%)	487,0	425,4	363,4	303,9	248,4	193,6	139,9	90,5	47,8	27,4	17,7	11,3	9,0	7,4	6,5	5,1	4,7	4,4	4,4	4,1
Koszty zmienne (110%)	509,2	448,3	385,7	326,1	268,3	213,8	159,7	108,0	63,1	37,3	22,3	15,3	12,1	9,7	8,1	6,5	5,9	5,3	5,9	4,7
Koszty zmienne (120%)	534,0	470,7	408,7	347,6	292,6	233,4	181,6	130,1	78,0	47,4	33,5	21,6	15,1	11,8	9,2	7,0	6,7	6,3	5,7	5,5
Koszty zmienne (130%)	556,8	494,1	432,2	370,3	313,4	257,5	201,6	147,2	95,7	63,2	39,2	32,3	19,2	14,0	11,8	9,8	9,7	7,5	6,3	5,7
Koszty zmienne (140%)	580,9	518,5	455,4	395,3	337,2	278,0	223,6	168,4	115,6	75,0	55,3	38,2	29,2	20,2	15,3	12,5	11,7	9,4	8,2	7,3
Koszty zmienne (150%)	603,4	542,8	479,4	418,7	359,0	302,6	242,5	192,0	137,6	91,2	65,0	53,5	35,7	24,9	20,5	15,2	12,7	10,6	10,4	8,2
Koszty zmienne (160%)	627,6	567,0	502,4	442,2	380,3	323,7	265,6	213,7	161,6	105,6	83,2	62,0	46,7	36,7	24,5	21,1	22,7	13,1	11,5	10,4
Koszty zmienne (170%)	652,1	586,9	525,9	466,3	405,7	345,6	288,1	230,1	181,0	125,8	93,0	76,0	55,9	42,7	32,5	27,6	18,5	16,8	13,9	12,2
Koszty zmienne (180%)	673,8	611,9	550,7	486,8	428,3	368,2	308,8	255,1	198,9	141,4	106,2	84,0	70,0	54,8	43,5	34,2	27,9	19,2	15,9	19,2
Koszty zmienne (190%)	700,3	636,7	574,8	512,1	450,9	391,6	336,0	277,1	221,4	168,3	121,3	96,9	83,1	67,0	50,1	40,1	30,2	26,1	20,9	16,7
Koszty zmienne (200%)	721,6	657,1	596,8	535,3	473,6	415,1	356,2	299,1	241,0	187,1	137,8	110,1	95,1	78,5	63,7	51,6	43,7	36,6	28,4	22,9

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.31 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny i jednostkowych kosztów zmiennych

Różnica	Cena (10%)	Cena (20%)	Cena (30%)	Cena (40%)	Cena (50%)	Cena (60%)	Cena (70%)	Cena (80%)	Cena (90%)	Cena (100%)	Cena (110%)	Cena (120%)	Cena (130%)	Cena (140%)	Cena (150%)	Cena (160%)	Cena (170%)	Cena (180%)	Cena (190%)	Cena (200%)
Koszty zmienne (10%)	-26,6	-17,5	-9,0	1,2	20,6	38,6	34,0	23,6	15,8	10,6	6,5	4,4	3,0	1,6	0,6	-0,1	-0,3	-0,4	-1,0	-1,1
Koszty zmienne (20%)	-28,1	-20,4	-10,5	0,7	15,2	35,1	38,0	27,1	19,3	12,6	8,0	4,7	2,8	1,6	0,6	-0,2	-0,5	-0,6	-1,0	-1,3
Koszty zmienne (30%)	-31,2	-22,2	-12,9	-3,5	11,1	31,4	41,5	30,3	21,8	14,8	10,4	6,2	3,5	1,9	0,7	0,1	-0,2	-0,8	-1,2	-1,3
Koszty zmienne (40%)	-33,9	-25,4	-15,7	-6,5	5,2	23,9	40,9	37,4	25,6	16,9	11,2	6,3	4,6	2,3	0,7	0,1	-0,4	-1,3	-1,5	-1,2
Koszty zmienne (50%)	-36,2	-27,6	-19,9	-11,7	-0,2	16,0	41,2	39,0	29,0	19,4	13,3	8,7	5,4	3,1	0,9	0,4	-0,6	-0,9	-1,4	-1,6
Koszty zmienne (60%)	-39,9	-30,0	-20,6	-11,9	-1,3	12,4	30,9	41,2	31,4	23,6	16,1	9,7	5,8	3,7	1,5	0,4	-0,6	-0,8	-1,7	-1,8
Koszty zmienne (70%)	-42,7	-33,1	-23,4	-16,8	-4,6	9,6	24,6	40,0	35,9	24,9	18,1	12,1	6,8	3,9	2,1	-0,0	-0,9	-0,7	-1,6	-1,7
Koszty zmienne (80%)	-44,0	-35,0	-26,2	-17,5	-11,1	-0,2	18,1	32,5	37,5	28,1	19,5	11,7	8,6	4,5	2,6	0,6	-0,5	-1,2	-1,6	-2,0
Koszty zmienne (90%)	-47,0	-37,4	-30,2	-21,0	-11,4	-2,6	8,5	26,8	35,7	30,5	21,3	14,6	9,1	5,3	2,5	1,0	0,0	-1,1	-2,1	-1,8
Koszty zmienne (100%)	-50,0	-41,6	-32,1	-23,1	-16,0	-7,0	3,5	18,1	31,7	28,6	22,1	16,7	10,4	5,2	2,5	1,0	-0,4	-1,8	-2,5	-2,7
Koszty zmienne (110%)	-51,2	-43,3	-34,7	-25,3	-17,5	-9,6	-1,2	13,0	28,8	26,7	22,2	17,1	9,6	6,0	2,1	0,3	-0,9	-2,0	-3,8	-2,8
Koszty zmienne (120%)	-55,5	-44,3	-35,7	-27,7	-22,3	-10,9	-6,9	5,0	22,9	26,1	19,6	16,9	10,0	6,7	3,2	1,7	-1,0	-2,5	-3,1	-3,4
Koszty zmienne (130%)	-56,9	-47,2	-38,0	-29,9	-22,5	-18,3	-10,8	-0,2	16,3	19,4	20,3	11,4	11,1	6,9	1,9	1,0	-3,1	-2,6	-3,0	-3,5
Koszty zmienne (140%)	-59,6	-51,7	-42,2	-33,2	-29,0	-22,0	-17,4	-6,7	8,1	17,1	10,9	9,6	6,7	4,8	2,1	-1,1	-4,2	-4,2	-4,6	-4,6
Koszty zmienne (150%)	-62,3	-54,6	-43,2	-38,0	-31,1	-26,9	-17,6	-16,0	-2,3	10,3	10,4	0,7	2,3	2,8	-1,7	-1,8	-3,0	-4,2	-6,5	-5,5
Koszty zmienne (160%)	-66,6	-56,8	-46,0	-39,7	-31,9	-31,8	-25,9	-22,9	-12,0	3,5	-1,5	-1,5	-4,6	-5,0	-3,2	-5,6	-12,9	-5,6	-5,7	-6,6
Koszty zmienne (170%)	-68,7	-55,1	-49,2	-41,8	-36,7	-33,2	-27,8	-24,6	-19,8	-4,9	-2,0	-9,8	-8,9	-7,0	-7,4	-10,4	-6,1	-7,9	-8,2	-7,6
Koszty zmienne (180%)	-68,8	-61,7	-53,0	-42,0	-39,7	-37,2	-36,3	-34,8	-25,8	-8,7	-7,9	-9,9	-16,2	-16,7	-16,5	-14,8	-13,7	-9,8	-8,9	-14,7
Koszty zmienne (190%)	-74,4	-64,9	-55,9	-47,1	-41,6	-41,8	-44,1	-38,7	-36,8	-24,7	-12,9	-16,5	-23,9	-24,0	-19,1	-19,2	-14,7	-14,8	-13,1	-11,4
Koszty zmienne (200%)	-75,5	-64,2	-56,2	-49,8	-43,9	-44,0	-46,3	-46,5	-44,5	-32,7	-20,3	-23,5	-31,9	-32,3	-29,8	-26,9	-27,5	-24,3	-19,4	-17,0

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.32 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od ceny i nakładów inwestycyjnych

SWP	Cena (10%)	Cena (20%)	Cena (30%)	Cena (40%)	Cena (50%)	Cena (60%)	Cena (70%)	Cena (80%)	Cena (90%)	Cena (100%)	Cena (110%)	Cena (120%)	Cena (130%)	Cena (140%)	Cena (150%)	Cena (160%)	Cena (170%)	Cena (180%)	Cena (190%)	Cena (200%)	
Nakłady inwestycyjne (10%)	214,3	160,4	110,5	68,1	37,8	20,1	10,1	5,1	2,5	1,0	0,6	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Nakłady inwestycyjne (20%)	238,0	185,6	135,4	88,9	55,8	32,7	17,7	9,7	4,8	2,8	1,5	0,9	0,4	0,3	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Nakłady inwestycyjne (30%)	262,8	209,8	159,3	112,2	74,7	47,0	27,3	16,7	9,2	5,1	2,9	1,7	1,0	0,6	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
Nakłady inwestycyjne (40%)	288,3	234,5	182,9	136,2	95,6	63,0	39,1	25,1	14,7	9,0	5,5	3,1	2,0	1,1	0,8	0,5	0,4	0,1	0,1	0,1	0,1
Nakłady inwestycyjne (50%)	313,3	259,5	208,2	159,5	117,4	82,5	55,4	34,8	22,8	14,7	8,9	5,4	3,2	2,2	1,4	0,9	0,6	0,4	0,2	0,2	0,1
Nakłady inwestycyjne (60%)	337,9	283,7	232,5	183,7	139,8	101,0	72,0	47,5	30,5	20,8	13,1	8,1	5,9	3,1	2,3	1,5	1,0	0,8	0,4	0,4	0,3
Nakłady inwestycyjne (70%)	362,4	309,0	257,7	208,7	161,0	121,0	88,0	60,7	41,2	27,6	17,6	12,0	8,5	5,3	3,6	2,3	1,4	1,0	0,6	0,6	0,5
Nakłady inwestycyjne (80%)	387,7	334,3	281,8	233,5	186,8	140,5	107,3	75,4	51,9	36,1	24,5	17,6	11,3	8,0	5,0	3,2	2,4	1,4	0,9	0,9	0,7
Nakłady inwestycyjne (90%)	412,2	359,1	306,2	258,2	207,7	163,8	125,1	91,3	66,4	46,9	32,4	21,3	15,1	10,2	7,0	4,8	3,2	2,1	1,4	1,4	1,0
Nakłady inwestycyjne (100%)	436,7	384,1	332,2	281,2	231,1	187,0	143,0	109,5	81,1	57,7	40,6	28,0	20,0	12,8	9,2	6,1	4,3	2,8	2,1	2,1	1,4
Nakłady inwestycyjne (110%)	461,7	408,3	355,7	305,2	254,9	207,9	165,2	125,6	94,3	68,9	48,4	34,7	23,9	17,0	12,2	8,0	5,7	3,8	2,8	2,8	1,9
Nakłady inwestycyjne (120%)	485,9	432,5	380,9	328,9	279,3	229,6	184,8	142,9	107,3	79,2	59,2	42,1	30,0	20,5	14,2	9,4	6,8	4,8	3,2	3,2	2,4
Nakłady inwestycyjne (130%)	510,5	456,6	406,2	353,7	304,1	254,1	204,5	159,3	124,4	94,2	65,9	50,3	35,2	24,8	17,0	11,6	9,3	6,3	4,4	4,4	3,0
Nakłady inwestycyjne (140%)	536,2	482,2	429,7	378,0	327,5	275,4	225,4	178,6	139,5	104,8	79,4	57,4	41,2	30,0	20,3	13,5	10,5	7,1	5,2	5,2	3,8
Nakłady inwestycyjne (150%)	560,8	507,6	454,9	402,4	352,0	299,5	244,9	198,0	152,7	120,6	87,2	65,5	47,5	34,0	23,9	16,5	12,9	9,4	6,2	6,2	4,5
Nakłady inwestycyjne (160%)	585,6	531,0	480,0	427,8	374,0	319,6	267,4	214,2	172,8	130,2	98,4	75,2	53,7	39,6	26,7	20,0	15,1	10,4	7,2	7,2	5,1
Nakłady inwestycyjne (170%)	610,2	556,6	505,5	451,8	398,7	345,0	286,5	234,4	184,4	145,7	107,3	81,6	58,4	44,3	30,3	23,8	16,4	13,6	8,6	8,6	5,6
Nakłady inwestycyjne (180%)	634,6	581,6	529,0	476,6	422,8	364,4	309,1	254,9	198,3	154,4	122,3	90,1	65,4	50,1	37,4	26,1	19,9	13,9	10,3	10,3	6,5
Nakłady inwestycyjne (190%)	660,7	606,4	553,6	500,5	446,5	389,8	331,2	272,4	219,4	173,0	130,9	101,2	73,3	55,0	41,1	29,2	21,4	14,8	10,1	10,1	8,4
Nakłady inwestycyjne (200%)	684,7	631,1	578,4	525,2	469,3	412,0	350,2	292,1	235,2	187,4	142,0	107,6	79,1	61,0	44,0	33,5	23,6	17,5	12,9	12,9	8,9

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.33 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny i nakładów inwestycyjnych

BS	Cena (10%)	Cena (20%)	Cena (30%)	Cena (40%)	Cena (50%)	Cena (60%)	Cena (70%)	Cena (80%)	Cena (90%)	Cena (100%)	Cena (110%)	Cena (120%)	Cena (130%)	Cena (140%)	Cena (150%)	Cena (160%)	Cena (170%)	Cena (180%)	Cena (190%)	Cena (200%)
Nakłady inwestycyjne (10%)	237,7	175,7	114,6	56,5	62,1	63,1	53,2	42,7	27,1	18,8	14,8	9,4	7,1	6,6	6,1	5,7	4,7	4,8	4,0	4,1
Nakłady inwestycyjne (20%)	265,2	202,6	142,3	84,5	56,9	60,0	52,4	39,1	25,7	19,9	11,5	9,9	7,0	6,1	4,8	5,0	4,7	4,4	3,9	4,0
Nakłady inwestycyjne (30%)	292,6	230,8	169,4	112,1	59,7	56,5	49,9	38,7	27,3	18,6	13,0	9,7	7,9	6,4	5,3	4,3	4,6	4,4	3,9	4,1
Nakłady inwestycyjne (40%)	321,0	257,7	197,7	139,8	85,1	57,5	47,7	35,8	30,0	19,6	9,8	9,0	7,8	6,9	5,5	5,2	4,1	4,8	3,9	3,7
Nakłady inwestycyjne (50%)	348,3	285,5	224,6	165,8	111,8	63,1	49,4	39,2	25,9	16,9	12,5	8,6	6,7	6,8	5,1	4,8	4,4	4,1	5,0	3,9
Nakłady inwestycyjne (60%)	375,3	313,5	252,2	194,2	138,9	83,6	53,8	36,7	23,0	17,0	12,4	9,5	6,7	6,4	5,6	5,0	4,8	4,1	4,2	3,7
Nakłady inwestycyjne (70%)	403,7	341,4	278,8	222,8	165,2	110,7	63,5	41,2	26,0	21,6	12,5	9,9	7,6	6,0	5,2	5,1	4,2	3,7	3,9	4,0
Nakłady inwestycyjne (80%)	431,1	369,4	307,3	248,0	192,8	138,5	84,0	51,4	31,5	19,0	13,2	10,3	7,7	6,4	5,4	4,7	4,7	4,4	4,5	4,3
Nakłady inwestycyjne (90%)	459,3	396,7	335,6	275,5	219,6	165,3	111,3	64,9	38,0	22,2	14,5	13,2	8,3	6,6	5,8	5,0	4,7	4,4	4,1	4,6
Nakłady inwestycyjne (100%)	487,4	424,3	363,3	303,0	247,2	194,0	142,6	87,3	45,3	27,3	17,6	12,3	9,4	6,5	6,1	5,1	5,2	4,1	4,0	3,6
Nakłady inwestycyjne (110%)	513,7	451,9	390,3	330,3	274,9	221,8	168,0	112,8	65,9	34,9	21,0	13,6	11,5	7,8	6,5	5,8	5,1	4,4	4,2	4,3
Nakłady inwestycyjne (120%)	542,0	480,2	419,3	358,4	301,8	246,8	193,9	141,3	90,1	46,2	29,0	18,5	11,5	9,0	7,4	6,7	6,1	5,2	5,1	4,5
Nakłady inwestycyjne (130%)	569,5	506,3	444,2	386,5	330,2	272,1	222,5	169,6	115,8	65,8	35,1	21,2	14,1	9,7	8,4	7,2	6,1	5,0	4,8	4,3
Nakłady inwestycyjne (140%)	598,0	535,3	471,9	414,5	354,7	298,8	245,7	194,7	143,0	90,6	47,1	26,4	16,8	12,1	9,6	8,5	5,9	5,6	5,2	5,1
Nakłady inwestycyjne (150%)	625,3	562,5	500,6	441,3	382,9	328,3	274,1	222,5	166,8	119,6	67,1	37,0	22,7	15,1	10,7	9,0	6,7	6,3	5,5	5,4
Nakłady inwestycyjne (160%)	653,1	589,4	527,8	468,4	411,8	356,0	303,4	249,0	199,2	142,3	94,6	48,7	27,3	19,2	13,9	10,1	7,9	7,1	6,5	5,3
Nakłady inwestycyjne (170%)	679,6	618,6	555,4	497,0	438,7	381,5	330,5	275,9	222,7	169,9	117,4	71,1	39,8	23,5	15,5	13,2	9,1	8,6	6,9	5,2
Nakłady inwestycyjne (180%)	707,5	646,7	584,7	523,8	466,0	410,0	354,5	304,9	250,8	195,9	146,6	91,7	53,5	30,0	19,6	14,6	9,5	9,1	7,8	6,7
Nakłady inwestycyjne (190%)	735,8	672,6	612,5	551,7	494,5	436,5	381,4	329,9	282,0	222,7	172,3	122,2	73,1	39,4	26,3	17,3	13,1	10,0	7,9	7,4
Nakłady inwestycyjne (200%)	763,4	701,9	639,2	579,9	520,3	462,6	409,6	356,4	305,7	253,2	201,9	150,1	90,9	56,4	35,3	22,4	15,2	11,8	10,2	8,3

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.34 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od ceny i nakładów inwestycyjnych

Różnica SWP-BS	Cena (10%)	Cena (20%)	Cena (30%)	Cena (40%)	Cena (50%)	Cena (60%)	Cena (70%)	Cena (80%)	Cena (90%)	Cena (100%)	Cena (110%)	Cena (120%)	Cena (130%)	Cena (140%)	Cena (150%)	Cena (160%)	Cena (170%)	Cena (180%)	Cena (190%)	Cena (200%)
Nakłady inwestycyjne (10%)	-23,5	-15,3	-4,2	11,6	-24,3	-42,9	-43,1	-37,6	-24,6	-17,8	-14,2	-9,1	-6,9	-6,6	-6,0	-5,6	-4,7	-4,8	-4,0	-4,1
Nakłady inwestycyjne (20%)	-27,2	-17,0	-6,9	4,4	-1,1	-27,3	-34,7	-29,5	-20,9	-17,1	-10,0	-9,0	-6,5	-5,9	-4,7	-4,9	-4,7	-4,3	-3,8	-4,0
Nakłady inwestycyjne (30%)	-29,8	-21,0	-10,1	0,1	15,0	-9,5	-22,6	-22,0	-18,1	-13,5	-10,1	-8,0	-6,8	-5,8	-5,0	-4,1	-4,5	-4,3	-3,9	-4,0
Nakłady inwestycyjne (40%)	-32,7	-23,2	-14,8	-3,7	10,5	5,5	-8,7	-10,8	-15,3	-10,5	-4,3	-5,9	-5,8	-5,8	-4,8	-4,7	-3,8	-4,7	-3,8	-3,6
Nakłady inwestycyjne (50%)	-35,0	-26,0	-16,5	-6,3	5,6	19,4	6,0	-4,4	-3,1	-2,2	-3,6	-3,2	-3,5	-4,6	-3,7	-4,0	-3,8	-3,6	-4,8	-3,8
Nakłady inwestycyjne (60%)	-37,4	-29,8	-19,7	-10,5	0,9	17,4	18,2	10,8	7,5	3,8	0,6	-1,4	-0,8	-3,3	-3,3	-3,5	-3,8	-3,3	-3,8	-3,3
Nakłady inwestycyjne (70%)	-41,3	-32,4	-21,1	-14,1	-4,3	10,2	24,5	19,5	15,2	6,0	5,0	2,1	0,9	-0,7	-1,6	-2,8	-2,8	-2,7	-3,3	-3,5
Nakłady inwestycyjne (80%)	-43,5	-35,0	-25,5	-14,5	-6,0	2,0	23,3	24,0	20,4	17,1	11,4	7,4	3,6	1,5	-0,4	-1,5	-2,3	-2,9	-3,6	-3,6
Nakłady inwestycyjne (90%)	-47,1	-37,7	-29,4	-17,3	-11,9	-1,5	13,8	26,5	28,4	24,7	17,9	8,2	6,8	3,6	1,2	-0,2	-1,4	-2,3	-2,7	-3,5
Nakłady inwestycyjne (100%)	-50,7	-40,2	-31,1	-21,8	-16,1	-6,9	0,5	22,1	35,9	30,4	23,0	15,7	10,6	6,2	3,1	1,0	-0,9	-1,3	-1,9	-2,1
Nakłady inwestycyjne (110%)	-52,0	-43,6	-34,6	-25,1	-20,0	-13,8	-2,9	12,7	28,4	34,1	27,4	21,0	12,4	9,2	5,7	2,2	0,6	-0,7	-1,4	-2,4
Nakłady inwestycyjne (120%)	-56,1	-47,8	-38,4	-29,5	-22,5	-17,2	-9,1	1,6	17,2	33,0	30,2	23,6	18,4	11,5	6,8	2,7	0,7	-0,4	-1,9	-2,2
Nakłady inwestycyjne (130%)	-59,0	-49,7	-38,0	-32,8	-26,1	-18,0	-18,0	-10,3	8,6	28,4	30,8	29,1	21,0	15,1	8,6	4,4	3,2	1,3	-0,4	-1,3
Nakłady inwestycyjne (140%)	-61,8	-53,1	-42,2	-36,5	-27,2	-23,3	-20,2	-16,2	-3,5	14,2	32,3	31,0	24,4	17,9	10,8	5,0	4,6	1,5	-0,1	-1,3
Nakłady inwestycyjne (150%)	-64,4	-55,0	-45,7	-38,9	-30,8	-28,8	-29,2	-24,6	-14,1	1,0	20,1	28,5	24,8	18,8	13,2	7,6	6,1	3,1	0,7	-0,9
Nakłady inwestycyjne (160%)	-67,5	-58,4	-47,8	-40,6	-37,8	-36,4	-35,9	-34,8	-26,4	-12,1	3,8	26,5	26,4	20,4	12,8	9,9	7,1	3,3	0,8	-0,2
Nakłady inwestycyjne (170%)	-69,4	-62,0	-49,9	-45,1	-40,0	-36,4	-44,0	-41,6	-38,3	-24,2	-10,0	10,5	18,5	20,8	14,8	10,5	7,3	5,1	1,8	0,4
Nakłady inwestycyjne (180%)	-72,9	-65,1	-55,7	-47,2	-43,2	-45,6	-45,4	-50,0	-52,5	-41,5	-24,2	-1,6	11,9	20,2	17,8	11,5	10,4	4,8	2,5	-0,2
Nakłady inwestycyjne (190%)	-75,2	-66,2	-58,9	-51,3	-48,0	-46,7	-50,2	-57,5	-62,6	-49,7	-41,4	-21,0	0,2	15,6	14,8	11,9	8,4	4,8	2,2	1,0
Nakłady inwestycyjne (200%)	-78,7	-70,8	-60,9	-54,6	-51,0	-50,6	-59,4	-64,3	-70,6	-65,8	-59,9	-42,5	-11,7	4,5	8,8	11,1	8,4	5,7	2,7	0,6

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.35 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i popytu

SWP	Koszty zmienne (10%)	Koszty zmienne (20%)	Koszty zmienne (30%)	Koszty zmienne (40%)	Koszty zmienne (50%)	Koszty zmienne (60%)	Koszty zmienne (70%)	Koszty zmienne (80%)	Koszty zmienne (90%)	Koszty zmienne (100%)	Koszty zmienne (110%)	Koszty zmienne (120%)	Koszty zmienne (130%)	Koszty zmienne (140%)	Koszty zmienne (150%)	Koszty zmienne (160%)	Koszty zmienne (170%)	Koszty zmienne (180%)	Koszty zmienne (190%)	Koszty zmienne (200%)
Popyt (10%)	132,9	136,8	135,9	138,2	138,9	143,6	140,2	142,2	144,1	144,2	148,5	147,5	151,1	152,9	154,3	154,4	158,3	155,9	159,6	158,1
Popyt (20%)	108,6	112,0	113,3	118,1	117,0	121,2	125,2	127,2	127,8	130,8	133,0	135,7	140,0	140,5	145,7	145,0	150,5	150,4	152,9	154,3
Popyt (30%)	85,9	88,5	91,8	97,8	99,7	103,8	107,4	111,5	114,6	118,9	122,6	125,0	128,2	132,4	136,0	139,4	144,5	148,3	152,2	157,1
Popyt (40%)	63,4	68,7	74,4	77,4	80,9	86,9	89,2	95,1	100,1	106,0	111,2	114,6	119,4	122,0	130,1	135,5	140,3	145,6	150,3	155,3
Popyt (50%)	47,6	50,8	55,6	60,3	66,8	71,4	76,5	80,8	87,2	93,4	99,4	103,9	109,8	115,7	121,9	131,7	135,8	142,2	148,4	153,9
Popyt (60%)	34,3	38,9	41,2	46,9	51,7	57,7	63,2	69,8	76,9	82,2	89,8	97,0	103,3	110,7	118,4	121,2	131,2	140,5	146,2	151,0
Popyt (70%)	24,3	28,2	30,7	35,7	42,0	45,8	52,9	58,7	67,1	70,9	79,8	87,2	94,2	103,7	109,9	118,2	126,9	139,0	144,8	151,9
Popyt (80%)	18,0	21,7	24,3	29,9	34,3	39,1	44,6	53,1	58,7	64,7	71,4	81,8	86,9	96,7	107,8	114,6	125,4	132,1	142,5	154,9
Popyt (90%)	14,3	17,2	20,9	24,0	28,8	34,7	40,1	47,0	53,0	60,5	67,6	75,6	86,2	94,2	102,2	110,3	122,0	130,8	143,2	151,5
Popyt (100%)	12,3	14,7	17,8	22,2	25,1	31,0	36,9	41,7	49,8	55,7	65,2	73,1	82,8	90,8	101,2	111,5	121,3	133,5	141,5	153,3
Popyt (110%)	11,1	13,7	16,1	18,9	23,9	29,1	34,4	39,0	47,1	55,5	63,4	71,5	80,6	90,7	100,5	109,0	123,5	132,3	143,9	157,9
Popyt (120%)	9,7	12,8	15,2	18,2	22,3	26,6	33,0	38,9	46,8	54,1	59,5	72,2	79,8	89,8	99,9	107,6	120,1	132,2	143,7	155,5
Popyt (130%)	9,3	12,1	14,5	18,3	22,2	26,9	32,5	37,4	46,1	52,5	61,0	69,3	77,7	89,6	101,0	109,3	121,8	132,5	142,4	153,7
Popyt (140%)	9,4	11,3	13,8	17,2	21,3	24,7	29,7	38,3	44,7	51,5	61,8	69,1	78,7	90,6	97,1	109,6	120,1	133,0	142,1	153,8
Popyt (150%)	9,3	11,0	13,8	17,5	22,0	24,4	31,0	37,5	43,4	51,5	60,0	68,0	78,9	88,2	97,5	110,3	119,6	130,9	144,6	153,3
Popyt (160%)	9,0	11,8	13,8	17,3	20,6	26,2	30,9	37,0	44,4	51,7	59,0	68,8	77,2	89,0	100,0	110,2	118,4	132,0	143,3	157,3
Popyt (170%)	9,6	11,1	15,1	17,8	21,0	25,6	30,9	37,5	43,6	52,0	59,3	69,5	76,5	88,5	97,4	109,2	118,8	130,9	145,4	156,3
Popyt (180%)	9,8	11,5	14,1	17,3	21,0	25,9	29,9	36,9	44,1	50,9	59,6	68,8	79,5	89,4	100,5	108,9	120,4	132,4	145,9	156,9
Popyt (190%)	9,2	12,4	15,2	17,2	21,9	25,2	31,5	37,7	44,4	51,4	60,1	68,5	78,0	89,1	98,0	111,4	120,5	130,8	145,2	154,6
Popyt (200%)	10,5	12,0	14,3	17,0	22,1	26,5	31,1	38,2	45,7	51,8	61,9	70,4	77,5	88,9	97,2	111,0	120,3	132,9	140,2	158,3

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.36 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od jedn. kosztów zmiennych i popytu

BS	Koszty zmienne (10%)	Koszty zmienne (20%)	Koszty zmienne (30%)	Koszty zmienne (40%)	Koszty zmienne (50%)	Koszty zmienne (60%)	Koszty zmienne (70%)	Koszty zmienne (80%)	Koszty zmienne (90%)	Koszty zmienne (100%)	Koszty zmienne (110%)	Koszty zmienne (120%)	Koszty zmienne (130%)	Koszty zmienne (140%)	Koszty zmienne (150%)	Koszty zmienne (160%)	Koszty zmienne (170%)	Koszty zmienne (180%)	Koszty zmienne (190%)	Koszty zmienne (200%)
Popyt (10%)	246,2	247,9	250,5	252,6	256,2	258,7	260,6	263,8	265,6	269,3	271,4	274,3	276,4	278,9	282,3	284,7	287,3	289,7	292,5	294,7
Popyt (20%)	186,0	190,0	195,4	198,7	203,8	207,8	212,7	217,9	223,2	228,2	234,0	238,7	243,8	248,4	255,2	257,5	262,7	269,2	273,8	279,3
Popyt (30%)	128,0	135,7	141,3	149,8	156,3	162,2	169,7	177,1	182,2	190,7	197,0	203,8	212,6	220,7	225,8	233,9	241,6	249,5	255,9	263,4
Popyt (40%)	71,6	78,8	89,2	100,3	107,9	116,3	125,8	137,0	145,2	154,0	163,4	172,9	179,9	191,6	200,5	209,8	221,2	228,6	239,7	249,7
Popyt (50%)	20,3	29,7	39,8	50,5	60,1	71,4	84,1	95,9	104,9	117,9	129,1	139,6	151,9	163,1	177,8	187,1	199,4	209,7	221,6	237,9
Popyt (60%)	6,8	9,2	11,6	16,2	22,9	31,9	41,6	53,6	65,3	80,0	93,6	108,9	122,2	135,7	150,4	164,3	179,4	192,9	206,5	220,3
Popyt (70%)	3,6	5,0	6,1	8,2	11,6	15,4	22,0	29,1	37,5	50,2	63,8	81,1	93,3	109,5	127,9	142,2	158,9	176,2	192,8	210,9
Popyt (80%)	2,6	2,7	4,0	5,6	7,9	11,9	14,0	19,9	27,5	36,3	48,0	61,1	72,9	90,7	106,6	126,1	146,0	162,2	182,1	200,5
Popyt (90%)	1,7	2,4	3,1	4,5	6,0	8,7	11,6	15,8	21,6	31,1	39,0	55,4	66,0	79,5	96,6	117,8	133,7	154,4	173,3	195,4
Popyt (100%)	1,7	2,2	2,9	4,3	5,4	7,9	10,2	13,5	19,1	29,4	38,1	52,6	62,3	78,7	90,7	107,1	127,1	148,6	169,6	189,2
Popyt (110%)	1,6	1,9	2,6	4,2	6,9	7,4	8,8	12,0	16,2	31,4	34,9	48,3	60,3	72,6	90,7	102,5	121,4	140,5	163,3	183,3
Popyt (120%)	1,5	1,9	2,3	3,8	5,0	6,2	9,0	14,7	18,7	24,6	35,8	50,4	65,4	74,6	86,0	103,1	117,7	139,5	160,1	187,7
Popyt (130%)	1,6	2,0	2,7	3,4	5,0	6,9	8,6	12,3	19,3	25,0	36,5	45,2	57,6	76,9	89,0	103,0	118,9	135,4	159,3	182,4
Popyt (140%)	1,8	2,0	3,1	3,4	4,4	6,7	8,6	11,6	18,0	27,7	33,7	45,1	58,7	78,0	88,3	102,8	119,9	137,3	160,5	183,2
Popyt (150%)	1,7	2,1	2,8	3,5	4,7	6,9	9,6	12,5	17,5	24,5	36,8	47,7	58,5	74,9	84,1	100,9	115,3	139,3	161,7	180,5
Popyt (160%)	1,7	2,2	2,9	3,7	4,8	6,2	8,7	12,5	20,0	24,5	36,5	44,5	58,7	73,5	88,7	101,9	119,8	135,7	163,8	181,3
Popyt (170%)	2,2	1,9	3,4	4,0	5,2	7,9	9,3	14,3	19,3	27,2	33,0	43,7	63,4	74,0	89,3	101,8	118,7	136,2	162,3	182,7
Popyt (180%)	2,0	2,5	3,0	4,1	5,2	6,8	9,3	12,9	17,6	24,8	32,4	50,5	60,2	77,4	91,3	102,9	118,7	140,1	160,2	180,4
Popyt (190%)	2,1	2,8	4,3	3,9	6,4	8,0	10,9	13,1	19,4	27,0	37,7	49,6	62,9	73,1	87,8	101,8	117,3	135,7	158,4	182,6
Popyt (200%)	2,2	2,7	3,9	4,9	6,0	8,1	10,0	13,6	21,5	26,2	35,5	47,1	64,8	77,2	89,5	105,6	119,3	138,4	162,7	182,6

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.37 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od jednostkowych kosztów zmiennych i popytu

Różnica SWP-BS	Koszty zmienne (10%)	Koszty zmienne (20%)	Koszty zmienne (30%)	Koszty zmienne (40%)	Koszty zmienne (50%)	Koszty zmienne (60%)	Koszty zmienne (70%)	Koszty zmienne (80%)	Koszty zmienne (90%)	Koszty zmienne (100%)	Koszty zmienne (110%)	Koszty zmienne (120%)	Koszty zmienne (130%)	Koszty zmienne (140%)	Koszty zmienne (150%)	Koszty zmienne (160%)	Koszty zmienne (170%)	Koszty zmienne (180%)	Koszty zmienne (190%)	Koszty zmienne (200%)
Popyt (10%)	-113,3	-111,1	-114,6	-114,4	-117,3	-115,1	-120,4	-121,5	-121,5	-125,1	-122,9	-126,8	-125,4	-126,0	-128,0	-130,3	-129,0	-133,7	-133,0	-136,6
Popyt (20%)	-77,4	-78,0	-82,0	-80,5	-86,8	-86,6	-87,6	-90,6	-95,4	-97,4	-101,1	-103,1	-103,8	-107,9	-109,6	-112,4	-112,2	-118,7	-120,8	-124,9
Popyt (30%)	-42,1	-47,2	-49,5	-52,0	-56,6	-58,5	-62,3	-65,6	-67,6	-71,8	-74,4	-78,7	-84,4	-88,3	-89,8	-94,5	-97,0	-101,3	-103,7	-106,4
Popyt (40%)	-8,1	-10,1	-14,8	-22,9	-27,0	-29,4	-36,5	-41,8	-45,0	-47,9	-52,2	-58,3	-60,4	-69,5	-70,4	-74,2	-80,9	-83,1	-89,5	-94,3
Popyt (50%)	27,3	21,1	15,8	9,9	6,7	0,0	-7,6	-15,1	-17,7	-24,6	-29,7	-35,7	-42,1	-47,5	-55,8	-55,4	-63,6	-67,5	-73,2	-83,9
Popyt (60%)	27,4	29,7	29,6	30,8	28,8	25,8	21,6	16,2	11,6	2,2	-3,8	-11,9	-18,9	-25,0	-32,0	-43,2	-48,2	-52,5	-60,4	-69,4
Popyt (70%)	20,8	23,2	24,6	27,5	30,4	30,4	30,9	29,6	29,7	20,6	16,0	6,1	0,9	-5,8	-18,1	-24,0	-32,0	-37,2	-47,9	-59,0
Popyt (80%)	15,4	19,0	20,3	24,3	26,4	27,2	30,6	33,3	31,2	28,4	23,3	20,7	14,1	6,0	1,2	-11,6	-20,5	-30,1	-39,5	-45,7
Popyt (90%)	12,6	14,7	17,8	19,5	22,7	26,0	28,5	31,2	31,4	29,4	28,5	20,2	20,2	14,7	5,6	-7,6	-11,7	-23,6	-30,2	-43,8
Popyt (100%)	10,5	12,5	14,9	17,9	19,7	23,1	26,7	28,3	30,7	26,2	27,1	20,5	20,5	12,1	10,5	4,4	-5,8	-15,1	-28,0	-35,9
Popyt (110%)	9,5	11,8	13,5	14,7	17,0	21,7	25,7	27,0	30,9	24,1	28,5	23,2	20,3	18,1	9,7	6,6	2,1	-8,2	-19,4	-25,3
Popyt (120%)	8,2	10,9	12,9	14,5	17,3	20,4	24,0	24,2	28,1	29,5	23,7	21,8	14,4	15,2	13,8	4,5	2,4	-7,3	-16,5	-32,2
Popyt (130%)	7,7	10,0	11,8	14,9	17,2	20,0	23,9	25,1	26,8	27,5	24,6	24,1	20,1	12,6	12,1	6,3	3,0	-2,9	-16,9	-28,7
Popyt (140%)	7,6	9,3	10,8	13,8	16,9	18,0	21,0	26,7	26,8	23,8	28,1	24,0	20,0	12,6	8,8	6,8	0,2	-4,3	-18,4	-29,4
Popyt (150%)	7,6	8,9	11,0	14,0	17,2	17,5	21,4	25,1	25,9	27,0	23,2	20,3	20,4	13,2	13,4	9,3	4,3	-8,4	-17,1	-27,2
Popyt (160%)	7,4	9,7	10,8	13,6	15,8	20,0	22,2	24,5	24,5	27,2	22,5	24,3	18,5	15,5	11,3	8,3	-1,4	-3,7	-20,5	-23,9
Popyt (170%)	7,3	9,2	11,7	13,8	15,8	17,7	21,6	23,2	24,3	24,7	26,3	25,7	13,1	14,5	8,1	7,4	0,1	-5,4	-16,9	-26,5
Popyt (180%)	7,8	9,0	11,1	13,2	15,8	19,1	20,7	24,0	26,5	26,1	27,2	18,4	19,3	11,9	9,2	6,0	1,6	-7,7	-14,2	-23,4
Popyt (190%)	7,1	9,6	10,8	13,3	15,4	17,2	20,6	24,6	25,0	24,4	22,4	18,9	15,1	16,0	10,2	9,6	3,2	-4,9	-13,2	-28,0
Popyt (200%)	8,3	9,3	10,4	12,1	16,1	18,3	21,0	24,6	24,2	25,6	26,4	23,3	12,7	11,8	7,7	5,4	1,0	-5,6	-22,6	-24,3

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.38 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP w zależności od popytu i nakładów inwestycyjnych

SWP	Popyt (10%)	Popyt (20%)	Popyt (30%)	Popyt (40%)	Popyt (50%)	Popyt (60%)	Popyt (70%)	Popyt (80%)	Popyt (90%)	Popyt (100%)	Popyt (110%)	Popyt (120%)	Popyt (130%)	Popyt (140%)	Popyt (150%)	Popyt (160%)	Popyt (170%)	Popyt (180%)	Popyt (190%)	Popyt (200%)
Nakłady inwestycyjne (10%)	18,3	9,4	5,3	3,4	2,5	1,8	1,7	1,4	1,2	1,0	1,2	1,2	1,1	1,2	1,1	1,0	1,2	1,1	1,1	1,2
Nakłady inwestycyjne (20%)	32,7	20,3	12,9	8,8	6,3	4,7	3,8	3,2	3,3	2,8	2,6	2,6	2,7	2,6	2,5	2,5	2,5	2,5	2,7	2,9
Nakłady inwestycyjne (30%)	46,1	33,6	23,8	16,4	12,6	9,5	7,5	6,8	5,4	5,6	5,3	5,0	4,8	4,7	4,4	4,8	4,9	4,8	5,0	4,9
Nakłady inwestycyjne (40%)	60,2	47,4	35,5	26,4	20,6	16,1	12,7	11,0	10,3	9,0	8,6	8,4	8,2	8,0	8,4	8,3	7,8	8,3	8,4	8,4
Nakłady inwestycyjne (50%)	74,8	60,2	47,9	38,0	31,1	23,9	20,4	17,0	15,2	13,7	13,4	13,6	12,9	12,6	12,4	12,7	12,8	12,8	12,9	13,3
Nakłady inwestycyjne (60%)	87,8	74,3	62,0	52,0	41,4	33,4	28,8	23,9	22,9	20,0	19,8	19,3	18,4	17,8	18,3	18,5	18,4	17,8	19,5	18,0
Nakłady inwestycyjne (70%)	103,3	89,3	76,1	66,0	54,4	45,6	36,6	33,6	30,0	28,4	27,6	26,2	24,4	24,9	25,2	25,1	25,1	25,3	25,2	26,0
Nakłady inwestycyjne (80%)	114,9	102,5	90,0	76,9	67,2	56,1	48,3	43,8	39,5	36,3	35,6	33,1	33,6	31,6	32,7	32,3	32,1	32,4	32,2	33,3
Nakłady inwestycyjne (90%)	131,4	119,0	104,1	90,6	78,4	69,3	59,7	53,8	49,3	47,6	44,1	42,7	42,8	42,3	41,3	40,2	42,8	41,7	41,2	42,2
Nakłady inwestycyjne (100%)	144,2	130,0	118,4	104,2	93,7	82,4	72,0	64,9	60,8	57,8	54,4	53,0	52,5	52,6	50,2	50,4	50,8	51,5	51,7	51,0
Nakłady inwestycyjne (110%)	159,9	147,5	132,1	118,2	107,6	95,2	85,4	76,5	70,0	68,6	65,8	64,1	64,1	62,2	61,2	61,9	63,2	62,4	63,5	60,7
Nakłady inwestycyjne (120%)	173,7	158,0	145,9	133,8	120,0	108,8	99,5	89,4	82,9	80,0	77,3	76,4	74,4	74,0	71,3	73,1	71,3	71,8	74,0	73,8
Nakłady inwestycyjne (130%)	193,2	173,4	158,0	145,8	131,8	122,5	111,4	100,9	96,3	93,0	88,1	87,4	86,2	85,4	85,2	83,7	84,9	85,1	85,7	85,7
Nakłady inwestycyjne (140%)	202,0	183,3	173,4	161,0	148,8	135,8	125,0	116,2	111,0	105,1	103,0	100,1	99,4	99,2	96,5	96,7	96,8	96,4	96,3	94,7
Nakłady inwestycyjne (150%)	216,4	199,9	188,2	174,9	159,7	147,2	139,5	130,5	122,9	115,2	116,0	113,5	109,8	109,8	110,6	109,8	108,2	109,6	110,8	110,9
Nakłady inwestycyjne (160%)	230,2	216,6	200,6	190,7	177,7	161,6	151,5	142,9	135,4	132,0	129,7	126,1	122,1	125,2	122,5	122,3	124,1	122,5	122,0	122,9
Nakłady inwestycyjne (170%)	245,3	228,7	217,0	200,9	190,0	178,1	168,1	157,0	148,1	144,5	140,7	141,8	135,6	137,2	133,6	135,9	134,6	135,0	137,3	136,9
Nakłady inwestycyjne (180%)	260,0	240,1	225,6	219,0	204,6	191,8	178,7	174,5	160,4	154,7	152,5	152,7	149,9	154,0	150,3	150,7	145,8	147,5	150,3	150,6
Nakłady inwestycyjne (190%)	270,3	262,9	244,1	231,0	218,5	205,3	193,4	182,6	182,6	170,7	166,6	164,4	165,1	165,8	164,5	164,8	161,0	162,4	162,5	162,8
Nakłady inwestycyjne (200%)	290,0	269,3	263,4	243,8	230,5	217,7	206,7	196,6	187,0	186,5	182,1	180,3	175,0	177,8	175,9	178,5	180,6	182,3	179,9	178,9

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.39 Wartość opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu Blacka-Scholesa w zależności od popytu i nakładów inwestycyjnych

BS	Popyt (10%)	Popyt (20%)	Popyt (30%)	Popyt (40%)	Popyt (50%)	Popyt (60%)	Popyt (70%)	Popyt (80%)	Popyt (90%)	Popyt (100%)	Popyt (110%)	Popyt (120%)	Popyt (130%)	Popyt (140%)	Popyt (150%)	Popyt (160%)	Popyt (170%)	Popyt (180%)	Popyt (190%)	Popyt (200%)
Nakłady inwestycyjne (10%)	22,2	20,4	20,4	19,1	19,9	17,0	19,8	20,1	19,3	19,7	17,9	20,4	20,5	22,9	20,4	20,7	20,8	22,9	21,7	21,3
Nakłady inwestycyjne (20%)	49,7	20,2	18,6	19,1	18,6	18,1	17,0	16,3	26,5	17,9	18,4	19,9	19,1	19,9	17,7	20,2	24,5	22,1	19,9	21,4
Nakłady inwestycyjne (30%)	76,8	39,2	18,9	19,1	16,4	17,8	16,8	14,3	18,4	18,4	17,0	17,4	16,5	18,1	20,8	22,5	21,5	19,5	18,0	19,9
Nakłady inwestycyjne (40%)	103,9	66,4	30,7	19,8	16,7	19,3	17,8	17,8	16,0	21,8	16,9	19,1	20,4	18,0	16,7	16,4	22,0	22,2	18,0	25,0
Nakłady inwestycyjne (50%)	130,9	93,3	56,5	26,8	20,2	19,1	14,8	16,2	15,7	20,2	15,1	16,3	19,7	18,8	18,5	17,2	18,6	19,4	18,9	17,6
Nakłady inwestycyjne (60%)	158,8	120,2	82,4	45,6	25,7	20,3	18,1	17,1	18,1	15,7	16,5	17,2	17,3	17,7	17,8	17,7	18,7	17,3	16,5	18,6
Nakłady inwestycyjne (70%)	186,2	147,4	109,2	73,6	39,5	29,1	20,9	19,0	18,2	18,0	19,9	16,7	16,1	18,6	17,7	20,1	19,0	18,6	19,6	20,6
Nakłady inwestycyjne (80%)	213,2	175,1	137,6	98,6	63,2	34,5	26,6	20,0	19,7	20,3	19,0	20,0	19,7	18,5	26,4	20,0	21,4	20,0	26,5	21,5
Nakłady inwestycyjne (90%)	242,1	200,9	165,2	127,7	91,6	53,1	33,6	28,5	25,4	21,4	23,0	20,3	22,6	20,5	19,7	24,1	22,9	22,8	23,0	25,7
Nakłady inwestycyjne (100%)	268,4	227,2	190,8	154,2	118,0	79,1	50,1	38,2	29,4	27,4	28,5	24,5	25,9	25,3	27,4	22,9	24,5	24,5	26,6	27,9
Nakłady inwestycyjne (110%)	296,8	256,5	217,3	182,4	142,5	107,2	72,2	51,6	39,4	36,1	32,3	32,4	32,0	30,9	33,4	32,4	29,7	30,0	33,5	34,0
Nakłady inwestycyjne (120%)	323,8	283,5	243,8	208,1	171,2	135,5	103,2	72,2	57,6	47,1	41,8	41,5	41,0	38,2	39,8	36,8	39,8	38,7	37,6	39,7
Nakłady inwestycyjne (130%)	351,0	310,7	270,4	233,2	198,6	160,7	128,1	100,1	79,2	65,4	56,4	54,7	54,4	50,8	50,1	49,6	49,4	47,0	51,2	50,7
Nakłady inwestycyjne (140%)	379,1	337,2	297,3	261,8	224,1	188,9	153,6	128,9	103,2	91,5	78,8	75,1	69,1	69,5	67,2	68,2	68,6	68,9	69,3	71,9
Nakłady inwestycyjne (150%)	406,6	364,4	325,9	287,7	254,1	214,4	184,3	154,4	134,3	118,2	105,5	97,7	96,4	92,4	92,7	91,0	91,6	87,6	89,4	89,3
Nakłady inwestycyjne (160%)	435,2	391,6	352,1	314,6	275,9	242,1	208,4	179,0	159,8	142,5	132,2	126,7	121,6	118,8	120,8	120,1	113,4	118,2	116,0	122,2
Nakłady inwestycyjne (170%)	462,1	418,3	379,7	342,1	306,4	266,7	234,8	209,0	187,1	168,7	161,9	154,1	148,9	145,0	148,4	145,2	145,0	144,4	144,2	148,0
Nakłady inwestycyjne (180%)	489,8	447,4	407,6	369,0	331,2	293,8	261,3	233,5	212,9	199,3	190,2	181,8	174,0	173,6	170,7	168,2	167,7	171,1	168,5	171,7
Nakłady inwestycyjne (190%)	517,2	474,6	434,3	397,3	357,9	322,6	288,4	263,2	241,4	223,9	218,1	206,9	200,0	199,3	196,3	197,5	195,9	201,1	198,7	202,4
Nakłady inwestycyjne (200%)	544,1	501,6	462,5	423,6	387,1	349,0	313,7	286,9	270,6	253,3	243,6	230,8	229,7	230,4	223,4	221,7	220,5	224,6	225,9	221,1

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Tabela 0.40 Wartość różnicy pomiędzy wartością opcji zaprzestania działalności wyznaczona za pomocą modelu SWP i modelu Blacka-Scholesa w zależności od popytu i nakładów inwestycyjnych

Różnica SWP-BS	Popyt (10%)	Popyt (20%)	Popyt (30%)	Popyt (40%)	Popyt (50%)	Popyt (60%)	Popyt (70%)	Popyt (80%)	Popyt (90%)	Popyt (100%)	Popyt (110%)	Popyt (120%)	Popyt (130%)	Popyt (140%)	Popyt (150%)	Popyt (160%)	Popyt (170%)	Popyt (180%)	Popyt (190%)	Popyt (200%)
Nakłady inwestycyjne (10%)	-3,9	-11,1	-15,1	-15,8	-17,4	-15,3	-18,1	-18,7	-18,2	-18,7	-16,7	-19,2	-19,4	-21,7	-19,3	-19,7	-19,6	-21,8	-20,5	-20,1
Nakłady inwestycyjne (20%)	-17,0	0,1	-5,7	-10,3	-12,3	-13,5	-13,2	-13,1	-23,2	-15,1	-15,8	-17,3	-16,5	-17,3	-15,2	-17,7	-22,0	-19,6	-17,2	-18,5
Nakłady inwestycyjne (30%)	-30,7	-5,7	4,9	-2,7	-3,7	-8,3	-9,3	-7,6	-13,0	-12,8	-11,7	-12,4	-11,7	-13,5	-16,3	-17,7	-16,6	-14,7	-13,0	-15,0
Nakłady inwestycyjne (40%)	-43,7	-19,0	4,8	6,6	3,9	-3,3	-5,1	-6,8	-5,6	-12,8	-8,3	-10,6	-12,3	-10,0	-8,3	-8,1	-14,1	-13,9	-9,6	-16,6
Nakłady inwestycyjne (50%)	-56,0	-33,1	-8,6	11,2	10,9	4,8	5,6	0,7	-0,5	-6,5	-1,6	-2,7	-6,9	-6,2	-6,1	-4,5	-5,8	-6,6	-6,0	-4,3
Nakłady inwestycyjne (60%)	-71,1	-45,9	-20,4	6,4	15,7	13,1	10,7	6,7	4,8	4,3	3,3	2,1	1,1	0,1	0,6	0,8	-0,3	0,5	3,0	-0,6
Nakłady inwestycyjne (70%)	-82,8	-58,0	-33,2	-7,5	14,9	16,4	15,7	14,6	11,8	10,5	7,7	9,4	8,3	6,3	7,5	4,9	6,1	6,6	5,7	5,4
Nakłady inwestycyjne (80%)	-98,3	-72,6	-47,6	-21,7	4,0	21,6	21,7	23,7	19,7	16,0	16,5	13,1	13,9	13,1	6,3	12,3	10,7	12,5	5,7	11,8
Nakłady inwestycyjne (90%)	-110,8	-81,9	-61,0	-37,1	-13,2	16,2	26,1	25,3	23,8	26,2	21,2	22,3	20,3	21,8	21,6	16,1	19,9	18,9	18,1	16,5
Nakłady inwestycyjne (100%)	-124,2	-97,2	-72,3	-50,0	-24,3	3,3	21,9	26,7	31,5	30,4	25,8	28,5	26,6	27,2	22,9	27,4	26,3	27,0	25,1	23,1
Nakłady inwestycyjne (110%)	-136,9	-109,0	-85,2	-64,2	-34,8	-12,0	13,2	24,8	30,6	32,5	33,6	31,7	32,1	31,3	27,9	29,5	33,6	32,4	30,0	26,7
Nakłady inwestycyjne (120%)	-150,2	-125,5	-97,9	-74,2	-51,2	-26,7	-3,6	17,2	25,3	33,0	35,5	34,9	33,4	35,8	31,5	36,3	31,6	33,1	36,4	34,1
Nakłady inwestycyjne (130%)	-157,8	-137,4	-112,3	-87,4	-66,8	-38,2	-16,7	0,8	17,1	27,6	31,7	32,8	31,8	34,7	35,1	34,1	35,5	38,0	34,5	34,9
Nakłady inwestycyjne (140%)	-177,1	-153,8	-123,9	-100,8	-75,3	-53,1	-28,6	-12,7	7,7	13,6	24,1	25,0	30,3	29,7	29,3	28,4	28,2	27,4	27,0	22,8
Nakłady inwestycyjne (150%)	-190,2	-164,5	-137,7	-112,8	-94,3	-67,2	-44,8	-23,9	-11,4	-3,0	10,5	15,8	13,5	17,3	17,9	18,8	16,6	22,0	21,5	21,7
Nakłady inwestycyjne (160%)	-205,0	-175,0	-151,6	-124,0	-98,2	-80,5	-56,9	-36,1	-24,3	-10,5	-2,5	-0,6	0,5	6,4	1,7	2,2	10,7	4,3	5,9	0,6
Nakłady inwestycyjne (170%)	-216,8	-189,6	-162,6	-141,2	-116,4	-88,6	-66,7	-52,0	-39,0	-24,2	-21,2	-12,3	-13,3	-7,8	-14,9	-9,4	-10,4	-9,4	-6,8	-11,1
Nakłady inwestycyjne (180%)	-229,8	-207,3	-182,0	-150,0	-126,7	-102,0	-82,5	-58,9	-52,6	-44,7	-37,7	-29,2	-24,0	-19,6	-20,4	-17,5	-21,9	-23,6	-18,2	-21,1
Nakłady inwestycyjne (190%)	-246,9	-211,7	-190,1	-166,3	-139,4	-117,3	-95,1	-80,6	-58,8	-53,2	-51,6	-42,5	-34,8	-33,5	-31,8	-32,7	-34,9	-38,7	-36,2	-39,5
Nakłady inwestycyjne (200%)	-254,1	-232,4	-199,0	-179,9	-156,6	-131,3	-107,0	-90,3	-83,5	-66,8	-61,5	-50,4	-54,6	-52,7	-47,5	-43,2	-39,9	-42,3	-45,9	-42,2

Źródło: opracowanie własne za pomocą Oracle Crystal Ball.

Bibliografia

- Adamczyk P., Rogowski W., *Opcje realne w praktyce biznesowej*, Organizacja i Kierowanie 2013, nr 3 (156).
- Adner R., Levinthal D.A., *What Is Not a Real Option: Considering Boundaries for the Application of Real Options to Business Strategy*, Academy of Management Review 2004, Vol. 29, No 1, s. 74-85;
- Amram M., Kalatilaka N., *Real Options, Managing Strategic Investment in an Uncertain World*, Harvard Business School Press, Boston 1999.
- Arasteh A., *Combination of Real Options and Game-Theoretic Approach in Investment Analysis*, Journal of Industrial Engineering Internationa 2016, Vol. 12 (3).
- Armstrong J.S., *Evaluating Forecasting Methods*. W: J.S. Armstrong (red.) *Principles of Forecasting. A Handbook for Researchers and Practitioners*, Springer, Boston 2001.
- Aven T., *Misconceptions of Risk*, John Wiley & Sons, Hoboken 2010.
- Babbie E., *Badania społeczne w praktyce*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- Balci O., *Verification, Validation, and Certification of Modelling and Simulation Applications*, Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference.
- Barone-Adesi G., Whaley R.E., *Efficient Analytic Approximation of American Option Values*, Journal of Finance 1987, Vol. 42 (2).
- Belanová K., „*What If*” *Analysis in Investment Decision Making*, Financial Assets and Investing 2012, No 3.
- Bell S., *Approximating the Normal Distribution with Triangular*, Sandia Corporation 1962, Report No. 494.
- Benitez G., Lima M., *The Real Options Method Applied to Decision Making – An Investment Analysis*, Brazilian Journal of Operations & Production Management 2019, Vol. 16 (4).
- Białas M., *Wykorzystanie symulacji Monte Carlo do wyceny przedsiębiorstwa metodą APV*, Prace i Materiały Wydziału Zarządzania 2012, nr 4/1.
- Białynicki-Birula I., Białynicka-Birula I., *Modelowanie rzeczywistości. Jak w komputerze przegląda się świat*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008.
- Birge J.R., Linetsky V. (red.), *Handbooks in OR & MS*, vol. 15, Elsevier 2008.
- Black F., Scholes M., *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy 1973, Vol. 81, No. 3.

- Block S., *Are „Real Options” Actually Used in the Real World?*, *The Engineering Economist* 2007, No. 52 (3).
- Borison A., *Real Options Analysis: Where are the Emperor’s Clothes?*, http://www.realloptions.org/abstracts_2003.html (dostęp 3.05.2019 r.)
- Bowman E., Moskowitz G., *Real Options Analysis and Strategic Decision Making*, *Organization Science* 2001, Vol. 12 (6).
- Boyle P., *Options; A Monte Carlo Approach*, *Journal of Financial Economics* 1977, Vol. 4.
- Brach M., *Real Options in Practice*, John Wiley & Sons, New York 2002.
- Brandão L., Dyer J., *Decision Analysis and Real Options: A Discrete Time Approach to Real Option Valuation*, *Annals of Operations Research* March 2005, Vol. 135 (1).
- Brandão L., Dyer J., Hahn W., *Response to Comments on Brandão et al.*, *Decision Analysis* 2005, Vol. 2, No. 2.
- Brandão L., Dyer J., Hahn W., *Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems*, *Decision Analysis* 2005, Vol. 2, No. 2.
- Brandão L., Dyer J., Hahn W., *Volatility Estimation for Stochastic Project Value Models*, *European Journal of Operational Research* 2012, Vol. 220(3).
- Bratijczuk M., Chydzński A., *Statystyka matematyczna*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2012.
- Brealey R.A., Myers S.C., *Podstawy finansów przedsiębiorstw*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999.
- Bruun S., Bason P., *What Are Real Options?*, w: *Real Options Approaches in Venture Capital Finance*, Essay Series 2001,
- Bulan L., Mayer Ch., Somerville C.T., *Irreversible Investment, Real Options, and Competition: Evidence from Real Estate Development*, *Journal of Urban Economics* 2009, Vol. 65.
- Burger-Helmchen T., *Justifying the Origin of Real Options and their Difficult Evaluation in Strategic Management*, *Schmalenbach Business Review* 2007, February.
- Capiński M., Patena W., *Real Options – Realistic Valuation*, *SSRN Electronic Journal* 2003, June.
- Carlsson Ch., Fuller R., *On Possibilistic Mean Value and Variance of Fuzzy Numbers*, *Fuzzy Sets and Systems* 2001, Vol. 122.
- Ciesielski K., Rudnicka B., *Opcje realne w inwestycjach funduszy venture capital*, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia* 2013, nr 59.

- Chappell D., *On The Derivation And Solution Of The Black-Scholes Option Pricing Model: A Step-By-Step Guide*, Spoudai, July-December 1992, Vol, 42, No. 3–4.
- Chmieliński M., *Możliwości wspomaganie wybranych ekspertyz i opinii specjalistycznych w obszarze bezpieczeństwa przy wykorzystaniu różnych programów komputerowych*, Problemy Mechatroniki. Uzbrojenie, Lotnictwo, Inżynieria Bezpieczeństwa 2017, t. 8, nr 2.
- Chyliński A., *Metoda Monte Carlo w bankowości*, Twigger S.A., Warszawa 1999.
- Çınlar E., *Probability and Stochastics*, Springer, New York 2011.
- Clapp J.M., Bardos K.S., Wong S.K., *Empirical Estimation of the Option Premium for Residential Redevelopment*, Regional Science and Urban Economics 2012, Vol. 42.
- Coff W., Lavery K., *Real Options on Knowledge Assets: Panacea or Pandora Box?*, Business Horizons 2001, November-December.
- Collan M., *Modeling Choices in the Valuation of Real Options: Reflections on Existing Models and Some New Ideas*, 2011, <https://pdfs.semanticscholar.org/7bc7/e06d16066810509e5352991cfc2056f68bc7.pdf>.
- Collan M., Fullér R., Mezei J., *Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation*, Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences 2009, vol. 2009.
- Copeland T., Antikarov V., *Real Options: A Practitioner's Guide*, Texere, New York 2001.
- Copeland T., Antikarov V., *Real Options: Meeting the Georgetown Challenge*, Journal of Applied Corporate Finance 2005, Vol. 17 (2).
- Copeland T., Keenan P.T., *How Much Flexibility is Worth?* The McKinsey Quarterly 1998, No. 2.
- Cortazar G., *Simulation and Numerical Methods in Real Options Valuation*, W: E.S. Schwartz i L. Trigeorgis (red.), *Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions*, MIT Press, Cambridge 2001.
- Cox J., Ross S., Rubinstein M., *Option Pricing: A Simplified Approach*, Journal of Financial Economics 1979, Vol. 7 (3).
- Cropper M., Laibson D., *The Implications of Hyperbolic Discounting for Project Evaluation*, w: P.R. Pomiey, J.P. Weyant (red.), *Discounting and Intergenerational Equity*, Resources for the Future, Washington DC 1999.
- Czarnek J. (red.), Jaworek M., Marcinek K., Szóstek A., *Efektywność projektów inwestycyjnych*, TNOiK „Dom Organizatora”, Toruń 2010.

- Czerska M., Szpitter A., *Koncepcje zarządzania. Podręcznik akademicki*, C.H. Beck, Wrocław 2010.
- Damodaran A., *Ryzyko strategiczne. Podstawy zarządzania ryzykiem*, Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne, Warszawa 2009.
- Datar V., Johnson B., Mathews S., *A Practical Method for Valuing Real Options*, Journal of Applied Corporate Finance 2007, Vol. 19 (2).
- Datar V., Mathews S., *European Real Options: An Intuitive Algorithm for the Black–Scholes Formula*, Journal of Applied Finance 2004, 14 (1).
- de Almeida G., Dias M., Brandão L., Samanez C., *A Real Options Model with Games Applied to the Rio de Janeiro Residential Real Estate Market*, Revista Brasileira de Gestão De Negócios 2019, Vol 21 (1).
- Diakun J., *Identyfikacja stanu ustalonego modeli symulacyjnych systemów produkcyjnych*, rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań 2011.
- Dittman P., *Prognozowanie w przedsiębiorstwie*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2004.
- Dockendorf J., *Sequential Real Rainbow Options*, The European Journal of Finance 2015, Vol. 21 (10–11).
- Doman M., Doman R., *Modelowanie zmienności i ryzyka. Metody ekonometrii finansowej*, Wolters Kluwer, Kraków 2009.
- Dudziak M., Szpakowska E., *Zarządzanie ryzykiem i niepewność w działalności gospodarczej. Podejmowanie decyzji biznesowych*, Journal of Management and Finance 2013, nr 1.
- Dziawgo E., *Real Options in the Assessment of the Company's Pro-Ecological Investments*, Copernican Journal of Finance & Accounting 2014, Vol. 3 (1).
- Dzieża J., *Czy LCOE jest dobrą miarą rentowności inwestycji w energetyce?*, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2017, nr 5 (89, cz. 2).
- Geanakoplos J., Shubik M., *The Capital Asset Pricing Model as a General Equilibrium With Incomplete Markets*, The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory 1990, Vol. 15, No. 1.
- Geske R., Shastri K., *Valuation by Approximation: A Comparison of Alternative Option Valuation Techniques*, Financial and Qualitative Analysis 1985, Vol. 20.
- Gierszewska G., Romanowska M., *Analiza strategiczna przedsiębiorstwa*, PWE, Warszawa 2003.

- Glensk B., Madlener R., *Review of Selected Methods for Portfolio Optimization of and Irreversible Investment in Power Generation Assets under Uncertainty*, Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach 2015, nr 247.
- Gnap M., *Opcje realne jako alternatywa w wycenie projektów inwestycyjnych*, Zarządzanie Finansami i Rachunkowość 2017, nr 5 (2).
- Godinho P., *Monte Carlo Estimation of Project Volatility for Real Options Analysis*, Journal of Applied Finance 2006, Vol. 16, No. 1
- Godinho P., *Simulation-Based Estimation of State-Dependent Project Volatility*, The Engineering Economist 2018, Vol. 63, No. 3.
- Gordon G., *Symulacja systemów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1974.
- Grajewski P., *Procesowe zarządzania organizacją, PWE, Warszawa 2012.*
- Grenadier S.R., *The Strategic Exercise of Options: Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets*, Journal of Finance 1996, Vol. 51 (5).
- Haahtela T., *Estimating Changing Volatility in Cash Flow Simulation Based Real Option Valuation with Regression Sum of Squares Error Method*, Journal Of Real Options 2011, Vol. 1, No. 1.
- Haahtela T., *Extended Binomial Tree Valuation when the Underlying Asset Distribution Is Shifted Lognormal with Higher Moments*, 10th Annual International Conference on Real Options, New York, USA, 14-17 June 2006.
- Haahtela T., *Sensitivity Analysis for Cash Flow Simulation Based Real Option Valuation*, 15th Annual International Conference on Real Options, June 15–18, 2011, Turku, Finland, <http://ssrn.com/abstract=1864909>.
- Hamdi A., *Some Aspects of Optimal Switching and Pricing Bermudan Options*, praca doktorska, Royal Institute of Technology, Stockholm 2013, <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:615257/FULLTEXT01.pdf>.
- Han H.J., *Estimating Project Volatility And Developing Decision Support System in Real Options Analysis*, rozprawa doktorska, Auburn University, Alabama 2007, <https://pdfs.semanticscholar.org>.
- Hassani B.K., *Scenario Analysis in Risk Management. Theory and Practice in Finance*, Springer International Publishing, Switzerland 2016.
- Head G.L., *An Alternative to Defining Risk as Uncertainty*, The Journal of Risk and Insurance, 1967, Vol. 34, No. 2,.

- Herath H., Park C., *Multi-Stage Capital Investment Opportunities as Compound Real Options*, The Engineering Economist 2002, Vol. 47, No.1.
- Hertz D.B., *Risk Analysis in Capital Investment*. Harvard Business Review 1964.
- Hull J., *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice-Hall 2006.
- Hyndman R.J., Athanasopoulos G., *Forecasting: Principles and Practice*, OText, Melbourne 2018, <https://otexts.com/fpp2/>.
- Iskierka I., Iskierka S., *Zastosowanie technik symulacji w dydaktyce metod numerycznych*, Dydaktyka Informatyki 2010, nr 5.
- Jajuga K., Jajuga T., *Inwestycje. Instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
- Jakubowski J., *Matematyka stosowana. Modele matematyczne rynków instrumentów pochodnych I*, Uniwersytet Warszawski, Warszawa 2011.
- Janasz K., *Ryzyko i niepewność w gospodarce – wybrane aspekty teoretyczne*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 2009, nr 14.
- Jarzęcki M., *Wykorzystanie teorii perspektywy w podejściu opcyjnym do finansowej oceny inwestycji przedsiębiorstw*, rozprawa doktorska, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Poznań 2017.
- Jarzęcki M., Mizerka J., *Elements of the Prospect Theory in Strategic Investment Games*, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2015, nr 74, t.1.
- Jaworski J., *Dylematy identyfikacji i pomiaru kosztu kapitału własnego w małym przedsiębiorstwie w warunkach współczesnych rynków finansowych*, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2015, nr 73.
- Jiang J., Mu C., Peng J., Yang J., *Real Options Maximizing Survival Probability under Incomplete Markets*, Quantitative Finance 2019, Vol. 19 (11).
- Jouk Y., *Real Options as an Instrument of Sustainable Growth in Banking and Portfolio Management*, Studia Oeconomica Posnaniensia 2017, Vol. 5, No. 6.
- Joy C., Boyle P.P., Tan K.S., *Quasi-Monte Carlo Methods in Numerical Finance*, Management Science 1996, Vol. 42, No. 6.
- Karkula M., *Weryfikacja i walidacja dynamicznych modeli symulacyjnych procesów logistycznych*, Logistyka 2012, nr 2.
- Karmańska A., *Ryzyko w rachunkowości*, Difin, Warszawa 2008.
- Knight F.H., *Risk, Uncertainty and Profit*, Schaffner & Marx, Boston 1921.

- Kodukula P., Papudesu C., *Project Valuation Using Real Options: A Practitioner's Guide*, J. Ross Publishing, Fort Lauderdale 2006.
- Kogut B., Kulatilaka N., *Real Options Pricing and Organizations: The Contingent Risks of Extended Theoretical Domains*, *Academy of Management Review* 2004, Vol. 29, No. 1.
- Kosowski P., *Opcje realne – alternatywne podejście do oceny opłacalności projektów inwestycyjnych w przemyśle naftowym*, *AGH Drilling, Oil, Gas* 2012, Vol. 29, No. 1.
- Kozlova M., Collan M., Luukka P., *Comparison of the Datar-Mathews Method and the Fuzzy Pay-Off Method through Numerical Results*, *Advances in Decision Sciences* 2016, Vol. 2016.
- Krouglov A., *Intuitive, Proof of Black-Scholes Formula Based on Arbitrage and Properties of Lognormal Distribution*, 2007, <http://arxiv.org/abs/physics/0612022>.
- Krupski R., *Elastyczność organizacji*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2008.
- Krysiak Z., *Zdolność prognostyczna modelu opcji rzeczywistych w ocenie wartości spółki*, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia* 2013, nr 59.
- Kubińska-Kaleta E., *Zarządzanie ryzykiem w przedsiębiorstwach przemysłowych na przykładzie huty stali*, rozprawa doktorska, AGH w Krakowie, Kraków 2008.
- Kungwani P., *Risk Management – An Analytical Study*, *IOSR Journal of Business and Management* 2014, Vol. 16 (3), 2014.
- Kutner R., *Wybrane zastosowania teorii kopuł w finansach. Symulacje Monte Carlo. Szkic*, Warszawa 2009.
- Kuziak K., *Koncepcja arbitrażu w ustalaniu ceny instrumentów pochodnych*, *Rynek Terminowy* 2001, nr 13 (3).
- Kyläheiko K., Sandström J., Virkkunen V., *Dynamic Capability View in Terms of Real Options*, *International Journal of Production Economics* 2002, Vol. 80 (1).
- Laughton D., Jacoby H., *Reversion, Timing Options, and Long-Term Decision-Making*, *Financial Management* 1993, Vol. 22 (3).
- Ligus M., Słoński T., *Analiza ryzyka inwestycyjnego biogazowni rolnicze j– studium przypadku*, *Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach* 2018, nr 366.
- Lilford E., B. Maybee, D. Packey, *Cost of Capital and Discount Rates in Cash Flow Valuations for Resources Projects*, *Resources Policy* 2018, Vol. 59.

- Lipiec-Zajchowska M., *Metody symulacji komputerowej w prognozowaniu makroekonomicznym*, PWE, Warszawa 1990.
- Luehrman T., *Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers*, Harvard Business Review 1998, Vol. 76, No. 4.
- Luenberger D.G., *Teoria inwestycji finansowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.
- Łatuszyńska M., *Metody symulacji komputerowej – próba klasyfikacji logicznej*, Studies & Proceedings of Polish Association for Knowledge Management 2011, nr 41.
- Łukaniuk M., Wilimowska Z., *Modele wyceny opcji rzeczowych – modele Blacka-Scholesa*, Badania Operacyjne i Decyzje 2005 nr 1.
- Łukaszewski T., Głócko W., *An assessment of wind farm construction efficiency using the real option method*, Folia Oeconomica Stetinensia 2017, Vol. 16 (2).
- Magee J.F., *How to Use Decision Trees in Capital Investment*, Harvard Business Review 1964, Vol. 64.
- Majewska A., *Zastosowanie metody Monte Carlo do wyceny opcji*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 394, Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki 2004, nr 15.
- Martis M.S., *Validation of Simulation Based Models: A Theoretical Outlook*, The Electronic Journal of Business Research Methods 2006, Vol. 4 (1).
- Mathews S., *Valuing Risky Projects with Real Options*, Research Technology Management 2009, Vol. 52 (5).
- Mauboussin M.J., *Get Real – Using Real Options in Security Analysis*, Frontiers of Finance 1999, Vol. 10.
- Merton R., *An Intertemporal Capital Asset Pricing Model*, Econometrica 1973, Vol. 41, No. 5.
- Merton R., *Theory of Rational Options Pricing*, Bell Journal of Economics and Management Sciences 1973, September.
- Metropolis N., Ulam S., *The Monte Carlo Method*, Journal of the American Statistical Association 1949, Vol. 44, No. 247.
- Michalski D., *Wykorzystanie opcji realnej w wycenie wartości przedsiębiorstwa*, Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Humanitas. Zarządzanie 2018, nr 1.
- Michalski D., Skudlik M., *Analiza inwestycji z uwzględnieniem ryzyka*, Marketing i Rynek 2016, nr 7 (CD)..
- Michałek T., *Metoda oceny wiarygodności symulacji numerycznych przepływów lepkich i termicznych*, rozprawa doktorska, PAN, Warszawa 2005.

- Mielcarz P., Paszczyk P., *Analiza projektów inwestycyjnych w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.
- Mizerka J., *Opcje rzeczywiste (rzeczowe, realne) jako metoda oceny efektywności inwestycji w warunkach niepewności (ryzyka)*, Bank i Kredyt 2011, nr 4.
- Mizerka J., *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie efektywności inwestycji*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2005.
- Molak V. (red.), *Fundamentals of Risk Analysis and Risk Management*, Lewis Publishers, Boca Raton, New York, London, Tokyo 1997.
- Mróz C., *Wykorzystanie opcji rzeczywistych w podejmowaniu decyzji dotyczących likwidacji zakładów górniczych*, rozprawa doktorska, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Poznań 2015.
- Mun J., *Modelling Risk – Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Forecasting, and Optimization Techniques*, John Wiley & Sons, Hoboken 2006.
- Mun J., *Real Options Analysis, Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*, John Wiley & Sons, Hoboken 2002.
- Myers S.C., *Determinants of Corporate Borrowing*, Journal of Financial Economics 1977, No. 5.
- Myers S.C., *Finance Theory and Finance Strategy*, Midland Corporate Finance Journal 1987, Vol. 5 (1).
- Nita B., *Opcje realne w zarządzaniu ryzykiem w sektorze publicznym*, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2014, nr 72.
- Nowak E., *Statystyczne metody szacowania ryzyka w audycie wewnętrznym*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 2009, nr 16.
- Ostrowska E., *Ryzyko inwestycyjne. Identyfikacja i metody oceny*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 1999.
- Ødegaard B., *Financial Numerical Recipes in C++*, 2003, [http://inis.jinr.ru/sl/M_Mathematics/MN_Numerical%20methods/Odegaard%20B.A.%20OFinancial%20numerical%20recipes%20in%20C++%20\(2003\)\(152s\).pdf](http://inis.jinr.ru/sl/M_Mathematics/MN_Numerical%20methods/Odegaard%20B.A.%20OFinancial%20numerical%20recipes%20in%20C++%20(2003)(152s).pdf).
- Pawlak M., *Podstawowe metody szacowania zmienności do wyceny opcji realnych*, Zeszyty Naukowe nr 639, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2011, nr 37.
- Pawlak M., *Symulacja Monte Carlo w analizie ryzyka projektów inwestycyjnych*, Zeszyty Naukowe nr 690, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2012, nr 51.

- Pawlak M., Wiśniewski T., *Analiza możliwości wykorzystania teorii opcji realnych w formułowaniu strategii przedsiębiorstw*, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia* 2013, nr 60.
- Pelletier F.J., *Review of Metamathematics of Fuzzy Logics*, *The Bulletin of Symbolic Logic* 2000, Vol. 6 (3).
- Pera K., *Modyfikacja metody ekwiwalentu pewności dla projektów inwestycyjnych o znanym poziomie wartości strategicznej*, *Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego* 2010, nr 1/1.
- Pera K., *Opcje realne w kształtowaniu wartości przedsiębiorstwa*, *Studia Ekonomiczne Akademii Ekonomicznej w Katowicach* 2006, nr 40.
- Pignataro P., *Financial Modeling and Valuation: A Practical Guide to Investment Banking and Private Equity*, John Wiley & Sons, Hoboken 2013.
- Pindyck R., *Investments of Uncertain Cost*, *Journal of Financial Economics* 1993, Vol. 34.
- Ponomarenko T., Koveshnikova K., *Real Options in the Project Management of Diversification Program (A Case Study of Mongolian-Russian Company Ccw "Erdenet")*, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Organizacja i Zarządzanie* 2016, z. 91 (1954).
- Posen H., Leiblein M., Chen J., *Toward a Behavioral Theory of Real Options: Noisy Signals, Bias, and Learning*, *Strategic Management Journal* 2018, Vol. 39 (4).
- Proctor K.S., *Building Financial Models with Microsoft Excel. A Guide for Business Professionals*, John Wiley & Sons, Hoboken 2010.
- Puszko K., *Efektywność a innowacyjność na przykładzie logistyki*, *Autobusy: Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe* 2018, nr 6.
- Ragozzino R., Reuer J., Trigeorgis L., *Real Options in Strategy and Finance: Current Gaps and Future Linkages*, *Academy of Management Perspectives* 2016, Vol. 30 (4).
- Renna P., *A Decision Investment Model to Design Manufacturing Systems Based on a Genetic Algorithm and Monte-Carlo Simulation*, *International Journal of Computer Integrated Manufacturing* 2017, Vol. 30 (6).
- Rębiasz B., *The Valuation of Real Options in a Hybrid Environment*, *Operations Research & Decisions* 2019, Vol. 29 (1).
- Rębiasz B., Gawęł B., Skalna I., *Valuing Managerial Flexibility: An Application of Real-Option Theory to Steel Industry Investments*, *Operations Research and Decisions* 2017, Vol. 27, No. 2.

- Rogowski W., *Rachunek efektywności inwestycji*, Wolters Kluwer, Warszawa 2013.
- Rogowski W., Michalczewski A., *Zarządzanie ryzykiem w przedsięwzięciach inwestycyjnych*, Wolters Kluwer, Warszawa 2005.
- Ross S.A., Westerfield R.W., Jordan B.D., *Corporate Finance*, McGraw-Hill/Irwin, New York 2013.
- Rózsa A., *Development of Real Option Theory in the Last 20 Years*, Annals of the University of Oradea 2016, Vol. 25 (1).
- Rózański J., *Inwestycje rzeczowe i kapitałowe*, Difin, Warszawa 2006.
- Rudny W., *Elastyczność decyzyjna a wartość strategii konkurencyjnych*, Studia Ekonomiczne Akademii Ekonomicznej w Katowicach 2006, nr 37.
- Rudny W., *Opcje rzeczowe jako obszar wartości przedsiębiorstwa*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 2008, nr 6.
- Rudny W., *Opcje rzeczowe w modelowaniu procesów biznesowych w sektorze IT: korzyści i ograniczenia*, Ekonomiczne Problemy Usług 2012, nr 87.
- Rudny W., *Opcje rzeczowe w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Katowice 2009.
- Rychłowska-Musiał E., *Opcje realne na rynku konkurencyjnym – gry opcyjne*, Ekonomista 2017, nr 4.
- Saltelli A., *Sensitivity Analysis*, Wiley, Chichester 2007.
- Saługa P., *Dobór stopy dyskontowej dla długoterminowych projektów sekwencyjnych z branży surowców mineralnych*, Gospodarka Surowcami Mineralnymi – Mineral Resources Management 2017, Vol. 33 (3).
- Saługa P., *Elastyczność decyzyjna w procesach wyceny projektów geologiczno-górnictwowych*, Wydawnictwo Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Kraków 2011.
- Samuelson P.A., *A Note on Measurement of Utility*, Review of Economic Studies 1937, Vol. 4.
- Sargent R., *Verification and Validation of Simulation Models*, Proceedings of the 2011 Winter Simulation Conference, Phoenix 2011.
- Schlesinger S., *Terminology for Model Credibility*, Simulation 1979, March.
- Schwartz E.S., *The Valuation of Warrants: Implementing a New Approach*, Journal of Financial Economics, 1977, Vol. 4 (1).
- Schweihl R.P., *The Economic Analysis of Real Option Value*, Stock Option Valuation Insights 2016, Autumn, <http://www.willamette.com/insights/autumn2016.html> (dostęp 18.09.2019 r.).

- Sharpe W.F., *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*, Journal of Finance 1964, Vol. 19 (3).
- Sierpińska M., Jachna T., *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.
- Śładkiewicz D., *Analiza wrażliwości w ocenie ryzyka projektów inwestycyjnych w przedsiębiorstwie z branży kosmetycznej*, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia 2016, nr 4 (82, cz. 2).
- Słoński T., *Analiza wpływu wspomaganego długiem wykupu akcji (LBO) na wartość spółki*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2012.
- Smithson C.W., Smith C.W., Wilford D.S., *Zarządzanie ryzykiem finansowym*, Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2000.
- Stabryła A., *Zarządzanie projektami ekonomicznymi i organizacyjnymi*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
- Stroock D.W., *Probability Theory: An Analytic View*, Cambridge University Press, Cambridge 1999.
- Sudoł S., *Przedsiębiorstwo. Podstawy nauki o przedsiębiorstwie. Teoria i praktyka zarządzania*, TNOiK „Dom Organizatora”, Toruń 2012.
- Sus A., *Logiki strategicznej opcyjności*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu 2017, nr 496.
- Targiel K., *Opcje realne w zarządzaniu projektami we współczesnych organizacjach*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Organizacja i Zarządzanie 2014, z. 73 (1919).
- Triantis A., *Realizing the Potential of Real Options: Does Theory Meet Practice?*, Journal of Applied Corporate Finance 2005, Vol. 17 (2).
- Trigeorgis L., *Option-Pricing Theory and Financial Options Applications*, w: L. Trigeorgis, *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press, Cambridge–London 2000.
- Trigeorgis L., *Real Options and Investment Under Uncertainty: What do We Know?*, NBB Working Paper 2002, No. 22.
- Trigeorgis L., *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press, Cambridge–London 1996.
- Tucker W., *A Glossary of Modelling and Simulation Terms for Distributed Interactive Simulation*, 1995.

- Urbanek G., *Opcje realne w wycenie aktywów niematerialnych*, Przegląd Organizacji 2005, nr 3.
- van Puttenlan A., MacMillan I., *Making Real Options Really Work*, Harvard Business Review 2004, December.
- Vose D., *Risk Analysis A Quantitative Guide*, John Wiley & Sons, Hoboken 2008.
- Wilett A.H., *The Economic Theory of Risk and Insurance*, University of Pensylwania Press, Philadelphia 1951.
- Wiśniewski T., *Ocena efektywności inwestycji rzeczowych ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2008.
- Wiśniewski T., *Ryzyko działalności gospodarczej a planowanie finansowe w przedsiębiorstwie*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 2003, nr 34.
- Wiśniewski T., *Ryzyko projektu inwestycyjnego a ocena jego efektywności*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 455, Prace Instytutu Ekonomiki i Organizacji Przedsiębiorstw 2007, nr 50, t. 1.
- Wiśniewski T., *Trudności zastosowania metod opcyjnych w wycenie przedsiębiorstw*, w: J. Duraj (red.), *Wartość przedsiębiorstwa – z teorii i praktyki zarządzania*, t. IV, Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock–Łódź 2003.
- Wiśniewski T., *Wykorzystanie symulacji Monte Carlo w analizie ryzyka projektów inwestycyjnych*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 2013, nr 34 (2).
- Witkowska D., *Podstawy ekonometrii i teorii prognozowania*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2005.
- Woźniak-Sobczak B., *Aktywne i pasywne inwestycje przedsiębiorstwa*, Akademia Ekonomiczna im. Karola Adameckiego, Katowice 2001.
- Wrzosek S., *Znaczenie efektywności ekonomicznej w procesach decyzyjnych przedsiębiorstw*, w: Dudycz T., Osbert-Pociecha G. (red.), *Efektywność – rozważania nad istotą i pomiarem*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2005.
- Zadeh L., *Fuzzy Sets as the Basis for a Theory of Possibility*, Fuzzy Sets and Systems 1978, Vol. 1.
- Zadeh L., *Fuzzy Sets*, Information and Control 1965, Vol. 8 (3).
- Zardkoohi A., *Do Real Options Lead to Escalation of Commitment*, Academy of Management Review 2004, Vol. 29 (1).
- Zarzycki H., *Zastosowanie metod różnic skończonych do wyceny opcji*, Studia i Materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedzą 2010, nr 31.

- Zhao L., van Wijnbergen S., *Decision-Making in Incomplete Markets with Ambiguity – A Case Study of a Gas Field Acquisition*, *Quantitative Finance* 2017, Vol. 17, 11.
- Ziarkowski R., *Opcje rzeczowe oraz ich zastosowanie w formułowaniu i ocenie projektów inwestycyjnych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice 2004.
- Ziętek-Kwaśniewska K., *Symulacje Monte Carlo jako metoda wyceny opcji*, *Scientific Bulletin of Chełm, Section of Mathematics and Computer Science* 2006, No. 2.

